Sitzungsberi... der Mathematisc... Classe der K.B. ...

Königlich Bayerische Akademie der ...

Digitized by Google

Sitzungsberichte

der

mathematisch-physikalischen Classe

der

k. b. Akademie der Wissenschaften

zu München.

Band XVIII. Jahrgang 1888.

München
Verlag der K. Akademie
1889.

In Commission bei G. Franz.

1888, Sept. 25 – 1889, April 25,
Sever fund.

Uebersicht

des Inhaltes der Sitzungsberichte Bd. XVIII Jahrgang 1888.

Die mit * bezeichneten Abhandlungen sind in den Sitzungsberichten nicht abgedruckt.

Oeffentliche Sitzung der kgl. Akademie der Wissenschaften zur Feier des 129. Stiftungstages am 28. März 1888.

Oeffentliche Sitzung zu Ehren Seiner Majestät des Königs und Seiner Königl. Hoheit des Prinzregenten am 27. Dezember 1888.

Sitzung vom 7. Januar 1888.

Sitzung vom 4. Februar 1888.

Sitzung vom 3. März 1888.

Sitzung vom 5. Mai 1888.

Sitzung vom 2. Juni 1888.

Sitzung vom 7. Juli 1888.

Sitzungsberichte

der

mathematisch-physikalischen Classe

der

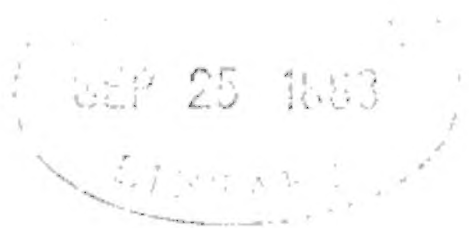
k. b. Akademie der Wissenschaften

zu München.

1888. Heft I.

München.
Verlag der K. Akademie.
1888.

In Commission bei G. Franz.



Sitzungsberichte

der

königl. bayer. Akademie der Wissenschaften.

Mathematisch-physikalische Classe.

Sitzung vom 7. Januar 1888.

1. Herr E. Lommel legt eine Abhandlung des Herrn Realschulrektors Dr. Andreas Miller: „über die Grundlagen der Bestimmungsmethode des longitudinalen Elasticitätsmoduls" vor.

2. Das correspondirende Mitglied, Herr Friedrich Kohlrausch in Würzburg, sandte einen Bericht über die von Seiten der Akademie von ihm erbetenen Bestimmungen: „über den absoluten elektrischen Leitungswiderstand des Quecksilbers" ein; die Classe nimmt denselben mit vielem Dank entgegen.

3. Herr A. Voss spricht: „über einen Satz aus der Theorie der Formen".

Ueber den absoluten elektrischen Leitungswiderstand des Quecksilbers.

Von Friedrich Kohlrausch.

(*Eingelaufen 27. Dezember 1887.*)

Der königlichen Akademie der Wissenschaften beehre ich mich einen Bericht über die mir aufgetragene Bestimmung des Quecksilberwertes des Ohm-Widerstandes vorzulegen.

Das Messungsverfahren, welches ich wählte, ist im Princip die von Wilh. Weber gegebene sogenannte Dämpfungsmethode mit einer von Dorn vorgeschlagenen Abänderung. In der Ausführung habe ich mich bestrebt, verschiedene Schwierigkeiten, welche der Methode anhaften, zu beseitigen. Wenn hierbei auch oftmals, wie dies bei derartigen Arbeiten der Fall zu sein pflegt, eine Charybdis sich nur durch eine Scylla umgehen liess, so glaube ich doch, dass die Anordnungen, insbesondere die zuletzt getroffenen, welche wesentlich von allen bis jetzt gebrauchten abweichen, eine bedeutende Vereinfachung darstellen.

Die vorliegende Aufgabe zerfällt in zwei Teile. Es ist der absolute Leitungswiderstand eines Multiplicators zu ermitteln und derselbe ist dann mit dem Widerstande einer geeigneten Quecksilbersäule zu vergleichen.

Für den zweitgenannten Teil der Arbeit hatte ich schon früher Herrn Strecker veranlasst, Vorstudien und Vorbereitungen zu machen. An seine mit grosser Umsicht ausge-

führte Arbeit habe ich meine Messungen ohne erhebliche Mühe anschliessen können. Ich hatte dabei Gelegenheit zu bestätigen, dass die Schwierigkeiten, welche von einigen Seiten früher in der Verwertung des Quecksilbers zu Normalwiderständen gefunden wurden, den neueren Untersuchungen entsprechend, nicht vorhanden sind. Auf dieser Seite der Arbeit liegen meines Erachtens keine in Betracht kommenden Fehlerquellen.

Der absolute Leitungswiderstand des Multiplicators wird aus der Dämpfung seiner langsam schwingenden Magnetnadel erhalten, wenn ausserdem deren Schwingungsdauer und das Verhältnis ihres Stabmagnetismus zum Erdmagnetismus bekannt sind. Gefordert ist aber endlich noch die Kenntnis der absoluten Galvanometerconstante des Instrumentes. Die letztere bestimmte Weber aus den gemessenen grossen Dimensionen des Multiplicators. Da in diesem Falle die Dämpfung schwach und ihre Bestimmung desswegen mit relativ grossen Fehlern behaftet ist, so schlug Dorn vor, die Galvanometerconstante eines engen Multiplicators empirisch durch Vergleichung mit einer Tangentenbussole zu ermitteln. Da diese beiden Instrumente naturgemäss eine sehr verschiedene Empfindlichkeit besitzen, so wird von dem Strome, welcher die Tangentenbussole durchfliesst, nur ein bekannter kleiner Bruchteil durch den Multiplicator abgezweigt, was mittels bekannter Widerstände nach einem zuerst von Bosscha gebrauchten Verfahren geschieht.

So einleuchtend der Vorteil dieser Anordnung ist, so muss man doch zugeben, dass gerade hier eine Schwierigkeit nur durch die Einführung von anderen, freilich geringeren Schwierigkeiten beseitigt wird. Denn diese empirische Bestimmung der Galvanometerconstante, welche mit besonderer Schärfe ausgeführt werden muss, weil die Constante in das Endresultat im Quadrate eintritt, setzt sich aus folgenden Teilen zusammen.

1. Der Berechnung der Constante der Tangentenbussole.

2. Der Herstellung eines bekannten Stromabzweigungsverhältnisses in Gestalt von zwei genau bekannten Widerständen. Da die Empfindlichkeit des Multiplicators sehr viel grösser ist als diejenige der Tangentenbussole, so muss der eine Widerstand entsprechend grösser sein als der andere. Entweder wird also der eine von ihnen sehr klein oder der andere sehr gross werden. Abgesehen von den Fehlerquellen, die überhaupt die genaue Bestimmung eines sehr von eins abweichenden Widerstandsverhältnisses erschweren, erfordert im ersteren Falle die Zuleitung, im anderen die Isolirung eine besondere Aufmerksamkeit. Auch auf den störenden Temperatureinfluss, der schon wegen der Stromwärme auftreten kann, muss hingewiesen werden.

3. Der Ermittelung des Verhältnisses zweier Skalenausschläge,

4. des Verhältnisses zweier Skalenabstände,

5. des Verhältnisses der beiden magnetischen Feldstärken für die beiden Instrumente, wobei die Ortseinflüsse und die Instrumentaleinflüsse gesondert zu bestimmen sind.

6. Da man die Ausschläge hinreichend gross für eine genaue Messung nehmen muss, so wird die Aenderung der Empfindlichkeit mit dem Ausschlage bekannt sein müssen.

7. Beide Instrumente üben einen gegenseitigen Einfluss aus, welcher bekannt sein oder sonst eliminirt werden muss.

8. Die erdmagnetischen Deklinationsschwankungen sind unschädlich zu machen.

9. Dasselbe gilt von den Stromschwankungen.

10. Etwaige zeitliche Aenderungen der Empfindlichkeit selbst sind zu controliren.

Jeder Kundige weiss, wie schwer es ist, jedes der genannten Messungselemente mit einer Genauigkeit von $^1/_{10000}$ auszuführen. Würden aber nur fünf Fehler von diesem

Betrage gemacht, die sich ungünstig summirten, so ist die Galvanometerconstante um ein halbes, und das Resultat also hierdurch allein um ein ganzes Tausendtel unrichtig.

Nachdem ich bei zwei im vorigen Jahre ausgeführten Messungsreihen mich eines Verfahrens wie das eben beschriebene bedient hatte, habe ich mich desswegen noch entschlossen, die Galvanometerconstante in einer äusserlich ganz verschiedenen Weise zu bestimmen, welche die unter Nr. 3 bis 9 genannten Aufgaben fast vollkommen vermeidet.

Hierdurch ist eine grosse Vereinfachung erzielt worden, deren günstiger Einfluss auf das Resultat noch steigt, wenn man einen anderen Punkt berücksichtigt, der ebenfalls als eine Unannehmlichkeit des Verfahrens anzusehen ist.

Das Verhältnis des Nadelmagnetismus zum Erdmagnetismus wird durch die Ablenkung bestimmt, welche eine zweite Magnetnadel aus passender Entfernung durch den Magnet des Galvanometers erfährt. Hier kommt in einem Correctionsgliede der Polabstand dieses Magnets herein[1]). Diese Correction beläuft sich auf etwa $^1/_{100}$ des Ganzen. Es ist nicht ganz leicht, einen Polabstand genau zu bestimmen. Die gleich zu beschreibende neue Anordnung gestattet, den Einfluss des Polabstandes überhaupt beliebig zu vermindern.

Diese Vorteile wurden durch die Anwendung einer Tangentenbussole in Gestalt eines so grossen Drahtringes erreicht, dass die Nadel des Multiplicators, welche 20 cm lang war, zugleich als die Nadel zu dem ersteren dienen konnte. Der grosse von Herrn Siedentopf in Würzburg sehr geschickt und sorgfältig ausgeführte Rahmen hatte nahe 160 cm Durchmesser. Er wurde mit soviel Windungen versehen, dass seine Galvanometerconstante nahe den 100. Teil

1) Oder was dasselbe sagt, die Beobachtung der Ablenkung aus einer zweiten Entfernung.

von derjenigen des Hauptmultiplicators erreichte. Beide Multiplicatoren wurden concentrisch mit der Magnetnadel aufgestellt und der 100. Teil desjenigen Stromes, welcher durch den grossen Multiplicator ging, durch den Hauptmultiplicator abgezweigt. Wäre das Empfindlichkeitsverhältnis genau 1:100, so würde die Nadel, bei entgegengesetzter Stromrichtung in beiden Multiplicatoren, in Ruhe bleiben. Die kleine bestehende Ungleichheit wird durch die Grösse des bestehenden kleinen Ausschlages gemessen. So ist es gelungen, ein einer Nullmethode nahe kommendes Verfahren zur Messung der Galvanometerconstante anzuwenden.

Wählt man nun ferner den Abstand, aus welchem die Ablenkungsbeobachtungen (v. S.) angestellt werden, von passender Grösse, so kann man erreichen, dass die Correction, welche aus der Nadellänge in der Tangentenbussole entsteht, sich gegen die Correction bei der Messung des Verhältnisses des Nadelmagnetismus zum Erdmagnetismus bis auf ganz kleine leicht genügend genau zu ermittelnde Glieder heraushebt. Dadurch entsteht der zweite oben erwähnte Vorteil.

Es mögen hier gleich die sonstigen Anordnungen genannt werden, die von den gebräuchlichen abweichen.

Hierzu gehört zunächst die Herstellung und genaue und rasche Messung des für die Stromabzweigung notwendigen Widerstandsverhältnisses. In dieser Richtung darf ich auf meine frühere der k. Akademie gemachte Mitteilung verweisen.[1])

Weiter hatte das Galvanometer eine sonst noch nicht gebrauchte, wie ich glaube zweckmässige Einrichtung. Die Magnetnadel wurde nicht in eine um die Windungen herumgreifende Suspension gelegt, sondern sie war an einem durch

1) Sitz.-Ber. d. k. b. Akad. d. W. 1887, S. 11.

die oberen Windungen frei hindurchgehenden verticalen Stiel befestigt. Zu diesem Zwecke waren die Windungen nicht in gewöhnlicher Weise eben aufgewickelt, sondern sie waren oben in der Mitte etwas auseinandergeführt, wodurch ein Zwischenraum entstand, durch welchen der Stiel der Magnetnadel eingeführt werden konnte. Das Aufwinden des Drahtes war wohl etwas mühsam, liess sich aber mit Sorgfalt gleichmässig ausführen. Der Ablesespiegel, an dem Stiel oberhalb des Magnetes befestigt, befand sich mit dem letzteren innerhalb des Multiplicators. Es genügte also zur Abhaltung des Luftzuges, den Multiplicator durch Deckplatten mit Planglas zu verschliessen.

Der Multiplicator war auf einer Kreisteilung drehbar aufgestellt. Er trug auf der erwähnten Durchlassöffnung der Windungen eine Vorrichtung, durch welche der Magnetstiel festgeklemmt und nun mit dem Multiplicator horizontal gedreht werden konnte. Der Eigenmagnetismus der Nadel wurde dann so bestimmt, dass kleine Magnetometer in passender Entfernung (etwa 1 m) aufgestellt und durch Abwechselung der beiden Ostwestlagen des Magnetes abgelenkt wurden. Dass der geklemmte Stab nach Azimut und Neigung die richtige Stellung hatte, wurde durch zwei Spiegel festgestellt.

Als Vorteile dieser Anordnung sehe ich folgende Punkte an. Der Magnet bildet mit seinem Träger ein festes System. Die Vermeidung der gewöhnlichen um den Rahmen herumgreifenden Suspension ist zugleich eine Vermeidung unnötiger Belastung und Luftreibung. Die Luftdämpfung war klein und ausnehmend constant. Das Gewicht ist nicht grösser, als dass ein Metalldraht von hinreichender Tragkraft noch ein mässiges Torsionsverhältnis gibt. Auch dass nicht ein grösserer Schutzkasten notwendig ist, in welchem störende Luftströmungen entstehen könnten, ist ein Vorteil.

Ferner braucht der Magnet während der ganzen Beobachtungsreihe nicht aus dem Multiplicator entfernt zu werden. Man bleibt dadurch leichter Herr der Temperatur des Magnets und derjenigen des Multiplicators. Endlich braucht man nicht zu befürchten, dass die Galvanometerconstante durch das Herausnehmen und Wiedereinlegen des Magnets kleine Aenderungen erfahre. Die Lage des Stiels gegen die Oeffnung im Multiplicator lässt die unveränderte Stellung leicht controliren. Die Drehung des Multiplicators auf seiner Kreisteilung dient zugleich, um die Abhängigkeit der Galvanometerconstante von der Grösse des Ausschlages zu bestimmen, wobei ich mich der früher von mir beschriebenen Versuchsanordnung bediente.[1])

Allerdings kommt bei den Ablenkungen der Magnetometer durch den Magnet an Stelle des magnetischen Feldes im Multiplicator dasjenige der Magnetometer in die Beobachtung und muss also auf das erstere Feld umgerechnet werden.[2]) Hätte der Multiplicator einen beträchtlichen magnetischen Eigeneinfluss geäussert, so würde ich Bedenken getragen haben, so vorzugehen, wie hier geschehen ist. Derselbe war aber aus elektrolytischem Kupferdraht hergestellt, welcher nach dem von Dorn angegebenen Verfahren von den Herren Hesse Söhne in Heddernheim angefertigt und mit weisser Seide besponnen war. Wie sich sowohl aus Drehungs- wie aus Schwingungsversuchen ergab, erwies sich der magnetische Localeinfluss des Multiplicators als unmerklich. Die stets unterhalb 0,0005 bleibenden Instrumentaleinflüsse der fünf Magnetometer, zwischen denen man wechselte,

---

1) Wied. Ann. Bd. 26, S. 430, 1885.

2) Wird der Magnet, wie gewöhnlich, zur Bestimmung seines Magnetismus, aus der Suspension herausgenommen, so ist aber auch darauf zu achten, dass die Suspension aus unmagnetischem Material besteht, da sonst hieraus eine Fehlerquelle erwachsen könnte.

wurden in bekannter Weise bestimmt. Zur Messung der kleinen lokalen Aenderungen des Erdmagnetismus diente das von mir beschriebene Variometer.[1])

Ich will noch folgende Einzelheiten erwähnen.

Zur Messung der Nadeldämpfung im geschlossenen Multiplicator erteilte man dem Magnet mittels eines kleinen Inductors, der gleich nachher ausgeschaltet wurde, Impulse in regelmässiger Folge. Dass auf diese Beobachtungen eine besondere Sorgfalt verwendet wurde, braucht kaum bemerkt zu werden. Die Reduktion der Dämpfung auf kleine Schwingungen geschah nach den von K. Schering angegebenen Regeln.[2])

Zur Vergleichung mit Quecksilber diente entweder direkt das im Wasserbade stehende Strecker'sche Rohr Nr. 3[3]) oder ein Neusilberwiderstand, der von Zeit zu Zeit mit dem letzteren verglichen wurde. Die Temperaturänderungen wurden nach der Strecker'schen Formel in Rechnung gesetzt.

Zur Widerstandsvergleichung gebrauchte ich immer das Differentialgalvanometer im übergreifenden Nebenschluss[4]). Der Multiplicator- bezw. der Neusilberwiderstand war um ein weniges grösser gehalten als der Quecksilberwiderstand. Der Unterschied wurde mittels eines Rheostaten im Nebenschlusse ermittelt.

Die Selbstinductionsconstante des Galvanometers wurde nach mehreren Methoden bestimmt. Zur Einführung derselben in die Rechnung diente die von Dorn gegebene Formel.[5])

---

1) Sitz.-Ber. 1883, 1.

2) K. Schering, Wied. Ann. Bd. 9, S. 471. 1880.

3) Strecker, Abh. d. k. Akad. d. W. (2) Bd. 15 II, 1885.

4) Sitz.-Ber. der k. preuss. Akad. d. Wiss. 1883, S. 465. Wied. Ann. Bd. 20, S. 76, 1883.

5) Wied. Ann. Bd. 17 S. 783, 1882.

Ebenso wurde der sorgfältig gemessene magnetische Inductionscoefficient des Stabes einschliesslich des Quermagnetismus nach Formeln von Dorn eingeführt.

Die Galvanometerconstante wurde von Zeit zu Zeit gemessen, wie oben beschrieben worden ist.

Die entscheidenden Beobachtungssätze führte man in der Reihenfolge aus, dass zuerst das Verhältnis des Nadelmagnetismus zum Erdmagnetismus, dann Schwingungsdauer und Dämpfung bei geöffneter Kette beobachtet wurde. Hierauf folgte eine Reihe von abwechselnden Sätzen Dämpfungsbeobachtung mit geschlossener Kette und Vergleichung mit Quecksilber. Dann ein abermaliger Satz Schwingungsdauer und zum Schluss eine zweite Bestimmung des Nadelmagnetismus mit vertauschten Magnetometern.

Die beschriebenen Einrichtungen ermöglichten, alle diese zur absoluten Widerstandsmessung und Quecksilbervergleichung notwendigen Messungen in drei Stunden auszuführen, von welcher Zeit etwa die Hälfte auf die eigentliche Widerstandsbestimmung, d. h. auf alternirende Dämpfungsbeobachtungen und Quecksilbervergleichungen verwendet wurde. Da die erdmagnetischen Schwankungen gering waren und die Temperaturänderung ziemlich gleichmässig verlief, so könnte man die Mittelwerte, da alle Beobachtungen der Zeit nach symmetrisch verteilt waren, ohne einen wesentlichen Fehler direct verwenden. Es wurden aber die erdmagnetischen Variationen an einem Ablenkungsvariometer und die Temperatur des Multiplicators und Magnetes an dem Thermometer im Multiplicator abgelesen und danach die stets kleinen Correctionen angebracht.

Die Arbeit wurde in dem eisenfreien Observatorium des physikalischen Instituts in Würzburg ausgeführt.

Für die Munificenz, mit welcher die königliche Staatsregierung und Landesvertretung auf Antrag der k. Akademie die Mittel zur Arbeit besonders bewilligt hatten, glaube ich bei der Veröffentlichung des Resultates den schuldigen Dank aussprechen zu dürfen.

Die Beobachtungen sind zeitlich in vier Gruppen verteilt, je zwei im Jahre 1886 und 1887. In jedem Jahre kamen ausser dem Magnet und dem Quecksilberrohre lauter verschiedene Instrumente zur Anwendung, so dass die beiden Hauptgruppen als zwei selbständige Messungen anzusehen sind. Insbesondere wurde 1886 die bei der Messung des elektrochemischen Aequivalentes mit W. Kohlrausch gebrauchte Tangentenbussole mit dickem Kupferreif[1]), 1887 der grosse Rahmen von 160 cm Durchmesser zur Bestimmung der Galvanometerconstante verwendet.

Im zweiten Jahre wurde auch ein neuer Multiplicator gewickelt, und zwar bifilar, um bei der Widerstandsvergleichung mit Quecksilber Extraströme und die Stromwirkung auf die Magnetnadel vermeiden zu können. Das bei der Bestimmung der Galvanometerconstante gebrauchte Widerstands-Zweigverhältnis war zuerst 10 : 9000 dann 10 : 1000 Ohm.

Die Ablenkungen fanden 1886 aus der zweiten, 1887 aus der ersten Gauss'schen Hauptlage statt und zwar an fünf verschiedenen Magnetometern.

Eine Abänderung wurde auch mit der Magnetnadel vorgenommen, und zwar schon nach der ersten Gruppe 1886, indem man durch eine Belastung des Magnets mit Messinggewichten die für die Dämpfungsbeobachtungen etwas kleine Schwingungsdauer von 9 auf 14 Secunden brachte. Man überzeugte sich, dass weder die (aufgeschnittenen) Messing-

---

1) Wied. Ann. Bd. 15, S. 552, 1882.

gewichte noch auch der Magnetstab selbst durch Ströme, welche bei den Schwingungen in ihnen inducirt werden könnten, die Dämpfung in wahrnehmbarer Weise beeinflussten.

Die beiden Hauptgruppen haben Resultate geliefert, die um etwa 1,4 Tausendtel auseinandergehen. Dieser Unterschied ist bei der grossen Anzahl von Elementen, aus denen sich die Messung zusammensetzt, möglicherweise einfach auf Beobachtungsfehler zurückzuführen, wobei die Bestimmung der Galvanometerconstante den Hauptanteil bilden wird und vielleicht auch der Polabstand des Magnets, der in verschiedener Weise in die Resultate eintritt, einen anderen Teil übernimmt.

Nach constanten Fehlerquellen habe ich ohne Erfolg gesucht. Insbesondere habe ich die beiden zur Verwendung gekommenen Tangentenbussolen durch concentrische Aufstellung zu demselben Magnetometer direct mit einander verglichen und dabei in Uebereinstimmung gefunden. Auch der Polabstand ist schliesslich noch einmal bestimmt worden.

Endlich wären für die erste Partialgruppe Isolationsfehler bei der Stromabzweigung in Frage zu ziehen, da man bei Widerständen bis zu 9000 Ohm in dieser Beziehung nicht vorsichtig genug sein kann. Ich halte dieselben für unwahrscheinlich, da zwischen der ersten und zweiten Gruppe im Jahre 1886, wo so grosse Widerstände allein angewandt wurden, eine Paraffinirung der Drähte und eine neue Isolirung des Rheostaten durch Kautschuk liegt und da hierdurch nichts im Resultate geändert worden ist.

Immerhin hat das Resultat 1887 wegen seiner einfacheren Methoden, da ferner der Polabstand sich hier fast vollständig heraushebt, ein grösseres Gewicht zu beanspruchen.

In der Berechnung des Schlusswertes soll das zweite Hauptresultat deswegen mit doppeltem Gewichte eingesetzt werden.

Im Einzelnen wurde der Wert des Ohm in Meter/Quadratmillimeter Quecksilber von 0° gefunden

1886 I	1,0633	1,0647	1,0640
1886 II	1,0644	1,0646	1,0643
	1886 Mittel	1,0642	
1887 I	1,0625	1,0629	1,0630
1887 II	1,0627	1,0626	
	1887 Mittel	1,0627	
	Hauptmittel	**1,0632.**	

Ich glaube nicht, dass bei der ausführlichen Mitteilung der Arbeit, welche ich der k. Akademie der Wissenschaften bald vorzulegen die Ehre haben werde, eine Aenderung dieser Zahlen eintreten wird.

Um die hiesigen Messungen, soweit sie sich auf die Quecksilberwiderstände beziehen, mit anderen zu vergleichen, ist ein Etalon nach England gesandt worden, wo Professor Glazebrook in Cambridge die Güte haben wird, eine Vergleichung mit den Resultaten von seinen und den Arbeiten von Lord Rayleigh und Mrs. Sidgwick auszuführen.

Ich muss noch der wertvollen, ausdauernden Beteiligung der Herren Kreichgauer, Heydweiller und Sheldon an der Arbeit dankbar anerkennend gedenken.

Ueber einen Satz aus der Theorie der Formen.

Von A. Voss in München.

(Eingelaufen 7. Januar.)

Im V. Bande der Mathematischen Annalen hat Herr Gordan[1]) den folgenden Satz gegeben:

„Es sei F eine Form, welche p Reihen von Veränderlichen enthält[2])

$$p\left\{\begin{array}{l} x_1, x_2 \;.\;.\; x_p; \\ y_1, y_2 \;.\;.\; y_p; \\ z_1, z_2 \;.\;.\; z_p; \\ \;.\;\;.\;\;.\;.\;\;. \\ \;.\;\;.\;\;.\;.\;\;. \end{array}\right.$$

und es sei symbolisch

$$F = (a_x\, b_y\, c_z \ldots)^\nu\,,\;\; a_x = \sum_1^p a_i x_i\,,\;\;\ldots\;^{3)}$$

Enthält dann F als wirklichen Factor die νte Potenz der Determinante der x, y, z..., so ist der symbolische Ausdruck des anderen Factors von

1) Ueber Combinanten a. a. O. S. 107 ff.

2) Die Determinante eines solchen Systems sei im folgenden durch

[xyz..]

bezeichnet.

3) Eine solche Form ist weiter unten durch F_p^ν bezeichnet.

F die νte Potenz der Determinante der a, b, c ..., so dass wenn

$$X = [x\,y\,z\,..]\,,\quad R = [a\,b\,c\,...]$$

bedeutet,

$$F = C_{\nu,p}\, X^{\nu}\, R^{\nu}$$

ist, wo $C_{\nu,p}$ eine numerische Constante bezeichnet."

Da dieser Satz für viele Betrachtungen der Formentheorie fundamental ist, hat es vielleicht ein Interesse, einen directen Beweis desselben zu geben. Einen solchen erhält man aber auf folgendem Wege.

Man multiplicire die Gleichung

$$1)\quad F = (a_x\, b_y\, c_z \ldots)^{\nu} = S\,[x\,y\,z\ldots]^{\nu},$$

welche nach Voraussetzung stattfindet, mit der νten Potenz der Determinante R der Symbole $a', b', c' \ldots$, welche mit den $a, b, c \ldots$ gleichbedeutend sind, dann entsteht

$$2)\quad R^{\nu}\, F = S\,[a'_x\, b'_y\, c'_z \ldots]^{\nu}.$$

Alsdann zeigt eine sehr einfache Ueberlegung, dass der rechterhand in 2) stehende symbolische Determinantenfactor nur um einen Zahlenfactor von F verschieden sein kann. Denkt man sich nämlich diese Determinante einen Augenblick in der üblichen Form

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdot & \cdot & a_{1p} \\ a_{21} & a_{22} & \cdot & \cdot & a_{2p} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{p1} & a_{p2} & \cdot & \cdot & a_{pp} \end{vmatrix}^{\nu} = (\Sigma C a_{1\alpha}\, a_{2\beta} \ldots a_{p\varkappa})^{\nu}$$

geschrieben, in der die Coefficienten C gleich der positiven oder negativen Einheit sind, je nachdem die Permutation $\alpha\beta\ldots\varkappa$ eine positive oder negative ist, während die ersten Indices sich auf die Symbole a, b, c, ..., die zweiten auf die

Variabeln x, y, z ... beziehen, und nun die νte Potenz nach dem polynomischen Satze ausgeführt, so ist jedes Glied der Entwicklung von einem Zahlenfactor abgesehen von der Form

$$3)\quad \begin{array}{l} (a_{1\alpha^1} a_{1\beta^1} \ldots a_{p\varkappa^1})^{\nu_1} \\ (a_{2\alpha^2} a_{2\beta^2} \ldots a_{p\varkappa^2})^{\nu_2} \\ \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ (a_{1\alpha^\lambda} a_{2\beta^\lambda} \ldots a_{p\varkappa^\lambda})^{\nu_\lambda} \end{array}$$

unter der Voraussetzung

$$\nu_1 + \nu_2 + \ldots \nu_\lambda = \nu, \quad \lambda = p! \, .$$

Man polarisire nun die Gleichung 1) je $\nu_1, \nu_2 \ldots \nu_\lambda$ mal nach x mittelst der Operation

$$\left(\xi^1 \frac{d}{dx}\right)^{\nu_1} \left(\xi^2 \frac{d}{dx}\right)^{\nu_2} \ldots \left(\xi^\lambda \frac{d}{dx}\right)^{\nu_\lambda}$$

wobei

$$\left(\xi^i \frac{d}{dx}\right)^{\nu_i} = \left(\sum_1^p \xi^i_k \frac{d}{dx_k}\right)^{\nu_i}$$

zu setzen ist, und ebenso nach y, z ... unter Einführung entsprechender Variabelnreihen $\eta, \zeta, \ldots$. Durch Ausführung der Operation an der Determinante X entsteht ein Product von Determinanten, in denen die Elemente x, y, z .. durch irgend welche der $\xi, \eta, \zeta \ldots$ ersetzt sind. Man ersetze nun die λ Variabelnreihen ξ^i durch diejenigen Werthe der x, y, z .. welche durch die Indices $\alpha^1 \alpha^2 \ldots \alpha^\lambda$ in 3) vorgeschrieben sind; ebenso die $\eta, \zeta \ldots$. Alsdann entsteht bis auf einen Zahlenfactor das in 3) stehende Aggregat. Rechterhand aber kann, da die $\xi, \eta\, \zeta \ldots$ immer nur durch die x, y, z ... ersetzt werden, nichts anderes als die Determinante X selbst (wieder von einem Zahlenfactor abgesehen) auftreten, da alle übrigen Terme gleich Null werden. Demnach ist jedes Glied der polynomischen Entwickelung bis auf einen solchen Factor gleich der rechten Seite von 1), und man hat so unmittelbar

$$4)\quad [a'_x b'_y c'_z \ldots]^\nu = [x y z \ldots]^\nu S \gamma_{\nu,p} = F \gamma_{\nu,p},$$

wo $\gamma_{\nu,p}$ eine von ν und p abhängige Zahl; also nach 2)

$$R^\nu F = \gamma_{\nu,p} S F,$$

$$S = \frac{R^\nu}{\gamma_{\nu,p}} = C_{\nu,p} R^\nu,$$

wie zu zeigen war.

Durch eine ganz ähnliche Betrachtung lässt sich auch der Werth von $\gamma_{\nu,p}$ bestimmen. Man erkennt nämlich sofort, wenn man den angegebenen Polarenprocess auf alle Variabelreihen mit Ausnahme einer, etwa der ersten, erstreckt, die Richtigkeit der Formel

$$5)\quad a'^{\nu}_x [b'_y c'_z \ldots]^\nu = S [x y z \ldots]^\nu \gamma_{\nu,p-1}$$

Denkt man sich nun die Determinante

$$[a'_x b'_y c'_z \ldots]$$

nach den in Bezug auf die erste Horizontalreihe genommenen Unterdeterminanten entwickelt, so dass also letztere nur die p—1 Symbole b, c ... enthalten und dann die νte Potenz ausgeführt, so zeigt die Formel 5) sofort, dass man jeden Term der Entwickelung durch die rechte Seite von 1) mit Hülfe eines Polarenprocesses ausdrücken kann. Und da jeder Coefficient der Polynomialentwickelung die Form

$$\frac{\nu!}{\nu_1! \nu_2! \ldots \nu_p!}, \quad \nu_1 + \nu_2 + \ldots \nu_p = \nu$$

hat, so folgt hier ohne jede weitere Rechnung

$$6)\quad \gamma_{\nu,p-1} N_{\nu,p} = \gamma_{\nu,p},$$

wo $N_{\nu,p}$ die Anzahl der Glieder einer homogenen Form νter Ordnung von p Variabelen oder die Anzahl der Terme in der polynomischen Entwicklung ist. Da endlich $\gamma_{\nu,1}$ offenbar gleich Eins ist, hat man

$$\gamma_{\nu,p} = N_{\nu,p} N_{\nu,p-1} \ldots N_{\nu,1}.$$

Die vorstehende Betrachtung zeigt, dass der Gordan'sche Satz in folgender Weise erweitert werden kann.

Enthält eine Form, deren symbolischer Ausdruck von der Gestalt

$$F = (a^1_{x_1} a^2_{x_2} \ldots)^{\nu_a} (b^1_{y_1} b^2_{y_2} \ldots)^{\nu_b} (c^1_{z_1} c^2_{z_2} \ldots)^{\nu_c} \ldots$$

ist, deren einzelne Factoren also symbolisch durch

$$F^{\nu_a}_{p_a} F^{\nu_b}_{p_b} F^{\nu_c}_{p_c} \ldots$$

zu bezeichnen sind, als wirklichen Factor das Determinantenproduct

$$[x_1 x_2 \ldots]^{\nu_a} [y_1 y_2 \ldots]^{\nu_b} [z_1 z_2 \ldots]^{\nu_c} \ldots .$$

so ist der symbolische Ausdruck des anderen Factors gegeben durch

$$C [a^1 a^2 \ldots]^{\nu_a} [b^1 b^2 \ldots]^{\nu_b} [c^1 c^2 \ldots]^{\nu_c} \ldots$$

Wie man sieht, kann also auf jeden symbolischen Factor für sich der Gordan'sche Satz angewandt werden. Lässt man jeden symbolischen Factor F^{ν}_{p} in eine wirkliche Form übergehen, so erkennt man, dass der numerische Factor C gleich ist dem Producte der Factoren

$$C_{\nu_a, p_a} C_{\nu_b, p_b} C_{\nu_c, p_c} \ldots\ldots .$$

Sitzung vom 4. Februar 1888.

1. Herr L. Sohncke legt eine Abhandlung: „Beiträge zur Theorie der Luftelektricität“ vor.

2. Herr M. v. Pettenkofer hält einen Vortrag über „die Abnahme des Abdominaltyphus in München und seine Ursachen“. Derselbe wird anderweit veröffentlicht werden.

3. Herr C. Kupffer theilt die Resultate einer Untersuchung über „die Entwicklung der Neunaugen“ mit.

Beiträge zur Theorie der Luftelektricität.

Von L. Sohncke.

(Eingelaufen 4. Februar.)

1. Diese Abhandlung zerfällt in zwei Theile, welche auf dasselbe Ziel gerichtet, aber an Methode und Ergebnissen wesentlich verschieden sind. Im ersten Theil suche ich auf experimentellem Wege die Frage zu beantworten, ob die von einer elektrisirten Flüssigkeit aufsteigenden Dämpfe Elektricität mit sich nehmen, was bekanntlich in neuerer Zeit von Herrn F. Exner wieder behauptet und zur Grundlage einer Theorie der atmosphärischen Elektricität gemacht worden ist. Ich komme auf Grund vieler Versuche zu dem Ergebniss, dass eine solche Mitnahme der Elektricität durchaus nicht nachweisbar ist, dass also die Exner'sche Theorie vorläufig jeder experimentellen Unterlage entbehrt.

Nun hatte ich selbst vor einigen Jahren eine Ansicht über den Ursprung der atmosphärischen Elektricität geäussert. Gegen dieselbe ist von einigen Seiten der Vorwurf erhoben und durch mathematische Argumente scheinbar gestützt worden: sie sei unvermögend, die periodischen Aenderungen der Luftelektricität zu erklären. Um nun nicht durch Schweigen den Schein zu erwecken, als hielte ich diesen Vorwurf für berechtigt, verfolge ich im zweiten Theil dieser Abhandlung einige Consequenzen meiner Ansicht auf mathematischem Wege und führe den Nachweis, dass die periodischen Aenderungen der Luftelektricität sich als nothwendige Folge aus meinen Grundannahmen ergeben.

I.
Experimenteller Theil.

2. Ueber die Frage, ob die von einer elektrisirten Flüssigkeit aufsteigenden Dämpfe Elektricität mit sich nehmen, liegen aus den letzten Jahren zwei Arbeiten vor, deren Ergebnisse einander direkt widersprechen. 1883 veröffentlichte Herr L. J. Blake[1]) seine im physikalischen Laboratorium der Berliner Universität ausgeführte Untersuchung, bei der er destillirtes Wasser, Kochsalzlösung, absoluten Alkohol, koncentrirte Schwefelsäure, Ostseewasser, sowohl bei Zimmertemperatur als bei + 100°, schliesslich noch Quecksilber bei Zimmertemperatur und bei 360° anwandte. Sein Schlussergebniss lautet: „Der aus ruhigen elektrisirten Flüssigkeitsoberflächen aufsteigende Dampf ist elektrisch neutral.“

1886 veröffentlichte Herr F. Exner[2]) eine Abhandlung über die Ursache und die Gesetze der atmosphärischen Elek-

1) Wied. Ann. 19. 1883. Seite 518—534.

2) Sitzungsber. d. K. Akad. d. Wissensch. z. Wien. Bd. 93. II. Abth. Febr.-Heft. Jahrgang 1886.

tricität, in welcher er durch Versuche zu dem Ergebniss kommt, „dass die Verdampfung (von Wasser) im elektrischen Zustande ausnahmslos bedeutend grösser ist als im gewöhnlichen“ (a. a. O. S 30), und in welcher er durch andere Versuche mit Alkohol und Aether nachweist, „dass die Dämpfe Elektricität mit sich führen, wenn sie aus einer elektrisirten Flüssigkeit sich entwickeln“ (ebendaselbst Seite 31).

Herr Blake hat seine Versuche ausführlich mitgetheilt; sie scheinen mit grosser Sorgfalt und Umsicht angestellt zu sein und machen einen sehr zuverlässigen Eindruck. Uebrigens wurden bei denselben nicht, wie Herr Exner sagt, nur Potentialdifferenzen von 400 Volt angewandt, sondern vermittelst einer Töpler'schen Maschine auch solche, die einer Schlagweite von 3 bis 8 mm entsprachen. (a. a. O. Seite 531 u. 532.)

Herr Exner berichtet über seine zu entgegengesetzten Ergebnissen führenden Versuche nur ganz kurz, so dass es schwer hält, ihre Zuverlässigkeit zu beurtheilen. Um die Ursache der Verschiedenheit der von beiden Beobachtern gewonnenen Resultate aufzufinden, schien mir unter diesen Umständen die Wiederholung der Blake'schen Versuche zunächst überflüssig, dagegen die Wiederholung der Exner'schen Versuche geboten. Was ich dabei fand, wird im Folgenden mitgetheilt.

3. Um die Beschleunigung der Verdunstung durch die Elektricität zu untersuchen, tauchte ich nach Herrn Exner's Vorschrift in ein mit Wasserleitungswasser fast bis zum Rande gefülltes Glasgefäss (die Wasserfläche betrug etwa 510 qcm, die Tiefe 9 cm; der Holzfuss ruhte auf drei Schellackstückchen) eine Glasröhre von 4 mm lichter Weite, die zunächst am Gefäss heberförmig gebogen war und dann in einen etwa 1 m langen horizontalen Schenkel mit kurz aufgebogenem Ende verlief. Bei passender Füllung

nahm der Wasserfaden ½ bis ¾ der Länge des Horizontalrohrs ein. Wenn für möglichst genaue Horizontalstellung des auf einem langen geraden Holzstab befestigten Rohres gesorgt war, so war der Wasserfaden in sehr langsamer Bewegung begriffen; dieselbe war meist ein Zurückweichen (bei meinen Hauptversuchen 0,1 bis 1,0 mm minutlich), bisweilen aber, wenn dicht vorher etwas zuviel Wasser in das Gefäss gegossen war, ein Vorrücken.

Wenn nun dem Gefäss Wasser entnommen wird, so zieht sich der Faden zurück; dasselbe muss also auch in Folge der Verdunstung eintreten;[1]) es muss in erhöhtem Mass eintreten, wenn die Verdunstung durch Elektricität beschleunigt wird; und letzteres hat Herr Exner stets beobachtet.

Das Wasser elektrisirte ich vermittelst einer, in 4 m Entfernung aufgestellten stark wirkenden Holtz'schen Maschine, deren eine Elektrode zur Erde abgeleitet war, während von der anderen ein dünner, frei schwebender Kupferdraht ausging, dessen zusammengerolltes Ende im Wasser des Gefässes lag. Dem Wasser liessen sich bei Drehung der Maschine starke Funken entziehen. Beobachtet wurde nun der Rück-

---

1) In der wegen Luftheizung sehr trockenen Luft meines Zimmers (circa 30% relative Feuchtigkeit) verdunsteten bei 20° C. von einer Wasserfläche von 95 qcm in einer flachen Metallschale minutlich etwa 13 bis 15 mgr. Geschieht die Verdunstung von einer grösseren Wasserfläche aus ebenso, so konnten von der Wasserfläche der obigen Versuche minutlich doch nur 7 bis 8 cgr verdunsten. Könnte man nun voraussetzen, dass die minutlich aus dem Horizontalrohr zurückweichende Menge, gleich der minutlich verdunstenden Menge ist, so würde das Zurückweichen des Fadens 5 bis 6 mm betragen, also doch immer nur halb soviel als der von Herrn Exner beobachtete Betrag von durchschnittlich 1 cm. Wenn seine Versuche also nicht etwa bei sehr viel höherer Temperatur und sehr viel grösserer Trockenheit der Luft angestellt sind, so muss die grosse Geschwindigkeit des Fadenrückganges durch andere Umstände veranlasst gewesen sein.

gang des Fadens während der je 3 Minuten dauernden Drehung der Holtz'schen Maschine. (Ungefähr ebensolange oder kürzer dauerten die Elektrisirungen bei Herrn Exner.) Unmittelbar vor jeder Elektrisirung war der von selbst erfolgende Fadenrückgang einige Minuten lang beobachtet. Daraus sind dann die Rückgänge berechnet, welche während der folgenden 3 Minuten, auch ohne Elektrisirung, zu erwarten waren. Die Ergebnisse stehen in der folgenden Tabelle, in welcher das Minuszeichen ein Vorgehen des Fadens anzeigt. Die Bruchtheile der mm sind nur roh geschätzt.

Nr.	Rückgang des Fadens mit Elektrisirung	Rückgang des Fadens ohne Elektrisirung	Differenz
1.	0 mm	0 mm	0 mm
2.	1,0	3,0	— 2,0
3.	0,7	0,6	0,1
4.	0,5	0,0	0,5
5.	— 1,0	— 0,9	— 0,1
6.	1,0	0,6	0,4
7.	1,0	0,4	0,6
Mittel	0,46	0,53	— 0,07

Diese Versuche bestätigen also Herrn Exner's Ergebniss gar nicht; ein bestimmter Einfluss der Elektrisirung tritt überhaupt nicht hervor. Uebrigens will ich nicht unerwähnt lassen, dass bei fünf vorhergegangenen Versuchen mit einem anderen Glasrohr, das vielleicht nicht ganz so sorgfältig horizontal gestellt war, bei jeder Elektrisirung regelmässig starkes Vorrücken des Fadens um 23 bis 62 mm, anstatt des erwarteten Rückganges, beobachtet wurde, während der Faden vor der Elektrisirung und nach der Entladung sich langsam zurückzog. Ich vermag nicht anzugeben, ob hier etwa Influenzwirkungen vorlagen, oder welche Ursache sonst

gewirkt haben mag. Ebenso schwer ist es aber auch zu sagen, welchen Umständen bei Herrn Exner's Versuchen die Beschleunigung des Fadenrückganges zugeschrieben werden muss. Wenn vielleicht sein Glasrohr nur durch einen einzigen, die Rohrmitte fassenden Halter befestigt war, — während ich zwei Halter benutzte, — so könnte man vielleicht an ein geringes Herausheben des Glasrohrs aus dem Wasser in Folge der elektrischen Abstossung denken. Das dadurch bewirkte Sinken des Wasserspiegels hat ein Zurückweichen des Fadens im Rohr zur Folge.

Auf Grund meiner Versuche schliesse ich, dass die von Herrn Exner angegebene Versuchsanordnung nicht geeignet ist, mit irgend welcher Sicherheit den Nachweis zu liefern, dass eine elektrisirte Wasserfläche schneller verdunstet als eine unelektrisirte.

Hiermit soll indessen die Thatsache selber nicht bestritten werden. Dieselbe ist vielmehr, nachdem sie von Nollet entdeckt, von Beccaria bestätigt und von Pfaff[1]) wieder bestritten worden, durch Peltier[2]) zweifellos nachgewiesen, von Reitlinger[3]) ebenfalls bestätigt, und zuletzt nochmals von Mascart[4]) durch sehr sorgfältige Versuche ausser Zweifel gestellt. Aber aus dieser Thatsache folgt keineswegs, dass die Dämpfe Elektricität mitnehmen. Die Beschleunigung der Verdunstung, welche von den genannten Beobachtern meist dadurch erzielt war, dass sie stark elektrisirte Drähte oder Spitzen über der Wasserfläche anbrachten, findet ja ihre einfache Erklärung durch den elektrischen Wind, da in bewegter Luft die Verdunstung viel schneller

1) Gehlers Wörterbuch. 3. Seite 289. 1827.

2) A. Peltier: Météorologie. Observations etc. des Trombes. Brux. 1841. Chap. XII, Seite 76—88.

3) Tageblatt d. 48. Verf. Deutscher Naturf. in Graz. 1875. Seite 208.

4) Mascart: Comptes rendus. 86 1878. Seite 575.

vor sich geht als in ruhiger. Die Wirkung der Elektricität ist hierbei also nur eine indirekte. Was Peltier (a. a. O. Seite 87) gegen diese Deutung der Erscheinung vorbringt, ist nicht überzeugend. Auch Herr G. Wiedemann[1]) bespricht in seinem grossen Werke die betreffenden Versuche unter der Ueberschrift: „Der elektrische Wind befördert die Verdampfung."

Hiernach erscheint also die durch Elektricität bewirkte Verdunstungsbeschleunigung im Allgemeinen, und die Exner'sche Versuchsanordnung im Besonderen nicht geeignet zur Beantwortung der Frage, ob die Dämpfe Elektricität mit sich nehmen.

4. Ich wende mich nun zu der anderen Versuchsreihe des Herrn Exner, welche obige Frage direkt zu beantworten bestimmt ist. Seinen Angaben folgend stellte ich ein grosses cylindrisches Messinggefäss von $^1/_3$ m Weite und fast $^1/_2$ m Tiefe auf 3 Schellacksäulchen isolirt auf. Es war dazu bestimmt, die durch Aetherdämpfe übertragene Elektricität aufzunehmen. Der Aether befand sich etwa 1 cm über der Mitte dieses Gefässes in einer flachen Messingschale von 11 cm Durchmesser und mit 6 mm hohem wulstigen Rande. Die Schale hing an drei 13 cm langen Drähten, die oben in einen Ring zusammenliefen, letzterer getragen von einem kleinen Messinghaken, der das Ende eines 30 cm langen, zweimal rechtwinklig gebogenen Ebonitstabes ‾‾‾|___ bildete.

Die Versuche verliefen nun so: Das Messinggefäss wurde erst zur Erde abgeleitet, darauf isolirt und durch einen mit isolirter Handhabe versehenen Draht mit einem Pol eines Mascart'schen Elektrometers in Verbindung gesetzt, das für objektive Ablesungen mit Lichtzeiger eingerichtet war. Wenn

1) G. Wiedemann: Die Lehre v. d. Elektricität. Bd. IV. § 835. Seite 628. 1885.

das Gefäss ganz allein stand, — ohne geladene Messingschale über ihm, — so betrugen die jetzt erfolgenden Ausschläge des Lichtzeigers meist 10 bis 20, selten bis 40, Theilstriche, und erwiesen das Gefäss fast ausnahmslos als negativ. Die Empfindlichkeit war eine solche, dass ein Pol eines Daniellelementes, dessen anderer Pol an Erde lag, 15 bis 20 Skalentheile Ausschlag gab.

Solche Versuche mit dem Messinggefäss allein wurden zur Controle fortwährend zwischen die eigentlichen Versuche eingeschoben. Um letztere anzustellen, musste man die Schale, sei es mit, sei es ohne Aetherfüllung, elektrisiren. Dazu wurde sie auf den (+) Konduktor einer im Nebenzimmer stehenden Reibungselektrisirmaschine gesetzt, und letztere ein Mal gedreht. Dann wurde die Schale vermittelst des erwähnten Ebonitstabes, dessen anzufassendes Ende mit Stanniol bewickelt war, vom Konduktor abgenommen und über dem nicht zur Erde abgeleiteten Messinggefäss aufgehängt. Nach 1 bis $1^1/_4$ Minuten wurde sie wieder entfernt, und jetzt die Elektrisirung des Gefässes untersucht. War die Schale leer gewesen, so erfolgten nun bald negative, bald positive Ausschläge, ohne Regelmässigkeit. Die negativen Ausschläge waren dabei oft wesentlich grösser als bei freiem Gefäss (ohne Schale), was nur als Influenzwirkung gedeutet werden kann.

Die positiven Ausschläge sind Folge schwacher Zerstreuung der positiven Ladung der Schale, die darüber gehangen hatte.

Wenn nun die + elektrisirte Schale Aether enthalten hatte, waren die nachträglichen Ausschläge stets sehr gross +; meist ging der Lichtzeiger über die Skala hinaus. Herrn Exner's Beobachtungen hierüber finden also volle Bestätigung. Nichtsdestoweniger ist der von ihm gezogene Schluss, dass hierdurch

die Mitnahme der Elektricität durch die Aetherdämpfe bewiesen sei, nicht haltbar. Denn ich erhielt nach Qualität und Quantität genau ebensolche Resultate, wenn die Füllung der Schale nicht Aether, sondern unter 0° C. abgekühltes Salzwasser einer Kältemischung war. In diesem Falle fand aber sicher keine Verdunstung statt, sondern im Gegentheil Condensation der Wasserdämpfe aus der umgebenden Luft auf der abgekühlten Schale. Wenn trotzdem auch in diesem Falle Elektricität von der + elektrisirten Schale auf das darunter stehende Gefäss übertragen war, so konnte die Ursache nur in Luftströmungen liegen, die durch die starke Temperaturdifferenz erzeugt waren. Die an der kalten Messingschale herabsinkende Luft, oder vielmehr die in ihr schwebenden Staubtheilchen, entführen der Schale Elektricität und geben sie an das unten stehende Gefäss ab. Ganz ebenso muss der Vorgang sein, wenn die Schale mit Aether gefüllt ist; denn durch die Aetherverdampfung wird ja die Schale ebenfalls sehr stark abgekühlt.

Es ist überflüssig, die einzelnen Versuche aufzuzählen; nur soviel sei gesagt: Wenn überhaupt die Bedingungen der Versuchsanordnung richtig getroffen waren, so dass von der Aether enthaltenden + elektrisirten Schale + Elektricität auf das untergestellte Gefäss überging, so ging ausnahmslos auch von der mit Kältemischung gefüllten + elektrisirten Schale + Elektricität in mindestens demselben Betrag auf das untergestellte Gefäss über. Derartige Versuche können also sicher nicht als Beweis dafür dienen, dass die von einer elektrisirten Flüssigkeit aufsteigenden Dämpfe Elektricität mit sich nehmen. Die ganze Versuchsanordnung ist übrigens wenig empfehlenswerth und namentlich zu quantitativen Bestimmungen ungeeignet, denn auch bei scheinbar ganz gleicher Anordnung sind die Resultate oft wenig übereinstimmend. Daher

habe ich noch eine andere Methode angewendet, die quantitative Ergebnisse zu versprechen schien.

5. Der Grundgedanke dieser Methode ist folgender: Wenn die Dämpfe einer elektrisirten Flüssigkeit wirklich Elektricität mit sich nehmen, so muss sich von einer isolirt aufgestellten elektrisirten flachen Schale voll verdunstender Flüssigkeit die Elektricität schneller zerstreuen als von der leeren Schale. Man hat also nur die Geschwindigkeiten zu vergleichen, mit welchen bei voller und bei leerer Schale das Potential von demselben Anfangswerth aus abnimmt. Bei der Verwirklichung dieses Gedankens nahm ich Abstand von der Anwendung des Mascart'schen Elektrometers, um die Schale nicht auf einen eigenen Isolator stellen zu müssen, dessen Einfluss die Erscheinung kompliciren konnte. Die Elektroden dieses Elektrometers sind nämlich zu gebrechlich, um die Schale an ihnen selber aufzuhängen. Also befestigte ich die Schale direkt auf einem sogenannten Goldblattelektroskop. Als solches diente ein Beetz'sches Elektroskop mit Aluminiumblättchen, welche sich im Innern eines breiten liegenden Messingcylinders befinden, dessen Enden durch Glasplatten geschlossen sind. Die Blättchen hängen an einem Messingstab, der durch Ebonit und Schellack isolirt durch das Gehäuse hindurchgeht. Ausser dieser Isolirvorrichtung werden in den folgenden Versuchen keinerlei Isolatoren verwendet.

Die Schale mit der Flüssigkeit darf nun nicht unmittelbar an Stelle des Knopfes auf das Elektroskop geschraubt werden; denn die herabsinkenden Dämpfe oder kalten Luftströmungen, oder auch nur die Kälte der abgekühlten Schale, die bis zum Isolator geleitet wird, verändern, wie ich mich überzeugte, das Isolationsvermögen desselben in viel zu hohem Grade. Daher wurde statt des Knopfes zunächst ein 20 cm langer, horizontaler, in einen Knopf endigender Messingarm angesetzt, und von seinem Knopfe aus die (schon zu den früheren Versuchen benutzte) Schale vermittelst der drei

Drähte herabhängen gelassen. So konnte der Isolator möglichst wenig durch Kälteleitung verändert werden. Ein grosser Metallschirm mit rundem Loch für den freien Durchtritt des horizontalen Armes hielt die Dämpfe möglichst von dem Isolator ab. Der Beobachter war immer durch mit Stanniol bekleidete Pappschirme vom Elektroskop getrennt; das Elektroskopgehäuse und die Schirme waren zur Erde abgeleitet.

Nach Mittheilung einer Ladung (durch einen geriebenen Ebonitstab) nimmt die Blättchendivergenz langsam ab. Dieses allmähliche Sinken des Potentials verfolgte ich durch ein fest aufgestelltes, bei allen Versuchen unverrückt stehen gelassenes Mikroskop von horizontaler Lage mit 100-theiligem Okularmikrometer. Der Werth eines Theilstriches war $^1/_{20}$ mm. Weil nun Zehntel noch geschätzt werden konnten, so liessen sich Verrückungen des beobachteten Blättchens im Betrage von $^1/_{200}$ mm noch eben wahrnehmen. Im unelektrischen Zustande stand das eine Blättchen, welches stets allein beobachtet wurde, ganz am Rande des Gesichtsfeldes (beim Theilstrich —13). Beim Elektrisiren macht es einen Ausschlag durch das Gesichtsfeld hindurch, eventuell über den anderen Rand desselben hinaus. Man entzieht nun, durch Anlegen eines mittelmässig leitenden Stäbchens, soviel Elektricität, dass das Blättchen wenig über +82 steht; dann überlässt man das weitere Sinken der Zerstreuung. Wenn das Blättchen ungefähr bis auf 79 oder wenig tiefer gekommen ist, notirt man die Zeit, sowie die Stellung des Blättchens, und beobachtet nun weiter an einer Sekundenuhr mindestens 8 Minuten lang, bis zu welchem Strich das Blättchen nach je 2 Minuten gesunken ist. So kennt man die Strecken, welche das Blättchen in je 2 Minuten durchlaufen hat, und schliesst daraus auf die Geschwindigkeit der Zerstreuung der Elektricität. Die Durchlaufung der Strecke 80 bis 60 entspricht einer Verminderung des Winkels, den

das Blättchen mit der Vertikalrichtung macht, um weniger als 2 Grad, nämlich etwa von 8° 38′ bis 6° 48′. Diese Ausschläge entsprechen (nach freilich sehr roher Schätzung) Potentialwerthen von 200 bis 300 Daniell.

6. Vorversuche. Den Hauptversuchen mussten Vorversuche vorausgeschickt werden, um den Einfluss verschiedener Nebenumstände festzustellen. Zuerst suchte ich den Einfluss des Rückstandes im Isolator kennen zu lernen. Wenn das Elektroskop sehr stark geladen und dann wieder soweit entladen wurde, dass das Blättchen auf 80 stand, so änderte es nun von selbst seine Stellung ziemlich schnell im Sinne wachsenden Ausschlages bis gegen Theilstrich 90; man hatte es also mit einer Rückstandserscheinung zu thun: Die disponible Ladung wuchs von selbst. Ich gebe nur ein Beispiel aus vielen.

Am 13. Oktober 1887 wurde das Elektroskop 1 Minute lang sehr stark geladen gehalten und dann bis Strich 80 entladen; der Ausschlag wuchs darauf von selbst bis 88. Jetzt wurde soviel Elektricität entzogen, dass das Blättchen bis 81 sank. Von dem Moment, wo der Strich 80 passirt wurde, beobachtete ich dann das weitere in je 2 Minuten eintretende Sinken. Im Anschluss an diesen Versuch machte ich sofort einen zweiten mit schwacher Anfangsladung. Ich brachte das Blättchen auf 82 herab, es sank weiter, ohne von selbst gestiegen zu sein; und ich beobachtete wieder, vom Momente des Passirens von Strich 80 an, das weitere in je 2 Minuten eingetretene Sinken. Die Ergebnisse dieses Doppelversuchs waren:

Zeit	Sinken bei starker Anfangsladung	Sinken bei schwacher Anfangsladung	Differenz
0—2 min.	1,8 s	3,1 s	1,3 s
2—4 „	2,3	3,1	0,8
4—6 „	2,6	3,0	0,4

1 Skalentheil s = 1/20 mm.

Man bemerkt, dass die Blättchen nach voraufgegangener starker Ladung viel langsamer zusammenfallen, als nach schwacher Ladung. Hat man also, unter übrigens gleichen Umständen, bei zwei Versuchen Anfangsladungen von sehr verschiedener Stärke benutzt und sie etwa auch verschieden lange andauern lassen, so erfolgt das Zusammenfallen der Blättchen von derselben Anfangsstellung aus doch nie auf identische Weise, zumal in den ersten paar Minuten, während deren sich der Einfluss des Rückstandes am meisten fühlbar macht. Der hier erkannte Einfluss des zum Messinstrument gehörigen Isolators mahnte zur äussersten Vorsicht. Daher wurde bei den endgiltigen Versuchen immer eine möglichst gleiche Anfangsladung ertheilt, (Ausschlag bis zum Strich 110 bis 120), dieselbe möglichst schnell bis etwa zum Ausschlag 82 vermindert, und der weitere Zusammenfall — wie erwähnt — erst etwa von Strich 79 an beobachtet, um den in den ersten Minuten zu befürchtenden unregelmässigen Einfluss des Rückstandes möglichst auszuschliessen.

Ferner glaube ich bemerkt zu haben, dass wenn nach mehrstündiger Unterbrechung mehrere Versuche dicht hintereinander unter möglichst gleichen Umständen angestellt wurden, die Blättchen beim ersten Versuch meist etwas schneller zusammenfielen als bei den folgenden, so als ob ein Theil der zugeführten Elektricität zur Ladung des Isolators verbraucht würde. Als Beispiel diene der erste Versuch vom 14. Oktober 1887 (I), verglichen mit dem unmittelbar danach angestellten (II) und mit einem zwei Stunden später angestellten (III), nachdem inzwischen dauernd mit dem Instrument gearbeitet war.

	I	II	III
0—2 min.	3,1	2,65	2,7
2—4 „	2,5	2,55	2,6
4—6 „	2,7	2,3	2,3
6—8 „	2,1	2,1	2,2
0—8 min.	10,4	9,6	9,8

Der während 8 Minuten durchlaufene Weg des Blättchens ist im ersten Versuch (10,4 Skalentheile) merklich grösser als in den beiden anderen. Solche Bemerkung machte ich wiederholt, jedoch nicht ohne Ausnahme. Doch sind im Folgenden aus Vorsicht alle Versuche weggelassen, welche als erste nach mehrstündiger Unterbrechung angestellt wurden.

7. Weitere Vorversuche. Von weit störenderem Einflusse als der Rückstand zeigten sich die Aenderungen der Luftfeuchtigkeit und der Temperatur, wie das ja schon Coulomb erkannt hat. In Folge dieser Umstände waren Beobachtungen, die an verschiedenen Tagen oder nur zu wesentlich verschiedenen Stunden desselben Tages angestellt waren, überhaupt nicht mit einander vergleichbar. Um eine Vorstellung von der Verschiedenheit der Zerstreuung zu verschiedenen Tageszeiten und an verschiedenen Tagen zu geben, auch wenn die übrigen Bedingungen möglichst unverändert waren, kann folgende Zusammenstellung der Geschwindigkeiten des Blättchens in fünf verschiedenen Versuchen dienen, deren jeder als zweiter Versuch nach längerer Unterbrechung angestellt war.

	8. Okt. Nachm.	12. Okt. Vorm.	14. Okt. Vorm.	14. Okt. Nachm.	15. Okt. Vorm.
0—2 min.	6,65	0,8	2,65	3,7	1 9
2—4 „	6,0	0,9	2,55	3,4	1,9
4—6 „	5,4	1,0	2,3	3,3	1,6
6—8 „	5,55	1,0	2,1	3,3	1,6
0—8 min.	23,6	3,7	9,6	13,7	7,0

Wenn man hier auch die beiden ersten, höchst aussergewöhnlichen Versuche weglässt, so zeigen doch auch die übrigbleibenden, dass die Zerstreuung an einem Tage doppelt so gross sein kann als an einem anderen. Daraus entspringt die Nöthigung, immer nur solche Versuche mit einander zu

vergleichen, die unmittelbar nacheinander, also unter möglichst gleichartigen Bedingungen des Luftzustandes, angestellt worden sind.

Ich glaubte Anfangs den Isolator dadurch jedes Mal in denselben Zustand versetzen zu können, dass ich ihn dicht vor jeder Beobachtungsreihe mit der Bunsenflamme stark erhitzte. Dies Verfahren bewährte sich aber nicht, so dass ich es fallen liess.

8. Letzte Vorversuche. Um mich zu überzeugen, ob bei meiner Versuchsanordnung auch wirklich ein wesentlicher Theil der Elektricität sich in die Luft zerstreut, und nicht etwa der Haupttheil durch den Isolator entflieht, stellte ich am 14. Oktober Vormittags nahe nach einander 3 Versuche mit gleichem Anfangspotential an, bei deren mittelstem ich aber die am Horizontalarm hängende Schale entfernt hatte, so dass bei diesem Versuch eine wesentlich kleinere Oberfläche des geladenen Leiters mit der Luft in Berührung stand. Hier musste dann die Zerstreuung geringer sein. Die Zerstreuungsgeschwindigkeiten waren:

Zeit	Mit Schale	Ohne Schale	Mit Schale
0—2 min.	2,7	2,2	2,7
2—4 „	2,25	2,1	2,6
4—6 „	2,5	1,8	2,3
6—8 „	2,2	1,75	2,2
0—8 min.	9,65	7,85	9,8

Diese Versuchsreihe, sowie mehrere analog angestellte, lehren übereinstimmend, dass die Zerstreuung wesentlich langsamer erfolgt, wenn der Leiter durch Entfernung der Schale verkleinert ist, während die Zerstreuung bei dem ersten und letzten Versuch (mit Schale) recht befriedigend übereinstimmt.

Hiermit ist nachgewiesen, dass sich ein wesentlicher Theil der Ladung wirklich in die umgebende Luft zerstreut.

9. Versuche mit Wasser. Um zu ermitteln, ob bei der Verdunstung des Wassers von Zimmertemperatur Elektricität durch die Dämpfe fortgeführt wird, stellte ich am 8. Oktober Vormittags bei 18,0° C. dicht hintereinander drei Versuche an, die beiden ersten mit leerer Schale, während sich beim dritten reines Wasser von Zimmertemperatur in der Schale befand. Die Zerstreuungsgeschwindigkeiten waren:

Zeit	Schale leer	Schale leer	Schale voll Wasser
0—2 min.	4,4	4,45	4,3
2—4 „	4,3	4,4	4,3
4—6 „	4,05	4,0	4,2
6—8 „	3,85	4,05	4,0
0—8 min.	16,6	16,9	16,8

In diesen, wie in anderen Versuchen von derselben Anordnung, zeigt sich keine Spur eines Einflusses der Wasserfüllung auf die Zerstreuung der Elektricität.

Sodann benutzte ich kochendes Wasser, das in die stark erhitzte Schale gegossen und, nach Beruhigung des Aufwallens, elektrisirt wurde. Am 17. Oktober wurden unmittelbar nacheinander fünf Versuche angestellt: der erste mit leerer Schale von Zimmertemperatur (20° C.), der zweite mit stark erhitzter leerer Schale, die sodann elektrisirt wurde, der dritte mit der Schale voll heissen Wassers, der vierte mit erhitzter leerer, der fünfte mit der Schale voll heissen Wassers.

Zeit	Leere Schale von 20°	Leere Schale erhitzt	Schale voll heiss. Wasser	Leere Schale erhitzt	Schale voll heiss. Wasser
0—2 min.	2,6	3,2	3,0	2,9	2,9
2—4 "	2,6	2,8	2,5	2,5	2,9
4—6 "	2,0	3,1	2,8	2,75	2,6
6—8 "	2,0	2,6	2,6	2,65	2,7
0—8 min.	9,2	11,7	10,9	10,8	11,1

Während der ersten 8 Minuten nach Passirung des Striches durchlief das Blättchen also bei leerer Schale von 20° 9,2 Skalentheile, bei leerer erhitzter Schale (im Mittel beider Versuche) 11,25 s, bei erhitzter Schale voll heissen Wassers (im Mittel beider Versuche) 11,0 s. Die Anwesenheit des heissen stark verdampfenden Wassers in der Schale hat hiernach keinen nachweisbaren Einfluss auf die Zerstreuung der Elektricität. Es nehmen also die Wasserdämpfe, mögen sie von einer mehr oder weniger heissen, elektrisirten Wasserfläche aufsteigen, keine nachweisbaren Elektricitätsmengen mit.

Dass die Elektricitätszerstreuung von der erhitzten Schale schneller stattfindet als von der kalten, hat seinen Grund offenbar in den durch die Temperaturdifferenz erzeugten Luftströmungen, worüber unten (in 11.) mehr.

10. Versuche mit Aether und mit Kältemischung. Der in die flache Schale gegossene Aether verdunstet so schnell, dass die Schale schon nach 9 Minuten fast trocken ist. Dabei ist der Wärmeverbrauch so bedeutend, dass man unterhalb der Schale mit der Hand den kalten herabsinkenden Strom von Luft und Aetherdampf fühlen kann. Diese Bemerkung führte dazu, jedes Mal unter möglichst gleichen Umständen Parallelversuche mit Aether und mit unter 0° abgekühltem Salzwasser, einer Kältemischung von Kochsalz und Schnee entstammend, anzustellen. Die hauptsächlichsten meiner Versuchsreihen theile ich nun mit. Am 8. Oktober

Nachmittags stellte ich unmittelbar nacheinander 2 Versuche mit leerer Schale und 2 Versuche mit Kältemischung an, darauf nach einviertelstündiger Pause, während deren aber das Elektroskop schwach geladen blieb, einen Versuch mit leerer Schale, einen mit Aether, und wieder einen mit leerer Schale.

Zeit	Leere Schale	Leere Schale	Kälte-misch.	Kälte-misch.	Leere Schale	Aether	Leere Schale
0—2 min.	6,4	6,65	7,1	7,8	7,7	9,0	8,0
2—4 „	5,9	6,0	7,3	7,1	7,1	8,0	7,4
4—6 „	5,5	5,4	6,6	6,8	6,7	7,2	7,1
6—8 „	5,4	5,55	5,5	6,2	6,5	6,8	6,5
0—8 min.	23,2	23,6	26,5	27,9	28,0	31,0	29,0

Diese Versuche lehren, besonders bei Betrachtung der Zahlen der letzten Horizontalreihe, folgendes: Während die ersten beiden Versuchsreihen (mit leerer Schale) sehr gleichartigen Verlauf der Zerstreuung zeigen, ist letztere bei Füllung der Schale mit sehr kaltem Wasser wesentlich beschleunigt; beim ersten Kälteversuch durchläuft das Blättchen binnen 8 Minuten 2,9 Skalentheile mehr als beim vorhergehenden Leerschalen-Versuch. Durch die Versuche mit dem kalten Wasser scheint das Isolationsvermögen so verschlechtert zu sein, dass bei dem 15 Minuten später angestellten Leerschalen-Versuch die Zerstreuung genau so gross ist wie bei dem zuletzt vorhergegangenen Versuch mit der Kältemischung. Aber bei dem nun folgenden Versuch mit Aether durchläuft das Blättchen doch binnen 8 Minuten noch 3,0 Skalentheile mehr. Die Beschleunigung der Zerstreuung gegenüber dem vorhergehenden Leerschalen-Versuch hat also merklich gleichviel betragen, wenn man die Schale mit sehr kaltem Wasser oder wenn man sie mit Aether gefüllt hat. Bei-

läufig sei bemerkt, dass alle an diesem Nachmittage beobachteten Zerstreuungsgrössen bei Weitem grösser waren als ich sie je sonst beobachtet habe.

Die Versuche vom 14. Oktober Vormittags ergaben:

Zeit	Leere Schale	Aether	Leere Schale
0—2 min.	2,4	3,0	2,7
2—4 „	2,6	2,5	2,3
4—6 „	2,15	2,55	2,5
6—8 „	2,0	2,1	2,2
0—8 min.	9,15	10,15	9,7

Vergleicht man das Mittel der beiden Leerschalen-Versuche mit dem Aetherversuch, so zeigt sich, dass in letzterem das Blättchen binnen 8 Minuten 0,73 Skalentheile mehr durchlaufen. Also lehrt auch diese Versuchsreihe eine freilich nur geringe Beschleunigung der Zerstreuung durch die Aetherfüllung der Schale.

Aus der grösseren Zahl von Versuchen vom 14. Oktober Nachmittags theile ich 3 unmittelbar nacheinander angestellte mit, der erste mit leerer Schale, die beiden folgenden mit Aether; sodann 5 weitere, nach viertelstündiger Unterbrechung angestellte, theils mit leerer Schale, theils mit Kältemischung.

Zeit	Leere Schale	Aether	Aether	Leere Schale	Kältemisch.	Leere Schale	Kältemisch.	Leere Schale
0—2 min.	3,7	3,7	3,7	5,7	3,7	3,6	4,0	4,5
2—4 „	3,4	3,6	3,3	3,2	3,2	3,2	3,8	3,4
4—6 „	3,3	3,1	3,4	3,1	3,0	3,1	3,4	3,4
6—8 „	3,3	3,2	3,1	3,3	3,0	3,1	3,1	3,3
0—8 min.	13,7	13,9	13,5	13,3	12,9	13,0	14,3	14,6

Bildet man aus den Zahlen der beiden Aetherversuche das Mittel, so findet man es übereinstimmend mit dem Leerschalenversuch (13,7).

I n d i e s e m F a l l e w a r a l s o g a r k e i n E i n f l u s s d e s A e t h e r s e r k e n n b a r.

Auch der erste Kältemischungsversuch unterscheidet sich nicht merklich von dem dicht vorher und dem dicht nachher angestellten Leerschalenversuch. Bei den letzten Versuchen nahm aber die Isolirung allmählich ab, vielleicht weil die Zimmertemperatur von 17,5° auf 16,7° gesunken war. Ich bilde daher das Mittel der letzten drei Leerschalenversuche und vergleiche es mit dem Mittel der beiden Kältemischungsversuche, und finde:

Zeit	Leere Schale	Kältemischung	Differenz
0 2 min.	3,93	3,85	+ 0,08
2—4 „	3,27	3,50	— 0,23
4—6 „	3,20	3,20	± 0,00
6—8 „	3,23	3,05	+ 0,18
0—8 min.	13,63	13,60	+ 0,03

H i e r i s t a l s o n i c h t d e r m i n d e s t e E i n f l u s s d e r K ä l t e m i s c h u n g n a c h w e i s b a r, g e r a d e s o w i e v o r h e r k e i n E i n f l u s s d e s A e t h e r s.

Als letzte sei die Versuchsreihe vom 15. Oktober Vormittags mitgetheilt. Nach dem Versuch mit Kältemischung fand eine viertelstündige Unterbrechung statt, während deren aber — wie immer in solchen Fällen — das Elektroskop schwach geladen gehalten war. Die folgenden fünf Versuche schlossen sich dann unmittelbar an.

Zeit	Leere Schale	Kälte-misch.	Leere Schale	Aether	Leere Schale	Aether	Leere Schale
0—2 min.	1,9	2,5	1,85	2,0	2,5	2,0	2,0
2—4 „	1,9	1,95	1,35	1,95	1,9	1,9	1,9
4—6 „	1,6	1,75	1,7	1,7	1,7	1,8	1,85
6—8 „	1,6	1,5	1,4	1,5	1,6	1,45	1,4
0—8 min.	7,0	7,7	6,3	7,15	7,7	7,15	7,15

Der Kältemischungsversuch lässt gegen den dicht vorhergehenden Leerschalenversuch eine geringe Beschleunigung der Zerstreuung erkennen (0,7), besonders in den ersten Minuten; etwa eben so gross ist die Beschleunigung beim ersten Aetherversuch gegenüber dem dicht vorhergegangenen Leerschalenversuch (0,85), wieder besonders in den ersten Minuten. Die folgenden Versuche freilich verrathen keinen nennenswerthen Einfluss des Aethers auf die Zerstreuung der Elektricität; bildet man nämlich das Mittel der drei letzten Leerschalenversuche und vergleicht es mit dem Mittel der beiden Aetherversuche, so findet man sie im Wesentlichen übereinstimmend.

Zeit	Leere Schale	Aether	Differenz
0—2 min.	2,12	2,00	+ 0,12
2—4 „	1,72	1,92	− 0,20
4—6 „	1,75	1,75	± 0,00
6—8 „	1,47	1,48	− 0,01
0—8 „	7,06	7,15	− 0,09

Ausser den mitgetheilten habe ich noch mehrere Versuche derselben Art gemacht, aber ohne wesentlich andere Ergebnisse.

Zusammenfassend kann ich sagen, dass sich die Aetherfüllung der Schale in manchen Fällen ohne nennenswerthen

Einfluss auf die Elektricitätszerstreuung gezeigt hat, in anderen Fällen aber eine Beschleunigung derselben bewirkt hat. Unter allen Umständen war aber das Verhalten der mit Kältemischung gefüllten Schale in den gleichzeitig angestellten Parallelversuchen mit dem Verhalten der Aetherschale übereinstimmend. Daraus geht hervor, dass jedenfalls nicht die Dämpfe als Träger der Elektricität wirksam gewesen sind, sondern dass nur die in Folge der Temperaturdifferenz eingetretenen Luftströmungen für die veränderte Elektricitätszerstreuung verantwortlich gemacht werden können.

11. Einfluss der Luftbewegung auf die Elektricitäts-Zerstreuung. Schon in den nach Exners Verfahren (§ 4, pag. 29) ausgeführten Versuchen, und dann in den eben besprochenen mit Kältemischung (§ 10) und auch mit erhitzter Schale (§ 9, pag. 37) hat sich sehr deutlich eine Beschleunigung der Elektricitätszerstreuung durch stärkere Bewegung der Luft, — wie sie durch Temperaturdifferenzen erzeugt wird, — gezeigt. Dadurch ist dann auch die Zerstreuungs-Beschleunigung von der mit Aether gefüllten Schale ohne Weiteres verständlich geworden. Ich hielt es aber doch für nöthig, diese Beschleunigung durch Bewegung der Luft auch noch direkt nachzuweisen. Dazu wurde zwischen je zwei Mikroskopablesungen Luft mit einem Handblasebalg ziemlich stark gegen die Schale oder an ihr vorbei geblasen, wobei sie einigermassen in's Schwanken gerieth. Ein solcher Versuch wurde z. B. am 14. Oktober Vormittags zwischen dem in § 8, pag. 35 mitgetheilten Versuch mit Schale und dem folgenden ohne Schale eingeschaltet. Also ist er mit dem Mittel der obigen beiden Schalenversuche, deren erster dicht vor ihm, deren zweiter $^1/_4$ Stunde nach ihm angestellt wurde, direkt zu vergleichen.

Zeit	Bewegte Luft	Stille Luft	Differenz
0—2 min.	3,4	2,70	0,70
2—4 „	2,8	2,42	0,38
4—6 „	3.1	2,40	0,70
6—8 „	2,8	2,20	0,60
0—8 min.	12,1	9,72	2,38

Hier zeigt sich also eine sehr wesentliche Beschleunigung der Zerstreuung durch das Blasen. Dasselbe Ergebniss fand ich noch öfter.

Später habe ich auch noch eine etwas geänderte Versuchsanordnung angewandt. Ich elektrisirte nämlich die Schale und beobachtete die Elektricitätszerstreuung, indem ich die Schale erst einige Minuten ruhig hängen liess, sie dann während einiger Minuten zwischen je zwei Ablesungen mit dem Blasebalg anblies, sie dann wieder einige Minuten ruhig hängen liess u. s. f. So erhielt ich am 3. Januar 1888 folgende Beobachtungsreihe, in der die dritte Spalte die vom Blättchen in je 2 Minuten durchlaufenen Strecken enthält.

Zeit	Strich	Strecke	Luftbewegung
$11^{h}\ 25^{m}\ 0^{sec.}$	84,8		
		0,9	Schale ruhig.
27	83,9		
		0,8	
29	83,1		
		0,9	
31	82,2		
		1,2	Schale angeblasen.
33	81,0		
		0,9	
35	80,1		
		1,2	
37	78,9		
		1,1	
39	77,8		
		0,9	Schale ruhig.
41	76,9		
		0,9	
43	76,0		
		1,0	
45	75,0		
		0,9	
47	74,1		
		1,3	Schale angeblasen.
49	72,8		

In der ersten und zweiten Periode des ruhigen Hängens der Schale betrug hiernach die minutlich durchlaufene Strecke 0,43 und 0,46 Skalentheile, während in den beiden Blaseperioden minutlich 0,55 resp. 0,65 Skalentheile durchlaufen wurden.

Ich stellte noch einige ganz analoge Versuche, jedoch mit Weglassung der Schale, an, so dass nur der Knopf des Horizontalarms angeblasen wurde. So fand ich z. B. am 3. Januar 1888:

Zeit	Strich	Strecke	Luftbewegung
11 h 59 m 0 sec.	89,4		
12 1 0	88,3	1,1	
3	87,4	0,9	Ohne Blasen.
5	86,5	0,9	
7	85,0	1,5	
9	83,7	1,3	Mit Blasen.
11	83,0	0,7	
13	82,1	0,9	
15	81,4	0,7	Ohne Blasen.
17	80,7	0,7	
19	79,7	1,0	
21	78,8	0,9	Mit Blasen.
23	78,0	0,8	
25	77,1	0,9	
27	76,3	0,8	Ohne Blasen.
29	75,7	0,6	
31	74,9	0,8	
33	73,9	1,0	Mit Blasen
35	73,0	0,9	

Also hat das Blättchen in den aufeinander folgenden Perioden ohne und mit Blasen minutlich folgende Strecken durchlaufen:

Ohne Blasen	0,48	0,38	0,39
Mit „	0,58	0,45	0,47

Aus diesen Versuchen folgt, dass die Elektricitätszerstreuung in bewegter Luft schneller geschieht als in ruhiger, vermuthlich in Folge der grösseren Anzahl der in gleichen Zeiten herangeführten Staubtheilchen, die sich an dem elektrisirten Körper laden. Jedenfalls ist nicht eine etwaige entgegengesetzte Elektrisirung der durch den Blasebalg geschickten Luft als Ursache der schnelleren Zerstreuung anzusehen; denn die Beschleunigung der Zerstreuung durch's Blasen liess sich ebensogut nachweisen, wenn die Schale (+), als wenn sie (—) geladen war.

Ich bin auf diesen Gegenstand etwas ausführlicher eingegangen, weil ältere Versuche von Matteucci[1]) das entgegengesetzte Resultat ergeben hatten, und weil letzteres — trotz seiner inneren Unwahrscheinlichkeit — Eingang in gute Werke über Elektricität gefunden hat.[2]) Ich kann auf Grund meiner mitgetheilten Versuche die Ergebnisse Matteuccis nur für falsch halten.

12. Die wesentlichsten Ergebnisse sind folgende:

1) Die durch Elektricität bewirkte Verdunstungsbeschleunigung im Allgemeinen, und die Exner'sche Versuchsanordnung im Besonderen, ist nicht geeignet zur Beantwortung der Frage, ob die Dämpfe einer elektrisirten Flüssigkeit Elektricität mit sich nehmen.

2) Aus Herrn Exner's Versuchen über den Uebergang der Elektricität von einer mit Aether gefüllten Schale auf ein anderes Gefäss lässt sich kein Schluss auf die Mitnahme der Elektricität durch die Aetherdämpfe ziehen.

3) Versuche über Zerstreuung der Elektricität lassen

---

1) Ann. de Chim. et de Phys. 3. sér. tom. 28. Seite 386. 1850.

2) E. Mascart: Handb. d. stat. Elektr. Deutsch von Wallentin. I. § 41. Seite 101. Wien 1883. G. Wiedemann: D. Lehre v. d. E. Bd. IV, 2. Abth. Seite 610 giebt das Resultat als „unsicher" an.

keine Spur einer Mitnahme der E durch die Dämpfe von Wasser oder von Aether erkennen.

4. Beiläufig hat sich ergeben, dass Bewegung der Luft die Elektricitätszerstreuung beschleunigt.

Nachdem also die den Blake'schen Ergebnissen scheinbar widersprechenden des Herrn Exner als hinfällig erwiesen, und die Blake'schen Resultate durch meine gänzlich anders angeordneten Versuche über Zerstreuung vollständig bestätigt sind, darf man behaupten, dass eine Mitnahme der Elektricität durch die Dämpfe einer elektrisirten Flüssigkeit bisher durchaus nicht nachweisbar ist.

Zu Gunsten dieser Anschauung lässt sich schliesslich nur noch eine allgemeine Ueberlegung anführen, nämlich die: dass die Elektricität eines frei schwebenden geladenen Tropfens beim gänzlichen Verdunsten desselben doch an das umgebende gasförmige Medium übergehen muss! Indessen scheint die Verwirklichung dieses gedachten Vorganges mit sehr grossen Schwierigkeiten verknüpft zu sein. Zwar erzeugt Hr. Linss[1]) zu dem Zwecke mittelst eines isolirten, elektrisirten Zerstäubungsapparats eine Wolke kleiner geladener Tröpfchen. Alsdann zeigt ein Elektrometer vermittelst eines Flammenkollektors noch $^1/_4$ Stunde später beträchtliche Ausschläge. Hieraus kann man aber keinen Schluss auf Elektrisirung der Zimmerluft ziehen, wie Hr. Linss will. Denn die elektrisirten Tröpfchen können unmöglich reine Flüssigkeit bleiben; sondern sie müssen sofort Staubtheilchen an sich ziehen und, wegen der Benetzung letzterer, mit ihnen verbunden bleiben. Wenn sie dann verdunsten, lassen sie die Staubtheilchen geladen zurück. — In welcher Weise die Elektricität eines völlig reinen Flüssigkeitstropfens bei seinem Verdunsten sich der

1) Ueber einige die Wolken- und Luftelektricität betreffende Probleme. In der Meteorologischen Zeitschr. Oktober 1887. S. 356.

umgebenden Luft mittheilen kann: darüber sind wir zur Zeit gänzlich in Unkenntniss.

Somit glaube ich vollständig bewiesen zu haben, dass eine Theorie der Luftelektricität, welche die Mitnahme der Elektricität durch die von der geladenen Erde aufsteigenden Wasserdämpfe zur Grundlage hat, bis jetzt jeder experimentellen Stütze entbehrt.

II.

Theoretischer Theil.

13. Die Betrachtungen, welche ich vor einiger Zeit über den Ursprung der gewöhnlichen Elektricität der Atmosphäre veröffentlicht habe,[1]) muss ich, mit Rücksicht auf das Folgende, hier kurz wiederholen.

„Es ist Thatsache, dass sehr oft zwei oder mehr Luftströme von verschiedener Richtung übereinander fliessen . . . . und dass sie meistens sehr verschiedene Temperatur besitzen. Sobald nun der eine von zwei aneinander hinfliessenden Luftströmen Eistheilchen mit sich führt, der andere Wassertheilchen, so muss . . . wegen der Reibung der Wassertheilchen an den Eistheilchen Erregung von Elektricität die Folge sein: Die Eistheilchen werden positiv,[2])

---

1) Der Ursprung der Gewitter-Elektricität und der gewöhnlichen Elektricität der Atmosphäre. Jena. Fischer. 1885. Seite 55 und 56.

2) In der oben citirten Abhandlung über atmosphärische Elektricität vom Jahre 1886 sagt Herr Exner (Seite 50) nach Anführung einiger Bedenken gegen meine Ansichten über die Luftelektricität: „Es ergeben sich aber noch andere bedeutendere Schwierigkeiten. Vor Allem ist der Schnee keineswegs immer positiv, sondern häufig auch negativ;“ u. s. f. Und ein Jahr später sagt derselbe Autor über denselben Gegenstand (Ueber die Abhängigkeit der atmosphärischen Elektricität vom Wassergehalt der Luft. Sitzungsber. d. Wiener Akad. Bd. 96. II. Abth. Juli 1887): „Es wurde erwähnt, dass das Regenwasser immer negativ ist: eine Ausnahme davon habe ich nur im Winter gefunden, wenn Regen und Schnee abwechselnd

die Wassertheilchen negativ elektrisch. Welcher von den beiden Strömen oberhalb des anderen fliesst, dass lässt sich nicht allgemein angeben. Da aber die Temperatur durchschnittlich nach oben hin abnimmt, so wird in der überwiegenden Mehrzahl der Fälle der Eisstrom als oberhalb des Wasserstroms fliessend vorausgesetzt werden dürfen. Daraus folgt, dass man, bei einer schematisch vereinfachten Betrachtung, als Grenze beider Ströme die Isothermfläche Null annehmen darf, oberhalb deren sich also positive, unterhalb deren sich negative Elektricität entwickelt. Nun gelangen natürlich die Wassertheilchen, da sie den minder hoch fliessenden Luftströmen angehören, im Allgemeinen früher zur Erde (in der Gestalt von Regen) als die Eistheilchen der oberen Ströme mit ihrer + E. Indem die Regentropfen ihre — E an die Erde abgeben, so muss die Erdoberfläche negativ elektrisch werden, und sie muss auch negativ bleiben, weil dieser Process sich unaufhörlich wiederholt. In den höheren Luftschichten aber muss die + E der geriebenen Eistheilchen vorwiegen. Mit Rücksicht hierauf ist man berechtigt, die Isothermfläche Null, obgleich an ihr beide Arten von Elektricität entstehen, doch als überwiegend positiv elektrisch anzusehen."

---

fällt. Letzterer scheint immer positiv zu sein, obgleich ich nur wenige Beobachtungen darüber anzustellen Gelegenheit hatte." — Wo bleibt nun die „bedeutende Schwierigkeit", die meine Ansicht darbieten soll? Uebrigens möchte ich bemerken, dass man aus etwaigen negativen Angaben des Elektrometers bei Schneefall noch keineswegs schliessen darf, der Schnee selbst sei negativ. Denn bei Reibung von Stahl, Messing, Glas, Wasser an Eis werden, wie ich bewiesen habe (Elektrisirung von Eis durch Wasserreibung, Wiedemann's Annal. d. Physik. Bd. 28. 1886, p. 559 und 560), erstere Substanzen stets negativ, das Eis positiv. Wenn also unelektrischer oder selbst schwach positiver Schnee einigermassen heftig reibend gegen den Sammelapparat der atmosphärischen Elektricität getrieben wird, muss dieser selbst negativ werden.

Vergleicht man diese Hypothese mit der von Herrn W. Thomson aufgestellten Ansicht,[1]) nach welcher das Erdganze als eine kugelförmige Leydener Flasche aufzufassen ist, deren Isolator die Luft, deren Innenbelegung die negativ geladene Erde, deren Aussenbelegung die höheren Luftschichten sind, welche Thomson ohne weitere Begründung als positiv voraussetzt, so erkennt man, dass ich für die Thomsonsche Vorstellung eine physikalische Unterlage zu gewinnen gesucht habe. Das Bild der Leydener Flasche trifft bei mir nur insoweit nicht zu, als die Aussenbelegung nicht von einem Leiter, sondern von einem positiv elektrisirten Isolator, nämlich den elektrisirten Eiskryställchen der oberen Luftschichten, gebildet wird.

Uebrigens giebt es neben der gegenseitigen Reibung von Wasser- und Eistheilchen vermuthlich noch andere Quellen der Luftelektricität. Denn abgesehen von der Reibung von Tröpfchen und Eiskrystallen am Boden[2]) muss auch der durch Wind emporgetriebene Staub negative Elektricität der Erdoberfläche mitnehmen.[3]) Ebenso müssen, worauf Hr. Exner mit Recht hinweist, vom Wellenschaum des Meeres viele Wassertheilchen durch den Sturm in die Atmosphäre übergeführt werden und ihre — E mitnehmen. Einen Beweis für letzteren Vorgang bietet schon die ungemeine Verbreitung des Natriums, das sich ja, nach Ausweis der spektralen Natriumreaktion, fast in allem Staube findet und wohl nur auf diese Weise in die Luft gelangen kann.[4]) Die Herbeibringung von — E, d. h. die Verkleinerung

1) Atmospheric Electricity. Reprint of papers on Electrostatics and Magnetism. By Sir W. Thomson. London 1872. Seite 218. Sektion 281.

2) Sohncke: Der Ursprung der Gewitter-Elektrität. Seite 57.

3) Ebenda. Seite 61.

4) Vergl. dazu die überzeugenden Betrachtungen von Kirchhoff und Bunsen in ihrer Abhandlung über Spektralanalyse. Poggend. Annal. 110. 1860. Seite 168 u. 169.

des + Potentialgefälles durch solchen Wellengischt hat Hr. Exner auch direkt beobachten können.[1])

14. Die periodischen Aenderungen der Luftelektricität, sowohl die Tages- als die Jahresperiode, führe ich nun darauf zurück, dass die Lage der Isothermfläche Null, und mit ihr natürlich auch diejenige der diesseits und jenseits befindlichen elektrisirten Theilchen, sich in gleicher Weise periodisch ändert. Das will Hr. Exner nicht gelten lassen, sondern er sagt:[2]) „Das Potentialgefälle hängt nur ab von den Ladungen der Erde und der Temperaturfläche 0°, nicht aber von deren Entfernungen, so dass dasselbe konstant bleiben müsste; es kann also auf diese Weise der Unterschied zwischen Sommer und Winter nicht erklärt werden. Das Gleiche gilt von den täglichen Maximis und Minimis des Potentialgefälles." In gleichem Sinne äussert sich Hr. J. Kollert,[3]) indem er zugleich eine Rechnung dazu anstellt.

Und doch ist es äusserst leicht einzusehen, dass dieser Einwurf unbegründet ist. Freilich wenn die Isothermfläche Null dauernd als gleichförmig elektrisirte Kugelfläche die Erdkugel koncentrisch umgäbe, und sich koncentrisch ausdehnte und zusammenzöge, so bliebe das Potentialgefälle am Erdboden dadurch unberührt. Nun aber ist jene Fläche weit davon entfernt, diese Bedingungen zu erfüllen. Sie ist vielmehr sicherlich in ausserordentlichem Grade ungleichförmig elektrisirt und unregelmässig gestaltet. Viele Theile derselben werden vermuthlich gar nicht oder nur äusserst schwach, andere wieder sehr stark elektrisch sein. Ueber derjenigen Hälfte der Erde, welche etwa eben Sommer hat, wird sie durchschnittlich sehr hoch liegen; dagegen

1) Sitzungsber. d. Wien. Akad. 96. II. Abth. Juli 1887. S. 49.

2) Sitzungsber. d. Wien. Akad. 93. II. Abth. Febr. 1886. S. 50.

3) Die neueren Beobachtungen und Theorien d. atm. Elektr. Elektrotechnische Zeitschrift 1887. Juli. Seite 324.

über einem grossen Theil der winterlichen Erdhälfte gänzlich fehlen, nämlich schon längst in die Erde eingedrungen sein, so dass alle unter ihr befindlich gewesenen negativ elektrisirten Massen hier verschwunden sind. In den Gebieten barometrischer Maxima wird sie eine ganz andere Höhenlage haben als in denen barometrischer Minima. Auf der Tagseite der Erde muss sie immer weit höher liegen als auf der Nachtseite, am höchsten wohl über jenen Orten, die vor wenigen Stunden Mittag gehabt haben.

Dass die Isothermfläche Null über einem und demselben Orte der Erdoberfläche ihre Höhenlage binnen 24 Stunden sehr beträchtlich ändert, hat sich aus vielen bei Luftfahrten angestellten Beobachtungen als höchst wahrscheinlich nachweisen lassen.[1]) Es folgt auch schon aus manchen älteren Messungen der Aenderung der Wolkenhöhe mit der Tageszeit; besonders deutlich aber aus neueren im Sommer angestellten Messungen der Herren Ekholm und Hagström.[2]) Für die Cumuluswolken ergab sich, dass sowohl die Höhe ihrer Gipfel als ihre vertikal gemessene Mächtigkeit ein Maximum um $1^h 30^m$ Nachmittag besitzt (a. a. O. Seite 75); für die, bekanntlich aus Eiskrystallen bestehenden Cirruswolken sowie für alle übrigen Wolken lautet das Ergebniss: „Die mittlere Höhe dieser sämmtlichen Wolken steigt im Laufe des Tages. Die Aenderung beläuft sich auf nahezu 2000 m.“ (Seite 77). Lagenänderungen von diesem Betrage hat man demnach für die Isothermfläche Null binnen 24 Stunden vorauszusetzen.

Wenn nun irgend wo ein positiv geladenes Stück der Isothermfläche Null sich herabsenkt, während in seitlich davon gelegenen Gegenden

---

1) Sohncke: Der Ursprung der Gewitter-Elektricität. Seite 10.

2) Die Höhe der Wolken im Sommer zu Upsala. In der Meteorolog. Zeitschrift März 1887. Jahrg. IV. Seite 73–78.

die Senkung nicht so stark ist, — ein Fall, der sich z. B. allnächtlich verwirklicht, — so wird im Erdkörper hier negative Influenzelektricität herbeigezogen. Jetzt muss das Potentialgefälle im Beobachtungsort an der Erdoberfläche gewachsen sein.

15. Dieser Vorgang soll nun unter vereinfachenden Annahmen rechnerisch verfolgt und die Grösse der so bewirkten Aenderung des Potentialgefälles ermittelt werden. Als Anfangszustand nehme ich denjenigen an, dass die Isothermfläche Null die Erdkugel koncentrisch umgiebt, was im Frühling und Herbst am ehesten verwirklicht sein dürfte. Ferner denke ich, nur zur Ermöglichung einfacher Rechnung, alle negativ elektrisirten Wassertheilchen zur Erde gelangt, alle positiv elektrisirten Eistheilchen gleichmässig über die Isothermfläche Null vertheilt, so dass auf letzterer die Gesammtladung + E mit gleichförmiger Flächendichtigkeit verbreitet ist. Die Ladung der leitenden Erdkugel ist dann — E, da sie gänzlich als aus der Reibung herstammend vorausgesetzt wird. Weil eine gleichförmig mit Elektricität belegte Kugel nach innen keine elektrische Wirkung ausübt, so findet vorläufig keine Influenz statt; es sind also keine anderen Elektricitätsmengen als die beiden genannten gleichförmigen Belegungen vorhanden. Bedeutet nun R den Radius der als kugelförmig betrachteten Erde, H die Höhe der Isothermfläche Null, x die (als gering vorausgesetzte) Höhe des Beobachtungsortes P über dem Erdboden, so ist das Potential aller vorhandenen Elektricität auf den Punkt P:

$$V = \frac{E}{R + H} - \frac{E}{R + x}$$

und das Potential im Innern der Erdkugel ist:

$$V_0 = \frac{E}{R + H} - \frac{E}{R}$$

Also ist die gewöhnlich beobachtete Grösse $V - V_0$ unabhängig von der Entfernung H der Isothermfläche Null über dem Erdboden. Dasselbe gilt vom Potentialgefälle $\frac{dV}{dx} = \frac{E}{(R+x)^2}$, welches übrigens bei Beobachtungen dicht am Boden ($x = o$) übergeht in $\frac{d\overline{V}}{dx} = \frac{E}{R^2}$. Diese Betrachtung ist es, aus welcher die Herren Exner und Kollert die Unmöglichkeit folgern, Aenderungen des Potentialgefälles durch Lagenänderungen der positiven Isothermfläche Null zu erklären; denn das Potentialgefälle ist unabhängig von der Höhe H. Dieser Schluss träfe aber doch nur dann zu, wenn die Lagenänderung so erfolgte, dass jene Fläche dabei eine zur Erdoberfläche koncentrische Kugel bliebe! Letzteres kann aber nie stattfinden; denn dazu wäre erforderlich, dass immer alle Punkte der Erde gleiche Tageszeit, gleiche Jahreszeit und auch gleiches Wetter hätten. Jener Schluss ist also falsch.

Um nun zu ermitteln, in welcher Weise sich das Potentialgefälle in jenem Punkt P der Atmosphäre durch Herabsinken eines über ihm befindlichen Theils der positiv geladenen Fläche ändert, betrachte ich zunächst den einfachsten denkbaren Fall.

16. Eine in einem Punkt koncentrirte Elektricitätsmenge $+e$ werde aus der gleichförmig (+) elektrisirten Kugelfläche (vom Radius $R+H$) herausgenommen und vertikal abwärts in die Höhe h über dem Erdboden verlegt. Gefragt wird, wie sich dadurch das Potentialgefälle in dem in derselben Vertikalen, aber in der noch geringeren Höhe x über dem Erdboden befindlichen Punkte P ändert.

Diese Verlegung von $+e$ ist so in Rechnung zu setzen. Zunächst bringt man $-e$ an den Ort der Kugelfläche, von

welchem + e fortgenommen werden soll; dann ist + e dort beseitigt. Darauf bringt man + e an seinen neuen Ort. Da die Kugelfläche R + H als elektrisirter Isolator vorausgesetzt ist, so ändert sich die Anordnung der übrigen Elektricität auf ihr hierbei nicht. Nur die elektrische Belegung der Erdkugel erfährt durch Influenz eine Veränderung; letztere lässt sich vermittelst der Thomson'schen elektrischen Bilder leicht angeben.

Es hat nun nicht die mindeste Schwierigkeit, für den Punkt P das Potential V der gesammten Elektricität, (die ja in diesem Falle so wirkt, als sei sie homogen auf der Oberfläche der Kugel R + H, und ausserdem im Centrum und in vier gewissen Punkten des durch P gehenden Radius angeordnet), anzugeben, und dann $\frac{dV}{dx}$ zu bilden. Aber letztere Grösse erscheint in wenig übersichtlicher Form, so lange man sie für Punkte bildet, die nicht ganz nah am Boden liegen. Daher empfiehlt sich ein anderer Weg, der von vornherein sehr einfach zur Ermittelung des Potentialgefälles unmittelbar am Erdboden führt. Dieses Potentialgefälle ist nämlich (nach dem Hauptsatz über Flächenpotentiale) = der mit -4π multiplicirten Dichtigkeit der elektrischen Flächenbelegung in jenem Punkte P des Bodens. Nun setzt sich die Flächenbelegung η im vorliegenden Fall aus drei Antheilen zusammen, die sich einfach algebraisch addiren; zu der ursprünglichen Belegung η_1 in Folge der gleichförmig verbreiteten Ladung — E der Erdkugel kommen die Belegungen η_2 und η_3, die durch die Influenz des oberen negativen und des unteren positiven Punkts e erzeugt werden. Nun ist bekanntlich[1]) die durch Influenz eines äusseren

1) Vgl. z. B. F. Neumann: Vorles. üb. d. Theorie d. Potentials u. s. f. Herausgg. von C. Neumann. Leipzig 1887. Seite 180. Gl. 11. oder: Mascart u. Joubert: Lehrb. d. Elektr. und des Magnetism.

Punkts in einem Oberflächenpunkt einer benachbarten leitenden Kugel hervorgerufene Flächendichtigkeit

$$1) \qquad = \frac{1}{4\pi R}\left\{\frac{e}{R+h} - \frac{e\left[(R+h)^2 - R^2\right]}{l^3}\right\},$$

wenn R den Radius, R + h den Centralabstand der influirenden Elektricitätsmenge e, l ihren Abstand von dem Oberflächenpunkte bedeutet.

Man hat also:

$$2) \qquad \frac{d\overline{V}}{dx} = -4\pi \cdot (\eta_1 + \eta_2 + \eta_3),$$

wo $\eta_1 = -\frac{E}{4\pi R^2}$

$$\eta_2 = \frac{1}{4\pi R} \cdot \left\{\frac{-e}{R+H} + \frac{e\left[(R+H)^2 - R^2\right]}{H^3}\right\}$$

$$\eta_3 = \frac{1}{4\pi R} \cdot \left\{\frac{+e}{R+h} - \frac{e\left[(R+h)^2 - R^2\right]}{h^3}\right\}.$$

Also:

$$\frac{d\overline{V}}{dx} = \frac{E}{R^2} \cdot \left\{1 - \frac{e}{E} \cdot \frac{H-h}{R} \cdot \frac{1}{\left(1+\frac{H}{R}\right)\left(1+\frac{h}{R}\right)} + \frac{2e}{E}\left(\frac{1}{h^2} - \frac{1}{H^2}\right)R^2 \cdot \left(1 + \frac{h}{2R}\frac{1}{1+\frac{h}{H}}\right)\right\}$$

Beachtet man, dass $\frac{e}{E}$ unter allen Umständen nur ein äusserst kleiner Bruch sein kann, und dass $\frac{H-h}{R}$ auch sicher unter $\frac{1}{1000}$ bleibt, [denn H ist etwa = 3000 bis

Deutsch v. Levy. 1886 Bd. I. Seite 155 oder: Mascart: Handb. d. stat. El. Deutsch von Wallentin. 1883. Bd. I Seite 434.

höchstens 5000 m anzunehmen], so sieht man, dass das zweite Glied in der Parenthese keinen irgend merklichen Einfluss haben kann. Es wird also fortgelassen. Desgleichen wird der letzte Faktor des letzten Gliedes = 1 gesetzt, wobei eine Grösse von kaum $\frac{1}{6000}$ gegen 1 vernachlässigt wird. Man hat also mit sehr grosser Annäherung

$$3) \qquad \frac{d\overline{V}}{dx} = \frac{E}{R^2} \cdot \left\{ 1 + 2\frac{e}{E}\left(\frac{1}{h^2} - \frac{1}{H^2}\right) R^2 \right\}$$

Weil das Potentialgefälle im Anfangszustand $= \frac{E}{R^2}$ betrug, so hat es also durch die Senkung des (+) elektrischen Punktes e eine Zunahme erfahren, denn das in der Parenthese zu 1 hinzukommende Glied ist für ein positives e unter allen Umständen positiv.

Um eine Vorstellung von dem Betrage dieser Zunahme zu erhalten, muss man bestimmte Annahmen über die Menge e und ihre beiden Höhenlagen machen. H werde = 4000 m angenommen. Zunächst denke ich mir nun diejenige Elektricitätsmenge, welche auf der homogen elektrisirten Isothermfläche Null etwa $\frac{1}{100}$ Quadratmeile bedeckte, in einen Punkt dieser Fläche zusammengezogen, so wird dadurch die Flächendichtigkeit in dem vertikal darunter liegenden Punkt der Erdoberfläche nur so unerheblich geändert werden, dass von dieser Aenderung abgesehen und obige Formel ohne Weiteres angewendet werden kann. Die Menge e ist aber in diesem Fall nahe $= \frac{E}{1000 \text{ Millionen}}$, denn die Erdoberfläche enthält angenähert 10 Millionen Quadratmeilen (genauer $9^1/_4$).

Würde man in gleicher Weise die Elektricitätsmenge, welche $\frac{1}{10}$ Quadratmeile der Isothermfläche Null homogen

bedeckt, in einen Punkt concentrirt und dann gesenkt denken, so wäre $e = \frac{E}{100 \text{ Millionen}}$. Aber hier ist es bereits zweifelhaft, ob von der durch solche Concentrirung allein schon bewirkten Aenderung der Flächendichtigkeit η_1 abgesehen werden kann.

Beträgt die Höhe h des gesenkten Punkts 2000 m, so liefert Gleichung 1) für die Werthe

$$\frac{e}{E} = \frac{1}{1000 \text{ Million.}} \text{ resp.} = \frac{1}{100 \text{ Million.}}$$

$$\frac{d\overline{V}}{dx} = \frac{E}{R^2}(1 + 0{,}015) \text{ resp.} = \frac{E}{R^2}(1 + 0{,}15)$$

Das Potentialgefälle am Boden hat also bei der ersten Voraussetzung um 1,5 Hundertel, bei der zweiten um 1,5 Zehntel seines anfänglichen Werthes zugenommen.

Denkt man den Punkt e dagegen aus 4000 m bis zu 400 m Höhe über dem Boden herabgesenkt, so findet man in gleicher Weise eine Zunahme des Potentialgefälles um die Hälfte, resp. um das Fünffache seines Anfangswerths. Man erkennt also, dass die Senkung einzelner Theile der Isothermfläche Null eine erhebliche Steigerung des Potentialgefälles bewirkt.

17. Statt wie bisher den Einfluss der Senkung eines elektrischen Punkts zu betrachten, will ich jetzt untersuchen, wie sich das Potentialgefälle am Boden ändert, wenn ein grösseres Stück der gleichförmig (+) elektrisirten Isothermfläche Null sich aus der Höhe H in die Höhe h herabsenkt. Das Stück sei kreisförmig begrenzt; es sei also eine Kugelkappe. Der beeinflusste Punkt liege vertikal unter dem Scheitel derselben an der Erdoberfläche.

Lediglich zur Vereinfachung der Rechnung soll die Aufgabe ein weniges modificirt werden. Die Geraden, die vom Erdcentrum nach dem Rande der Kugelkappe gehen, bestimmen einen Kreiskegel. Beschreibt man nun um das Erdcentrum eine Kugel mit dem Radius $R + h$, so soll dasjenige Stück derselben, welches in den Kreiskegel hineinfällt, als die Gestalt der Kugelkappe nach dem Herabsenken angenommen werden. Die dem Flächenstück hierdurch ertheilte Gestaltänderung ist äusserst geringfügig (wegen Kleinheit von H und h gegen R). Die auf der Kugelkappe befindliche Elektricitätsmenge $\mathfrak{E}$ soll aber in beiden Lagen dieselbe sein. Nennt man also $d\Omega$, resp. $d\omega$ ein Flächenelement der Kugelkappe in der ersten, resp. zweiten Lage, und bezeichnet die elektrischen Flächendichtigkeiten in beiden Lagen bezüglich mit e, resp. e^1, so soll sein:

$$\Sigma e \cdot d\Omega = \Sigma e^1 \cdot d\omega = \mathfrak{E}\,, \quad \text{folglich:}$$

$$4) \qquad \frac{e^1}{e} = \frac{\Sigma d\Omega}{\Sigma d\omega} = \frac{(R + H)^2}{(R + h)^2}$$

Die Verlegung der (+) Elektricitätsmenge $\mathfrak{E}$ aus der Höhe H in die Höhe h ist wieder folgendermassen in Rechnung zu bringen. Man belegt zunächst die ursprüngliche Kugelkappe gleichförmig mit der Menge $-\mathfrak{E}$, so ist dadurch die gesammte Elektricität der Kugelkappe beseitigt. Darauf bringt man $+\mathfrak{E}$ auf die tiefer liegende Kugelkappe. Durch jeden dieser beiden Processe wird im Punkt P der Erdoberfläche Elektricität influenzirt. Die beiden dadurch erzeugten Flächendichtigkeiten η_2 und η_3 addiren sich zu der ursprünglichen homogenen η_1; folglich kennt man $\frac{d\overline{V}}{dx}$ nach Gleichung 2). Um η_2 zu finden, ermittelt man erst denjenigen Antheil $d\eta_2$, welcher in P durch Influenz der auf das Flächenelement $d\Omega$ gebrachten Menge $-e\,d\Omega$ entsteht.

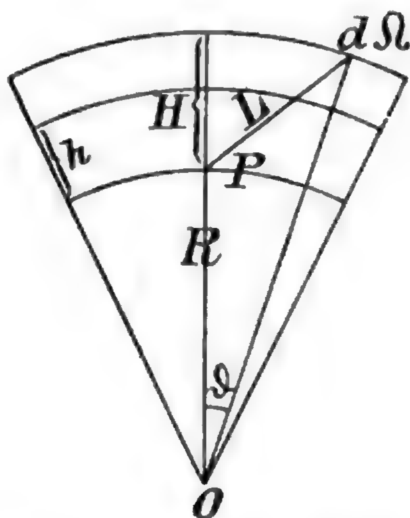
Er ist nach Gleichung 1):

$$d\eta_2 = \frac{1}{4\pi R}\left\{-\frac{e\,.\,d\Omega}{R+H} + \frac{e\,.\,d\Omega\,[(R+H)^2 - R^2]}{L^3}\right\}$$

Hier ist:

$$5)\quad L^2 = (R+H)^2 + R^2 - 2(R+H)\,R\,.\cos\vartheta,$$

wenn ϑ den Winkel zwischen den nach P und nach $d\Omega$ gezogenen Erdradien bezeichnet. (Figur 1)



Durch Integration über die ganze Kugelkappe erhält man:

$$\eta_2 = \frac{1}{4\pi R}\cdot\left\{\frac{-\mathfrak{E}}{R+H} + e\,[(R+H)^2 - R^2]\cdot\int\frac{d\Omega}{L^3}\right\}$$

Bedeutet nun φ den Winkel einer Ebene, welche durch den nach P laufenden Radius und $d\Omega$ gelegt ist, gegen eine feste andere, durch denselben Radius gelegte Ebene, so ist:

$$d\Omega = (R+H)^2 \sin\vartheta\, d\vartheta\,.\,d\varphi,$$

und man hat nach ϑ von o bis ϑ_1, nach φ von o bis 2π zu integriren. ϑ_1 bedeutet dabei den $\sphericalangle$ des nach P laufenden Erdradius gegen einen nach dem Rande der Kugelkappe laufenden. Nach 5) ist aber:

$$L\,.\,dL = (R+H)\ R\sin\vartheta\,.\,d\vartheta$$

Folglich wird:

$$\eta_2 = -\frac{\mathfrak{E}}{4\pi R(R+H)} + \frac{eH.(2R+H)(R+H)}{2R^2}\int_H^{L_1}\frac{dL}{L^2}.$$

Hier ist L_1 der Abstand eines Randpunkts der Kugelkappe von P.

Endlich

$$\eta_2 = -\frac{\mathfrak{E}}{4\pi R(R+H)} + \frac{e}{2}\left(2+\frac{H}{R}\right)\cdot\left(1+\frac{H}{R}\right)\cdot\left(1-\frac{H}{L_1}\right)$$

Analog findet man die Flächendichtigkeit η_3, die in P durch Influenz der gesenkten (+) Kugelkappe erzeugt wird:

$$\eta_3 = +\frac{\mathfrak{E}}{4\pi R(R+h)} - \frac{e^1}{2}\left(2+\frac{h}{R}\right)\cdot\left(1+\frac{h}{R}\right)\cdot\left(1-\frac{h}{l_1}\right)$$

Hier ist l_1 der Abstand eines Randpunktes der tieferen Kugelkappe von P. Und für e^1 ist der aus Gleichung 4) folgende Werth einzusetzen. Folglich ist nach Gleichung 2):

$$\frac{dV}{dx} = \frac{E}{R^2}\cdot\left\{1-\frac{\mathfrak{E}}{E}\frac{(H-h)}{R}\cdot\frac{1}{\left(1+\frac{H}{R}\right)\left(1+\frac{h}{R}\right)}+\right.$$

$$+\frac{2\pi e R^2}{E}\cdot\left(1+\frac{H}{R}\right)\cdot\left[\frac{\left(1+\frac{H}{R}\right)\left(2+\frac{h}{R}\right)\left(1-\frac{h}{l_1}\right)}{1+\frac{h}{R}}\right.$$

$$\left.\left.-\left(2+\frac{H}{R}\right)\left(1-\frac{H}{L_1}\right)\right]\right\}.$$

Nun ist $\frac{\mathfrak{E}}{E}$ nothwendig stets $< \frac{1}{2}$ und $\frac{H-h}{R}$ bleibt sicher unter $\frac{1}{1000}$. Weil somit das zweite Glied in der

Parenthese sicher $< \frac{1}{2000}$ ist, kann es als unerheblich gegen 1 fortgelassen werden.

Ferner ist

$$E = 4\,(R + H)^2 . \pi\, e, \text{ also } \frac{2\pi e R^2}{E}\left(1 + \frac{H}{R}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{H}{R}}$$

Daher wird:

$$\frac{d\overline{V}}{dx} = \frac{E}{R^2}\left\{1 + \frac{1}{2}\left[\frac{2 + \frac{h}{R}}{1 + \frac{h}{R}} \cdot \left(1 - \frac{h}{l_1}\right) - \frac{2 + \frac{H}{R}}{1 + \frac{H}{R}}\left(1 - \frac{H}{L_1}\right)\right]\right\}.$$

Vernachlässigt man hier die zweiten und höheren Potenzen der kleinen Grössen $\frac{H}{R}$ und $\frac{h}{R}$ gegen 1, so wird:

$$\frac{d\overline{V}}{dx} = \frac{E}{R^2} \cdot \left\{1 + \frac{H}{L_1} - \frac{h}{l_1} + \frac{1}{2R}\left(H - h - \frac{H^2}{L_1} + \frac{h^2}{l_1}\right)\right\}$$

Durch Addition und Subtraktion von $\frac{Hh}{2 R l_1}$ innerhalb der Parenthese entsteht:

$$\frac{d\overline{V}}{dx} = \frac{E}{R^2} \cdot \left\{1 + \left(\frac{H}{L_1} - \frac{h}{l_1}\right)\left(1 - \frac{H}{2R}\right) + \frac{H-h}{2R}\left(1 - \frac{h}{l_1}\right)\right\}$$

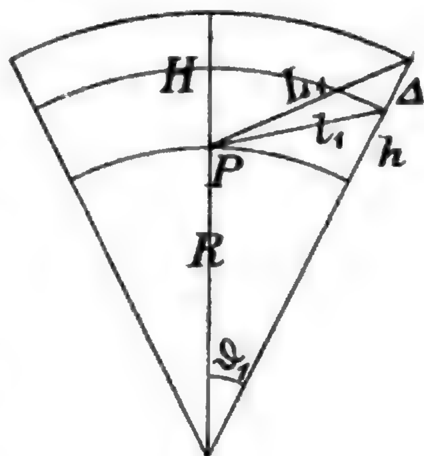
Das letzte übrigens stets positive Glied ist wieder unter allen Umständen $< \frac{1}{2000}$, also gegen 1 zu vernachlässigen so dass man hat:

$$6) \qquad \frac{d\overline{V}}{dx} = \frac{E}{R^2}\left\{1 + \left(\frac{H}{L_1} - \frac{h}{l_1}\right)\left(1 + \frac{H}{2R}\right)\right\}$$

Es lässt sich nun leicht zeigen, dass das zu 1 addirte Glied in der Parenthese stets positiv sein muss. Nennt man nämlich die Senkung $H - h = \triangle$, und $L_1 - l_1 = \lambda$, so ist

$$\frac{H}{L_1} - \frac{h}{l_1} = \frac{\triangle}{L_1}\left(1 - \frac{h}{l_1}\frac{\lambda}{\triangle}\right)$$

Hier ist nun h stets $< l_1$, und $\lambda < \triangle$, weil $L_1 l_1 \triangle$ die Seiten eines Dreiecks sind. (Figur 2.)



Also lehrt Gleichung 6), dass durch die Senkung des betrachteten Stücks der Isothermfläche Null das Potentialgefälle am Boden zugenommen hat.

Um den Betrag dieser Zunahme bei bestimmten Annahmen leicht numerisch ermitteln zu können, will ich noch eine Umformung vornehmen. Wendet man Gleichung 5) auf L_1 an, so wird:

$$L_1^2 = \left(2\,R\sin\frac{\vartheta_1}{2}\right)^2 \cdot \left(1 + \frac{H}{R}\right) + H^2 = \left(2\,R\sin\frac{\vartheta_1}{2}\right)^2 \cdot \left\{1 + \xi\right\}.$$

Die Grösse

$$\frac{H}{R} + \left(\frac{H}{2\,R\sin\frac{\vartheta_1}{2}}\right)^2,$$

welche hier zur Abkürzung mit ξ bezeichnet ist, ist ein kleiner Bruch, solange ϑ_1 nicht sehr klein ist. Schon für $\vartheta_1 = 1^0$ ist $\xi < 0{,}002$. Unter dieser Voraussetzung darf also ξ^2 gegen 1 bereits vernachlässigt werden, und man erhält:

$$\frac{H}{L_1} = \frac{H}{2\,R\sin\frac{\vartheta_1}{2}} \cdot \left(1 - \frac{\xi}{2}\right).$$

Analog wird

$$\frac{h}{l_1} = \frac{h}{2R\sin\frac{\vartheta_1}{2}}\left(1 - \frac{\xi^1}{2}\right),$$

wo sich ξ^1 nur dadurch von ξ unterscheidet, dass h für H eingetreten ist.

Also ist:

$$\left(\frac{H}{L_1} - \frac{h}{l_1}\right)\cdot\left(1 - \frac{H}{2R}\right) = \frac{H-h}{2R\sin\frac{\vartheta_1}{2}}$$

$$\cdot\left\{1 - \frac{H+h}{2R} - \frac{H^2 + Hh + h^2}{2\left(2R\sin\frac{\vartheta_1}{2}\right)^2}\right\}\left\{1 - \frac{H}{2R}\right\}$$

$$= \frac{H-h}{2R\sin\frac{\vartheta_1}{2}}\cdot\{1 - \zeta\}$$

Hier beträgt ζ höchstens wenige Tausendtel, so dass es vernachlässiget werden kann. Also wird mit sehr grosser Annäherung:

$$7)\qquad \frac{d\overline{V}}{dx} = \frac{E}{R^2}\cdot\left\{1 + \frac{H-h}{2R\sin\frac{\vartheta_1}{2}}\right\},$$

giltig für jeden Werth von ϑ_1, der nicht wesentlich $< 1^0$ ist. Unter dieser Voraussetzung ist also gefunden: Bei Senkung eines (nicht gar zu kleinen) kugelkappenförmigen Stückes der gleichförmig + elektrisirten Isothermfläche Null ist die Zunahme des Potentialgefälles am Boden proportional dem Betrage dieser Senkung H — h.

Wenn sich nur ein sehr kleines Stück der Isothermfläche Null senkt, (z. B. eine Fläche von 1 Quadratmeile, entsprechend etwa $\vartheta_1 = 2{,}256$ Bogenminuten), findet diese Proportionalität

nicht mehr statt, sondern das Potentialgefälle am Boden nimmt jetzt stärker zu. In diesem Falle ist die Näherungsformel 7) nicht mehr verwendbar, sondern muss die Zunahme nach der vollständigen Gleichung 6) berechnet werden.

In folgender Tabelle finden sich die Werthe des in der Parenthese der Gleichung 6) oder 7) zu 1 hinzutretenden Gliedes für 5 verschiedene Werthe von ϑ_1 und für 2 verschiedene Senkungen, nämlich aus 4000 bis 2000 m Höhe (I), und aus 4000 bis 400 m Höhe (II) zusammengestellt. Diese Werthe stellen die dabei stattfindende Zunahme des Potentialgefälles am Boden dar, wenn der Werth desselben vor der Senkung = 1 gesetzt war.

ϑ_1	I	II
2',256	0,2598	0,5962
1^0	0,0180	0,0324
5^0	0,0036	0,0065
10^0	0,0018	0,0032
20^0	0,0009	0,0016

18. Senkung homogener Schichten. Auf Grund einer Untersuchung von Herrn Linss[1]) lässt sich die Zunahme des Potentialgefälles am Boden bei Herabsinken einer homogenen Schicht, — statt wie bisher einer Fläche — unter vereinfachenden Annahmen leicht ermitteln. Herr Linss berechnet unter Anderm das Potentialgefälle in einem Punkt der als eben vorausgesetzten Erdoberfläche unter der Voraussetzung, dass letztere ohne eigene Ladung, jedoch der Influenz einer rechtwinklig parallelepipedischen, in ihrer ganzen Masse homogen elektrisirten, oberhalb des Erdbodens

1) Ueber einige die Wolken- und Luftelektricität betreffende Probleme. In der Meteorolog. Zeitschr. Oktober 1887. S. 345—362.

befindlichen Schicht ausgesetzt sei, von welcher die Kanten a und b parallel zur Erdoberfläche liegen, und von welcher die vertikale Kante $h_2 - h_1 = d$ (Schichtendicke) sehr klein gegen a und b ist. Nennt man $\sqrt{a^2 + b^2} = c$, so findet Herr Linss für das Potentialgefälle in einem solchen Punkt der Erdoberfläche, der in der Verlängerung einer vertikalen Kante jenes Parallelepipeds liegt, den Werth

$$8) \qquad \frac{dV}{dx} = -4\pi\eta = \varrho \cdot d \cdot \left(\pi - \frac{h_1 + h_2}{ab} c\right),$$

von dessen Richtigkeit ich mich überzeugt habe. Hier ist ϱ die räumliche elektrische Dichte obiger Schicht; η die Flächendichtigkeit des Erdbodens am Beobachtungsort. Vermittelst dieser Formel kann man nun durch geeignete Addition entsprechender Glieder das Potentialgefälle auch in anderen Punkten der Erdoberfläche unterhalb einer solchen Schicht finden. Für den unter der Mitte einer Schicht von quadratischer Basis liegenden Punkt findet man es z. B., wenn man die Oberflächendichtigkeit η der vorigen Gleichung vervierfacht und zugleich $a = b = \frac{l}{2}$ setzt, (unter l die Quadratseite verstanden). Jetzt wird:

$$\frac{dV}{dx} = 4\varrho \cdot d \cdot \left(\pi - \frac{(h_1 + h_2) 2\sqrt{2}}{l}\right)$$

Senkt sich nun die Schicht parallel mit sich um die Strecke s herab, so treten $h_1 - s$ und $h_2 - s$ für h_1 und h_2 ein, und der Ueberschuss des jetzigen Werthes von $\frac{dV}{dx}$ über den vorigen stellt die durch jene Senkung herbeigeführte Zunahme des Potentialgefälles vor; sie beträgt

$$\frac{16\sqrt{2}\varrho \cdot d}{l} \cdot s,$$

sie ist also positiv und proportional mit der Senkung der influenzirenden Schicht; ein Ergebniss, welches mit dem vorher, in 17 von mir abgeleiteten überstimmt.

Herr Linss hat für den speciellen Fall d = ½ km, l = 100 km und für vier verschiedene Höhenlagen der Schicht das Potentialgefälle in vielen Punkten der Erdoberfläche ausgerechnet (a. a. O. Seite 348). Beim Abstande h_1 der unteren Schichtfläche vom Erdboden findet er folgende (auf eine willkürliche Einheit bezogenen) Werthe des Potentialgefälles in dem unter der Mitte jener + elektrischen Schicht gelegenen Erdoberflächenpunkt.

h_1	1500 m	1000 m	500 m	0 m
$\frac{dV}{dx}$	15213	15353	15495	15636

Bildet man die Differenz der ersten Zahl gegen die zweite, dritte vierte, so erhält man die Zunahme des Potentialgefälles beim Herabsinken jener Schicht aus der Anfangshöhe 1500 m in die Höhe 1000 m, 500 m, 0 m. Diese Zunahmen sind +. Division derselben durch den Anfangswerth 15213 giebt die Zunahme bezogen auf den vor der Senkung vorhandenen Werth des Potentialgefälles als Einheit. Diese Zunahmen betragen:

$$+0{,}009 \qquad +0{,}019 \qquad +0{,}028$$

In gleicher Weise folgen aus der Linss'schen Tabelle die Zunahmen in anderen Punkten der Erdoberfläche. Am stärksten ergeben sie sich für einen Punkt, der innerhalb der auf den Erdboden projicirten quadratischen Schichtbasis auf der Mittellinie etwa 1 km vom Rande entfernt liegt. Für diesen Punkt liefert nämlich die Tabelle die Werthe:

h_1	1500 m	1000 m	500 m	0 m
$\frac{dV}{dx}$	10262	11106	12442	14470

Also betragen die Zunahmen, bezogen auf das Anfangspotentialgefälle 10262 als Einheit:

$$+0{,}082 \qquad +0{,}212 \qquad +0{,}410.$$

Dass sich für einen Ort von solcher Lage, nahe unter dem Rand der elektrischen Schicht, wesentlich stärkere Zunahmen ergeben, kann nicht überraschen, nachdem sich in 16. gezeigt hat, wie stark die Zunahme beim Herabsinken eines einzelnen elektrischen Punkts ist.

Beiläufig sei bemerkt, dass Herr Linss solche Differenzen zwar auch bildet, sie jedoch als Werthe desjenigen Potentialgefälles auffasst, welches stattfindet, wenn eine obere negative und eine untere, gleich stark positive, der oberen kongruente Schicht gleichzeitig influiren. Diese Auffassung ist selbstverständlich mathematisch ebenso berechtigt wie die oben von mir angewandte.

Von Wichtigkeit ist noch folgendes Ergebniss des Herrn Linss (a. a. O. S. 349). Setzt man voraus, dass zwei kongruente, entgegengesetzt elektrische Schichten von obiger Gestalt, durch einen beliebigen Zwischenraum getrennt, parallel über einander liegen, dass aber die Stärke ihrer Elektrisirung verschieden sei, so ergiebt die Rechnung, dass schon „bei nur geringem Ueberwiegen der Elektricität der oberen Schicht das Vorzeichen der (am Boden beobachteten) Luftelektricität von der oberen (entfernteren), nicht von der unteren Schicht bestimmt wird.“ Hier ist also gerade das bewiesen, was ich in meiner Theorie als evident angenommen habe, nämlich dass, wegen des durchschnittlich früheren Herabsinkens der — elektrischen Wassertheilchen zur Erde,

die + Elektricität der in der Höhe befindlichen geriebenen Eistheilchen überwiegen müsse, und dass man „mit Rücksicht hierauf berechtigt sei, die Isothermfläche Null, obgleich an ihr beide Arten von Elektricität entstehen, doch als überwiegend positiv elektrisch anzusehen.“

19. Ergebnisse. Die Rechnungen in 16. und 17. beruhen einestheils auf der schematisch vereinfachten Betrachtung, dass die Isothermfläche Null die Rolle eines positiv geladenen Leiters spielt, anderntheils auf der Thatsache, dass diese Fläche partielle Senkungen und Hebungen erleidet, deren Betrag schon binnen 24 Stunden von derselben Grössenordnung ist, wie die Höhe der Fläche über dem Boden selbst. Das Ergebniss ist, dass durch Senkung, resp. Hebung eines Stücks jener Fläche eine Zu- resp. Abnahme des unter ihr am Boden beobachtbaren Potentialgefälles eintritt. Dies Ergebniss bleibt, wie sich in 18. zeigt, stehen, wenn statt der elektrischen Fläche eine elektrische Schicht analoge Lagenänderungen erfährt. Die Hebung der Fläche im Laufe des Tages, ihr Sinken bei Nacht, welche naturgemäss immer nur einzelne Theile der Fläche, nie die ganze Fläche betreffen, erscheinen also geeignet, das Eintreten des Hauptminimums der Luftelektricität im Laufe des Nachmittags, das des Hauptmaximums am Morgen, zunächst qualitativ, verständlich zu machen. Da nun enorme Ungleichmässigkeit der Elektrisirung, und ebensolche Unregelmässigkeit der Gestalt und der Lagenänderungen jener Fläche nothwendiger Weise vorausgesetzt werden müssen, so sind die kolossalen Unterschiede des Potentialgefälles selber, sowie der Tagesperiode desselben, auch zu naheliegenden Zeiten, vollkommen begreiflich.

Die Gleichungen 6) und 7) nebst der danach berechneten Tabelle lassen erkennen, dass die durch Sinken der Isothermfläche Null herbeigeführte Zunahme des Potentialgefälles um so geringer ist, je grösser man das sinkende

Stück annimmt. Daraus folgt, dass die zu diesen Gleichungen führende schematische Annahme, als sei die Erdoberfläche einerseits, die Isothermfläche Null andererseits, der wahre Sitz der ganzen negativen, resp. positiven Luftelektricität, nicht ausreicht, um die Jahresperiode zu erklären. Jene Annahme ist aber auch nur zur Ermöglichung einfacherer Rechnungen gemacht, während die Grundhypothese wesentlich anderes fordert Die durch Reibung negativ gewordenen Wassertheilchen sind, solange die Isothermfläche Null hoch liegt, zum grossen Theil noch in der Luft, nur dass von ihnen ein grösserer Antheil als von den positiven Eiskrystallen zur Erde herabgesunken ist. In Wahrheit wirken also aus der Höhe zwei Antheile: in grösserer Höhe eine grössere Menge + E; in geringerer Höhe eine geringere Menge — E. Der Erfolg ist derselbe, als sei nur + E, aber in viel geringerer Menge, in der Höhe vorhanden. (Vergl. den Schluss von 18.). In dem Maasse nun, als mit herannahendem Winter die Isothermfläche Null sich senkt, muss die Menge der negativ elektrischen Wassertheilchen in der Luft abnehmen, indem immer mehr derselben zur Erde gelangen. Wenn schliesslich die Fläche ganz zur Erde gesunken ist, sind alle negativen Wassertheilchen aus der Luft verschwunden, so dass ihre Influenzwirkung auf die Erde nunmehr fehlt.

Wollte man den Vorgang mathematisch verfolgen, so müsste man, um die Wirkung der bisher vorhanden gewesenen negativen Mengen zu beseitigen, gleich grosse Mengen + E an ihre Stelle bringen, wodurch sie eben neutralisirt werden; ganz analog wie oben in 16. und 17. verfahren wurde. Das Verschwinden dieser grossen Mengen von — E wirkt also genau so wie das neue Auftreten grosser Mengen von + E in der Luft. Dadurch wird die ungemein starke Zunahme des positiven Potentialgefälles beim Uebergang zum Winter, und somit die Jahresperiode der Luftelektricität im Allgemeinen, begreiflich.

Hiermit habe ich gezeigt, dass meine Hypothese durchaus geeignet ist, auch von den periodischen Aenderungen der Luftelektricität Rechenschaft zu geben, und dass Herr Exner folglich Unrecht hat, wenn er noch in seiner neuesten Abhandlung „über die Abhängigkeit der atmosphärischen Elektricität vom Wassergehalt der Luft" im Eingange behauptet, dass die bisherigen Theorien der Luftelektricität mit der Erfahrung nicht in Einklang zu bringen seien.

Ueber die Entwicklung von Petromyzon Planeri.

Von C. Kupffer.

(Eingelaufen 17. Februar.)

Es lag den Untersuchungen ein künstlich befruchtetes Material zu Grunde, das zum Teil in Königsberg gewonnen war, zum Teil der zoologischen Station in Neapel verdankt wurde. In Königsberg schlüpften bei einer Lufttemperatur von 8—10° C. die Larven am 16—17. Tage aus, in Neapel bereits am Ende des 8. Tages. In beiden Fällen hatten die Larven beim Ausschlüpfen genau denselben Entwicklungsgrad erreicht und massen 3 mm in der Länge.

Bei der Bildung des Blastoderms findet nicht ein „Ueberwachsen“ der einen Eihälfte durch die Elemente der andern statt, wie Max Schultze und Calberla angaben und wie auch Scott noch anzunehmen scheint. Das Blastoderm entsteht in der Weise, dass die äusserste Lage der Morulazellen epithelialen Character annimmt, was ich[1]) bereits früher ausgesprochen habe und Shipley[2]) neuerdings gleichfalls beobachtet hat. Dieser Process der Bildung eines epithelialen Blastoderms, dieser Uebergang aus dem Morulastadium in das der Blastula beginnt nicht am Keimpol (animaler, aktiver Pol), sondern in der Region, die, wie sich nachträglich herausstellt, zur dorsalen wird. Diese Region erscheint dann und während der Bildung des noch zu erwähnenden

1) Arch. f. Anatom. u. Entwicklungsgesch. 1884. S. 10.
2) Journ. of microsc. Science. Vol. XXVII. 1887. S. 329.

Kiels ausgezeichnet durch die Länge ihrer cylindrischen Epithelzellen und kann als Embryonalschild bezeichnet werden.

Ehe die Bildung des epithelialen Blastoderms das ganze Ei umfasst hat, also während am Gegenpol (passiver, vegetativer Pol) dieser Process noch aussteht, beginnt die Gastrulation. Der Blastoporus erscheint an der hintern Grenze des Embryonalschildes zwischen Aequator und Gegenpol.

Der Urdarm dringt als geschlossener epithelialer Schlauch derart vor, dass seine dorsale Wand sich unmittelbar an das Exoderm anlagert. Erst nachträglich tritt eine Gruppe kleinerer Zellen in beschränkter Ausdehnung innerhalb der dorsalen Lippe des Blastoporus zwischen Exoderm und Endoderm auf. Dieselben stammen aus den Zellen des Umschlagrandes, wie zahlreiche Mitosen an diesen Zellen darthun. Diese intermediäre Zellengruppe lässt sich nicht als Mesoderm auffassen. Sie dient später dem Wachsthum der Axenorgane in caudaler Richtung. Centralnervensystem, Chorda und Urwirbelplatten gehen ohne Abgrenzung in diese Gruppe über und wachsen auf Kosten derselben, indem die Elemente der Gruppe sich den genannten Organen angliedern. Diese Anlage entspricht der Endknospe bei Knochenfischen (Schwanzknospe Oellacher, Randknospe His), der Sichel, dem Endwulst bei Amnioten. Ich möchte dafür den allgemein anwendbaren Namen T e l o b l a s t[1]) vorschlagen.

Bei den Neunaugen wird der Blastoporus oder Gastrulamund nicht von der Anlage des Centralnervensystems umgriffen, ein Canalis neurentericus entsteht nicht, die Oeffnung schliesst sich nicht, sondern erhält sich als After. Das Wachsthum der Axenorgane geht dem entsprechend vom dorsalen Rande des Blastoporus aus und damit steht es in Uebereinstimmung, dass der Teloblast sich v o r dem Blastoporus, d. h. am d o r s a l e n Rande der Oeffnung befindet.

1) *το τέλος*, das Ende, Aeusserste eines Dinges.

Wo aber der Blastoporus von der Anlage des Centralnervensystems umgriffen wird, sich äusserlich schliesst, wo also ein Canalis neurentericus oder ein demselben entsprechender Epithelstrang zwischen Neuralkanal und Darm sich bildet, schliesst das Längenwachsthum der Axenorgane an den hintern, ventralen Rand des Blastoporus an. In diesen Fällen liegt der Teloblast in der Hauptsache hinter dem Blastoporus, wie die Sichel bei Vögeln und Reptilien, die Schwanzknospe bei Knochenfischen.

Shipley ist in einem spätern Entwicklungsstadium auf den Teloblast aufmerksam geworden und bezeichnet denselben als Primitivstreifen. Das erscheint mir nicht gerechtfertigt, denn der Primitivstreif im ursprünglichen Sinne dieser Bezeichnung umfasst den gesammten Rand des Blastoporus, während die „Schwanz- oder Endknospe“, die „Sichel“, der „Endwulst“ doch nur dem hintern Ende des Primitivstreifs correspondiren. — Es erscheint mir sehr wahrscheinlich, dass die von Hatschek als „Polzellen des Mesoderms“ beschriebenen beiden grossen Zellen am hintern Rande des Gastrulamundes bei Amphioxus, die im weitern Verlauf der Entwicklung stets den hintern Körperpol bezeichnen, dem Teloblast der Vertebraten homodynam sind, d. h. proliferirend das Material zum Längenwachsthum nicht allein des Mesoderms, sondern auch des Neuralrohrs und der Chorda liefern.

Gleichzeitig mit dem Auftreten des Teloblast erscheint in der dorsalen Mittellinie eine schmale Rinne, die nicht vom Blastoporus ausgeht, die Oeffnung auch niemals erreicht. Sie erstreckt sich bald über einen Halbkreis und ist durch eine Einfaltung des Exoderms bedingt, die die Bildung des Centralnervensystems einleitet. Diese Falte ist solide, ihre beiden Blätter liegen in der Medianebene enge aneinander. Wie das Exoderm einschichtig ist, so besteht auch jedes Blatt der Falte aus einer einfachen Lage langer Cylinderzellen, die senkrecht zur Medianebene stehen. Der Exoderm-

falte entgegen gerichtet entsteht eine ebenfalls solide Falte des Endoderms, der dorsalen Wand des Urdarms. Die Zellen der einen wie der andern Falte sehen sich durchaus gleich, schliessen enge an einander, man kann die Anlagen des Centralnervensystems und der Chorda eine Zeit lang am Querschnitt nicht gesondert sehen und so ist wohl ein Ausdruck gestattet, den ich für das Ei der Knochenfische gebraucht habe: es entsteht ein massiver Kiel durch gleichartige aber entgegengesetzt gerichtete Thätigkeit beider Keimblätter, eine Doppelanlage, die sich erst später deutlich sondert. Die Sonderung beginnt etwa in der Mitte der Länge des Kiels, aus dem ventralen Teile des Kiels wird die Chorda, aus dem dorsalen das Centralnervensystem.

Die Chorda besteht also zunächst aus einer symmetrischen Doppellage cylindrischer, senkrecht zur Medianebene gestellter Zellen und erfährt dann dieselben Verschiebungen der Zellen, wie es bei Amphioxus bekanntermassen der Fall ist. Das Resultat ist die Bildung einer einfachen Säule aus scheibenförmigen Zellen. Wenn in diesen Zellen die hyaline Substanz auftritt, werden sie mehrkernig.

Die Anlage des Centralnervensystems zeigt in ihrer weitern Ausbildung einen Unterschied zwischen Kopf- und Rumpfregion, ehe noch die Trennung des Kiels vom Exoderm erfolgt ist. In der Kopfregion verbreitert sich der dorsale, hart unter dem Exoderm liegende Abschnitt des Kiels beträchtlich durch bedeutende Verlängerung seiner biserial gelagerten Zellen. Dann rücken diese verlängerten Zellen jederseits lateralwärts vor und es gliedert sich somit der Kiel hier in drei neben einander gelagerte Portionen, die mittlere unpaare Portion ist die Anlage des Hirns, die beiden seitlichen sind Anlagen von Hirnganglien. Dieser Process bleibt auf die Kopfregion beschränkt und zwar, wie die Folge lehrt, auf den praebranchialen Teil des Kopfes, den Vorderkopf, oder, genauer gesagt, auf den vordern Teil der

Trigeminusregion. Die übrigen Kopfganglien und die Spinalganglien entstehen viel später und in anderer Weise. Diese zuerst erscheinende paarige Ganglienanlage ist zunächst relativ stark, bleibt weiterhin aber im Wachsthum zurück.

Auch die Bildung des Mesoderms erfolgt in Kopf und Rumpf auf verschiedene Weise. Im Kopfteil, die Kiemenregion einbegriffen, stimmt dieser Vorgang genau mit dem bei Amphioxus beschriebenen überein. Der Urdarm bildet paarige Mesodermfalten oder Coelomdivertikel, die sich abschnüren und segmental gliedern. Diese Mesodermfalten entsprechen den gesammten Mesodermplatten, also Urwirbel und Seitenplatte, und wachsen ventralwärts vor. Ganz anders verläuft es in der Rumpfregion. Hier ist der Urdarm auf einen engen Spalt reducirt, der seitlich und ventral von den sogenannten Dotterzellen umlagert ist und an dessen ventraler Wand die epitheliale Ordnung der Zellen allmälig undeutlich wird. Die diese Lichtung zunächst umgebenden Zellen haben gar keinen Anteil an der Mesodermbildung. Dazu werden die beiden äusseren Lagen der als Reserve dienenden Dotterzellen verwendet, die ziemlich regelmässig concentrisch geschichtet sich zeigen. Zuerst entstehen die Urwirbel, für sich abgeschlossen, später die Seitenplatten und hier wieder das Parietalblatt früher, als das Visceralblatt. Ein Coelomspalt erscheint synchron mit der Anlage der Vorniere und des Herzens. Der Vornierengang ist exodermaler Herkunft, die drei Vornierenkanäle entstehen successive als kegelförmige Erhebungen des Parietalblattes gegen das Exoderm und vereinen sich mit der hohl werdenden Anlage des Ganges.

Wenn der Kopfteil wie ein Helmkamm sich über das Ei erhoben und frei vorzuwachsen begonnen hat, was an den aus Neapel erlangten Eiern am 5. Tage der Fall ist, an den Eiern aus Königsberg etwa am Anfange des 11. Tages statt fand, liegen die Ganglienanlagen ganz isolirt

zu beiden Seiten des Hirns und bedingen äusserlich sichtbar werdende seitliche Auftreibungen des Kopfes.

Die Mesodermfalten beginnen um diese Zeit sich zu segmentiren und sich von dem Urdarm abzuschnüren. Am Vorderende des Darms schiebt sich eine enge Endodermtasche zwischen Epidermis und vorderem Chordaende dorsalwärts vor und lagert sich enge dem Hirn an, das um dieselbe Zeit eine schmale Lichtung erhält, indem die biserial geordneten langen Zellen desselben sich in der Mittellinie von einander lösen.

24 resp. 48 Stunden später zeigt sich zwischen dem Ganglion und der dorsalen Wand des Hirns eine Verbindung von Zellen, die Anlage dorsaler Nervenwurzeln. Bei der Kürze der Strecke ist es schwer, über die Richtung der Bildung dieser Verbindung sichern Aufschluss zu erlangen. Das Wahrscheinliche ist, dass Zellen von beiden Ausgangspunkten einander entgegenrücken. Zu derselben Zeit erscheinen die Anlagen von Auge und Ohr und nun sieht man, dass das Ganglion zwischen beiden seine Lage hat. Ein Streifen von Zellen erstreckt sich jetzt auch vom vordern Ende des Ganglions distalwärts zur hervorwachsenden primären Augenblase; dieser Streifen ist die Anlage eines Nerven und zwar des N. ophthalmicus. Später, nachdem die Riechgrube sich zu bilden begonnen hat, erstreckt sich ein Zweig des N. ophthalmicus auch bis dahin.

Vor der Labyrinthgrube lehnt sich das hintere Ende des Ganglions, das wir nunmehr als Ganglion N. ophthalmici bezeichnen können, an die Epidermis an, die auf einer kurzen Strecke verdickt erscheint. Von dieser Stelle geht eine Reihe von Zellen proximalwärts zur Decke des Hirns, eine andere Reihe zieht ventralwärts, es ist die Anlage des Nervus mandibularis.

Sehr verwickelt liegen die Verhältnisse im Bereich der noch offenen Labyrinthgrube. Die Wand derselben hat zwei

Verbindungen mit dem Hirn, die eine findet sich zwischen der Decke des Hirns und der vordern Hälfte der Grube, die andere zwischen der hintern Hälfte und der Seitenwand des Hirns, hier liegen beide Teile hart an einander und man gewahrt, dass die Zellen des Hirns und der Grube sich zwischen einander schieben. An beiden Stellen ist die epitheliale Wand der Labyrinthgrube verdickt.

Von der vordern Verbindungsstelle erstreckt sich eine Reihe von Zellen entlang der vordern Wand der Labyrinthgrube ventralwärts. Die vordere Anlage entspricht dem Facialis, die hintere dem Acusticus. — Hinter der Labyrinthgrube verdickt sich abermals die Epidermis in Form einer longitudinal verlaufenden Leiste, die vorn in dem Horizont der Labyrinthgrube beginnt, nach hinten zu sich ein wenig ventralwärts senkt. In ihrer ganzen Länge steht diese Leiste dorsalwärts mit der Decke des Hirns durch an einander gereihte Zellen in Verbindung und sendet ventralwärts zwischen Mesodermplatten und Epidermis ebensolche Zellenreihen aus. Diese ganze Anlage ist eine kontinuirliche und entspricht der Vagusgruppe. — Im Rumpfgebiete finde ich zu derselben Zeit noch keine Spur von Spinalganglien oder dorsalen Nervenwurzeln, sondern erst kurz vor dem Zeitpunkte, wo die Bewegungen des Embryo beginnen, die bekanntlich in einem pendelartigen Schleudern des Kopfteils bestehen. Das trat an den Eiern, die ich in Königsberg beobachtete, gegen Ende des 14. Tages ein. Diesem Entwicklungsstadium entsprach der 7. Tag bei den aus Neapel erlangten Objecten. Man sieht dann aus Zellen und Fibrillen bestehende Anlagen von der dorsalen Region des Rückenmarkes ausgehen und zwischen Urwirbel und Rückenmark vorrücken. Die Zellen sind hier nicht zusammengedrängt, sondern liegen mehr zerstreut. Von einer Beteiligung der Epidermis an diesen Bildungen ist nichts wahrzunehmen. Gleichzeitig sind auch Fibrillen an den Hirnnerven erschienen

und wo diese Anlagen mit Epidermisverdickungen verbunden waren, gliedern sich an den Vereinigungsstellen die Ganglien der betreffenden Hirnnerven von der Epidermis ab; die Ganglien des Facialis und Acusticus aber entstehen aus der als Labyrinthgrube eingesenkten Partie der Epidermis.

Diese Wahrnehmungen bestätigen also die Beobachtungen früherer Forscher (Götte, van Wijhe, Froriep, Beard) über die Beteiligung der Epidermis an der Bildung der dorsalen Hirnnerven bei verschiedenen Gnathostomen und speciell die Beobachtungen von Beard über die Entstehungsweise der Ganglien dieser Nerven bei Elasmobranchiern.

Aber es geht aus dem Mitgeteilten hervor, dass bei Cyclostomen der Nerv des Vorderkopfes, der Ophthalmicus, von dieser Bildungsregel ausgeschlossen ist und eine besondere Stellung einnimmt. Sein Ganglion entsteht bedeutend früher als alle übrigen und entsteht nicht aus einem peripheren Bezirk der Epidermis, sondern aus dem medianen Kiel, d. h. aus der gemeinsamen Anlage für Hirn, Rückenmark und diesem Ganglienpaar. Das Ganglion liegt, nachdem es sich gleichzeitig mit dem Hirn von dem Exoderm gesondert hat, völlig isolirt zwischen Hirn und Epidermis und entwickelt erst später die Wurzel sowohl, wie den distal verlaufenden Teil des Nerven.

Der Entwicklung nach sind mithin die dorsalen Cerebrospinalnerven der Cyclostomen (exclusive Olfactorius und Opticus) in drei Gruppen zu sondern:

1. Der Nerv des Vorderkopfes, N. ophthalmicus.
2. Die Nerven der Branchialregion, NN. mandibularis, facialis, acusticus, vagus.
3. Die dorsalen Spinalnerven.

Ueber die Bildungsweise der Augenmuskelnerven und der ventralen Spinalnerven bin ich bisher nicht zu sichern Aufschlüssen gelangt.

Ich erwähnte vorher die vordere Endodermtasche, die sich zwischen Chorda und Epidermis dorsalwärts gegen das Hirn vorschiebt. Diese Tasche gliedert sich demnächst in eine enge mittlere Abteilung und zwei laterale Divertikel. Letztere liegen nicht in gleicher Höhe mit den vorderen Enden der Mesodermfalten, sondern dehnen sich derart aus, dass sie ventral unterhalb derselben zu liegen kommen. Darauf beginnen sie sich von der mittleren Abteilung abzuschnüren, welche dann jene bekannte Tasche darstellt, die zwischen Hypophysis und Chorda gelegen ist, während die lateralen Divertikel als paarige praeorale „Kopfhöhlen“ nach dem Erscheinen der Mundbucht in den seitlichen Regionen der Oberlippe zu liegen kommen.

In Berücksichtigung dieser Bildung der praeoralen „Kopfhöhlen“ kann ich dieselben nicht zum Mesoderm rechnen, sondern vergleiche sie mit den vorderen Endodermsäckchen bei Amphioxus,[1]) mit denen sie in der Entstehungsweise, wie in der Lagebeziehung zu den vordersten Mesodermsegmenten durchaus übereinstimmen.

---

1) Hatschek, Studien über Entwicklung des Amphioxus. S. 61.

Sitzung vom 3. März 1888.

1. Das correspondirende Mitglied Herr A. Brill in Tübingen hat eine Abhandlung: „Ueber die Multiplicität der Schnittpunkte von zwei ebenen Curven“ eingeschickt.

2. Herr A. Voss spricht: „über diejenigen Flächen, auf denen zwei Schaaren geodätischer Linien ein conjugirtes System bilden“.

3. Herr W. v. Gümbel demonstrirt „zwei neue Blätter seiner geognostischen Karte von Bayern“.

4. Herr G. Bauer überreicht eine Arbeit des Herrn Dr. Ludwig Maurer in Strassburg: „über allgemeinere Invarianten-Systeme“.

5. Herr M. v. Pettenkofer legt eine Mittheilung des Herrn Professor Dr. K. B. Lehmann in Würzburg: „über die Wirkung des Schwefelkohlenstoffs auf den thierischen Organismus“ vor.

Ueber die Multiplicität der Schnittpunkte von zwei ebenen Curven.

Von A. Brill in Tübingen.

(Eingelaufen 29. Februar.)

Die Frage, wie vielfach ein Schnittpunkt zweier Curven zu rechnen ist, in welchem dieselben sich mit Zweigen von beliebiger Beschaffenheit durchsetzen oder berühren, wird von Cayley, Halphen, H. J. S. Smith und in eingehender Weise von Herrn Stolz[1]) mit Hilfe von Reihen

1) Mathematische Annalen, Bd. 15.

beantwortet, nach welchen in jedem Punkt einer Curve die eine Coordinate in aufsteigenden Potenzen der anderen entwickelbar ist. Das Produkt der Differenzen dieser Entwicklungen, gebildet für die eine und die andere Curve, beginnt mit einer ganzen Potenz derjenigen Variabeln, nach welcher entwickelt wurde. Diese giebt die „Multiplicität" des Schnittpunktes an.

Man kann gegen dieses Verfahren den Einwand erheben, dass durch die irrationale Operation der Entwicklung ein Ueberfluss an Hilfsmitteln in Bewegung gesetzt wird, etwa vergleichbar dem, welchen die Bildung der Resultante von zwei Gleichungen mit sich brächte, wenn man dieselbe vermittelst des Produkts der Differenzen der Wurzeln wirklich darstellen wollte. Es muss auch in dem vorliegenden Falle einen Weg geben, auf welchem nur von rationalen Operationen Gebrauch gemacht wird.

Zwar hat man dieses Bedürfniss auch von anderer Seite schon anerkannt und rationale Processe angegeben, welche die Multiplicität eines Schnittpunktes definiren. Dass dieselben in theoretischen Erörterungen gute Dienste leisten, geht aus der erwähnten Abhandlung von Herrn Stolz hervor. Aber Niemand wird daran denken, die dort angegebenen algebraischen Umformungen zur wirklichen Bestimmung der Vielfachheit in einem vorliegenden Falle zu verwenden.

Es sei mir gestattet, im Nachfolgenden ein Verfahren vorzulegen, welches, wie ich glaube, das Gewünschte ohne Weitläufigkeit leistet.

1.

Der zu untersuchende Schnittpunkt der Curven φ und f befinde sich in dem Ursprung O eines Cartesischen Coordinatensystems, in Bezug auf welches die Gleichungen dieser Curven, nach aufsteigenden Potenzen von x und y geordnet, wie folgt lauten:

$$\varphi(xy) = o = \varphi_i + \varphi_{i+1} + \varphi_{i+2} + \ldots\ldots + \varphi_m$$
$$f(xy) = o = f_k + f_{k+1} + f_{k+2} + \ldots\ldots + f_n,$$

wo $\varphi_i, \varphi_{i+1}, \ldots f_k, f_{k+1}, \ldots$ ganze homogene Functionen von x, y von bez. den Dimensionen $i, i+1, \ldots k, k+1, \ldots$ sind. Wir machen die Voraussetzungen:

1. Dass die Functionen φ und f einen gemeinsamen Theiler nicht besitzen (unter „Theiler" wird hier wie im Folgenden eine ganze Function der Variabeln x, y verstanden).

2. Dass keiner der Linearfactoren von φ_i zugleich Factor von allen folgenden Gliedern $\varphi_{i+1}, \ldots \varphi_m$ ist, und eine ähnliche Voraussetzung bezüglich f_k. — Dann ist wegen der ersten Annahme die Multiplicität des Schnittpunkts O von φ und f jedenfalls eine endliche Zahl.

Ich lege nun den folgenden Satz zu Grunde: Wenn in der angegebenen Darstellung der Curvengleichungen $\varphi = o$, $f = o$ die Resultante aus den binären Formen niedrigster Ordnung φ_i und f_k nicht verschwindet, so sind in dem Ursprung O des Coordinatensystems genau $i \cdot k$ Schnittpunkte von φ und f vereinigt (die „Multiplicität" von O ist gleich $i \cdot k$).

Den Beweis dieses Satzes übergehe ich, da derselbe in strenger Form bereits von anderer Seite geführt worden ist (Nöther, „Rationale Ausführung u. s. w." Math. Annalen Bd. 23, Seite 320; und Voss, „Ueber den Fundamentalsatz u. s. w." ibid. Bd. 28, S. 533).

Man kann nun auf diesen Fall auch denjenigen zurückführen, wo die Resultante aus φ_i und f_k verschwindet, wo also diese Functionen einen oder mehrere Linienfactoren gemeinsam haben. Eine der Functionen φ, f, etwa φ, lässt sich durch eine andere ersetzen, welche hinsichtlich ihres Verhaltens gegenüber f in dem Punkt O sich von φ nicht oder doch in angebbarer Weise unterscheidet. Durch Multiplication nämlich von φ und f mit passend gewählten Functionen λ und ϱ von x und y — was, wie man sehen wird,

noch verschiedene Möglichkeiten zulässt — bildet man einen Ausdruck:

$$\Phi = \lambda \varphi + \varrho f = \Phi_p + \Phi_{p+1} + \ldots, \quad \ldots\ldots (1)$$

für welchen das Glied niederster Dimension Φ_p mit f_k keine Linearfactoren gemeinsam hat, für welchen also bei Berechnung der Multiplicität der Schnittpunkte von f und Φ wieder der obige Satz zur Geltung gelangt. Bezeichnet man dann die Multiplicität von O für $f = o$ und $\varphi = o$ mit (φf) oder $(f \varphi)$; ebenso für die Curven $\lambda = o$ und $f = o$ mit (λf) oder $(f \lambda)$, u. s. w., so bestimmt sich (φf) mit Hilfe der Relation:

$$(\Phi f) = (\varphi f) + (\lambda f).$$

Die Resultante nämlich aus Φ und f, hinsichtlich x oder auch y gebildet, ist gleich derjenigen von $\lambda \cdot \varphi$ und f, und demnach auch die Anzahl der dem Punkt O zugehörigen Wurzeln für beide dieselbe. Da nun:

$$(\Phi f) = p \cdot k$$

ist, so handelt es sich, wenn man (φf) kennen will, nur noch um die Bestimmung von (λf).

Diese Zahl lässt sich zunächst immer dann leicht ermitteln, wenn λ eine homogene Function:

$$\lambda = \lambda_l$$

von x und y ist. Denn sei etwa λ_1 ein Linearfactor derselben, und verschwindet für den aus:

$$\lambda_1 = o$$

zu entnehmenden Wert von $\frac{y}{x}$ die Function f_k nicht, so ist die Anzahl der Schnittpunkte der Linie $\lambda_1 = o$ mit $f = o$, welche in O fallen:

$$(\lambda_1 f) = k.$$

Verschwindet aber für jenes $\frac{y}{x}$ f_k, und ausserdem etwa noch $f_{k+1}, \ldots . f_{k+\mu-1}$, dagegen $f_{k+\mu}$ nicht — sämmtliche f können nach der Annahme 2. nicht verschwinden — so ist, weil die Resultante aus λ_l und f etwa hinsichtlich x in dem vorliegenden Fall die $(k+\mu)^{te}$ Potenz von x als Factor ausscheidet:

$$(\lambda_l f) = k + \mu.$$

Bestimmt man die entsprechende Zahl für jeden Linearfactor von λ_l, so ist $(\lambda_l f)$ gleich der Summe dieser Zahlen. — Uebrigens bedarf es gar nicht der Auflösung von λ_l in Factoren, wenn man den grössten gemeinsamen Theiler ermittelt zuerst von λ_l und f_k, wobei sich etwa $\lambda_{l'}$ ergeben möge, dann von $\lambda_{l'}$ und f_{k+1}, wobei $\lambda_{l''}$ herauskommen möge, u. s. w. Es ist dann:

$$(\lambda_l f) = k(l - l') + (k+1)(l' - l'') + \ldots$$

durch Ausführung bloss rationaler Processe bestimmt.

Es entsteht nun die Aufgabe, auf den vorstehend behandelten Fall auch den allgemeinen zurückzuführen, wo sich keine homogene Function λ finden lässt, welche der Gleichung (1) genügt.

Bevor dies in allgemeiner Weise geschieht, sei mir gestattet, die Natur des eingeschlagenen Verfahrens durch Voranschicken eines Falles darzulegen, den ich an einer anderen Stelle bereits behandelt habe, des Falles nämlich, wo die Zahl $k = 1$ ist, und die Functionen λ und ϱ sich in eindeutiger Weise ergeben.

2.

Die nach Dimensionen von x, y geordneten Functionen f und φ seien:

$$\varphi = \varphi_i + \varphi_{i+1} + \dots + \varphi_m$$
$$f = f_1 + f_2 + \dots + f_n,$$

wo $i \geqq 1$, und die Functionen niederster Dimension f_1 und φ_i von Null verschieden seien.

Ist f_1 nicht Factor von φ_i, so haben die Curven f und φ keine Berührung in dem Punkte O, und die Multiplicität von O ist gleich i.

Ist aber f_1 Theiler von φ_i, ist also etwa identisch:

$$\varphi_i = f_1 \varrho_{i-1},$$

so bilde man den Ausdruck:

$$\psi = \varphi - \varrho_{i-1} f = (\varphi_{i+1} - \varrho_{i-1} f_2) + (\varphi_{i+2} - \varrho_{i-1} f_3) + \dots$$
$$= \psi_{i+1} + \psi_{i+2} + \dots$$

Ist f_1 nicht Theiler von ψ_{i+1}, so ist die Anzahl (ψf) der Schnittpunkte von $\psi = o$ mit $f = o$ gleich $i + 1$, und folglich auch:

$$(\varphi f) = i + 1.$$

Ist aber f_1 Theiler auch von ψ_{i+1}, bestehen also die Gleichungen:

$$\varphi_i \quad = f_1 \varrho_{i-1}$$
$$\varphi_{i+1} = f_2 \varrho_{i-1} + f_1 \varrho_i,$$

so setze man wieder:

$$\chi = \psi - \varrho_i f = \varphi - (\varrho_{i-1} + \varrho_i) f = \chi_{i+2} + \chi_{i+3} + \dots,$$

und untersuche die Theilbarkeit von χ_{i+2} durch f_1. In dieser Weise fahre man fort. Da sich die Vielfachheit des

Punktes, den die Curven φ, ψ, χ, ... der Reihe nach in O besitzen, bei jedem Schritt um mindestens eins erhöht, so muss der Fall eintreten, dass dieselbe gleich der Multiplicität des Schnittpunkts von f und φ wird. Ist dies etwa nach $(\beta - i)$-maliger Wiederholung der Fall, verschwinden also in:

$$\Phi = \varphi - \varrho\, f = \Phi_\beta + \Phi_{\beta+1} + \dots,$$

wo:

$$\varrho = \varrho_{i-1} + \varrho_i + \varrho_{i+1} + \dots + \varrho_{\beta-2}$$

ist, die Glieder bis herauf zur $(\beta - 1)^{ten}$ Dimension einschliesslich identisch, während Φ_β von Null verschieden ist, so hat die Curve:

$$\Phi = 0$$

im Ursprung einen β-fachen Punkt, dessen Zweige sämmtlich die Curve f nicht berühren. Φ besitzt alsdann β Schnittpunkte mit f an dieser Stelle. Die Functionen ϱ_{i-1}, ϱ_i, ... $\varrho_{\beta-2}$ bestimmen sich aus den Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} \varphi_i \quad\;\; = \varrho_{i-1}\, f_1 \\ \varphi_{i+1} = \varrho_{i-1}\, f_2 + \varrho_i\, f_1 \\ \varphi_{i+2} = \varrho_{i-1}\, f_3 + \varrho_i\, f_2 + \varrho_{i+1}\, f_1 \\ \dots\dots\dots\dots \\ \varphi_{\beta-1} = \varrho_{i-1}\, f_{\beta-i} + \varrho_i\, f_{\beta-i-1} + \dots + \varrho_{\beta-2}\, f_1, \end{array}\right\} \quad (2)$$

welche sich nicht durch Nullsetzen der Glieder niederster Dimension von φ ergeben.

In dem Falle $k = 1$ lässt sich also die Gleichung einer Curve:

$$\Phi = \varphi - \varrho\, f = 0$$

bestimmen, welche in O einen vielfachen Punkt besitzt, dessen Zweige f nicht berühren, und für welche der Schnittpunkt mit f in O dieselbe Multiplicität besitzt, wie der von φ mit f.

Ist auch noch $i = 1$, so drücken die Gleichungen (1) im Allgemeinen die nothwendige und hinreichende Bedingung

dafür aus, dass die Zweige der Curven φ und f in β consecutiven Punkten übereinstimmen (eine höhere Berührung eingehen). Denn da die Gleichungen (1) ausdrücken, dass β Schnittpunkte von φ und f in den Punkt O fallen, und da für $k = i = 1$ sowohl f als φ nur je einen einfachen Zweig durch O schickt, so muss die Multiplicität in O von $(\beta - 1)$ punktiger Berührung herrühren. Ferner aber unterscheidet sich, wie man leicht bestätigt, die Anzahl der in den Functionen ϱ_0, ϱ_1, $\varrho_2, \ldots \varrho_{\beta-2}$ befindlichen verfügbaren Constanten (welche in φ_1, $\varphi_2, \ldots \varphi_{\beta-1}$ eingehen) noch um β Einheiten von der Zahl der in einer allgemeinen Function von der Form:

$$\varphi_1 + \varphi_2 + \ldots + \varphi_{\beta-1}$$

verfügbaren Constanten; β Constante kommen also auf die zu erfüllende Bedingung. In der That absorbirt die Festlegung von β Punkten der Curve φ gerade β Constante, wenn man von Ausnahmefällen absieht, auf die wir hier nicht eingehen wollen.

3.

Das in (2) angegebene Verfahren lässt sich mit einer leichten Modification auf die Bestimmung der Multiplicität von O für zwei Curven f und φ von beliebigem Verhalten in O ausdehnen.

Ich gehe wieder aus von den nach Dimensionen von x, y geordneten Gleichungen der Curven:

$$\varphi = \varphi_i + \varphi_{i+1} + \ldots + \varphi_m$$
$$f = f_k + f_{k+1} + \ldots + f_n.$$

Ist die Resultante von φ_i und f_k von Null verschieden, berühren sich also die Zweige von f und φ nicht, so hat φ bereits die gewünschte Form.

Verschwindet aber die Resultante aus φ_i und f_k, so stellt man eine Function, die sich in O gegenüber f ebenso verhält, wie φ, deren Anfangsglied aber mit f_k keinen Linearfactor gemeinsam hat, durch wiederholte Anwendung des folgenden Processes her.

Sei etwa die homogene Function σ der durch rationale Operationen leicht bestimmbare grösste gemeinschaftliche Theiler von φ_i und f_k, also etwa:

$$f_k = \sigma f'$$
$$\varphi_i = \sigma \varphi',$$

wo nun f' und φ' theilerfremde Functionen sind, so bilde man die Differenz:

$$\psi = f' \varphi - \varphi' f = (\varphi_{i+1} f' - f_{k+1} \varphi') + (\varphi_{i+2} f' - f_{k+2} \varphi') + \dots$$
$$= \psi_l + \psi_{l+1} + \dots,$$

geordnet wiederum nach Dimensionen von x und y.

Man bemerkt zunächst, dass die Anzahl der Glieder (verschiedener Dimension) ψ_l, ψ_{l+1}, ... von ψ um mindestens eine Einheit kleiner ist, als die grösste der beiden Zahlen:

$$m - i + 1, \quad n - k + 1,$$

welche bezw. die Anzahl der Glieder in φ und f angeben.

Nun hat das Glied niedrigster Dimension:

$$\psi_l = \varphi_{i+1} f' - f_{k+1} \varphi'$$

entweder mit f_k einen Factor gemeinsam, oder nicht. Im letzteren Fall ist der Process abgeschlossen. Denn auf dem in § 1 angegebenen Weg bestimmt sich für die h o m o g e n e Function f' leicht die Multiplicität $(f' f)$ des in O fallenden Schnittpunktes mit f, und um diejenigen (φf) von φ mit f zu finden, hat man nur die Gleichung anzuwenden:

$$(\psi f) = (\varphi f) + (f' f),$$

wo $(\psi f) = k \cdot l$ ist.

Auch dann ist immer ein Abschluss erreicht, wenn φ_1 mit φ_i keinen Theiler gemeinsam hat, weil man die Beziehung hat:

$$(\psi\,\varphi) = (f\,\varphi) + (\varphi'\,\varphi).$$

Besitzt aber ψ_1 sowohl mit f_k wie mit φ_i je einen Theiler gemeinsam, so hat man das auf f und φ angewandte Verfahren fortzusetzen, indem man entweder ψ und φ oder ψ und f benutzt. In jedem Fall ist dann für eine so entstandene Function χ, etwa:

$$\chi = \varphi''\,\psi - \psi''\,\varphi = \chi_r + \chi_{r+1} + \ldots\ldots,$$

(wo φ'' und ψ'' durch Division des grössten gemeinsamen Theilers von φ_i und ψ_1 in diese Functionen entstanden sind), die Anzahl der Glieder χ_r, χ_{r+1}, ... um mindestens eins kleiner, als die Anzahl für diejenigen der Functionen ψ, φ, welche die grössere Gliederzahl besitzt. Man prüfe nun wieder das Anfangsglied χ_r auf gemeinschaftliche Factoren mit φ_i, ψ_1. Nur in dem Falle, dass χ_r mit jedem dieser Ausdrücke einen Factor gemeinsam hat, ist das Verfahren fortzusetzen.[1]) Unter allen Umständen ergiebt sich aber nach einer endlichen Anzahl von Wiederholungen ein Abschluss, wenn man ausser der zuletzt erhaltenen Function für die Umbildung jedesmal diejenige von den beiden vorhergehenden benutzt, welche die geringste Gliederzahl besitzt. Denn dieses Vorgehen hat eine fortgesetzte Verminderung

---

1) Wenn ein Factor χ' von χ_r Theiler von χ selbst sein sollte, was vorkommen kann, dann wende man das angegebene Verfahren auf den Quotienten:

$$\frac{\chi}{\chi'} = X$$

und φ, statt auf χ und φ an, benutze überhaupt allenthalben X statt χ, und bestimme $(\chi\,\varphi)$ aus der Relation:

$$(X\,\varphi) = (\chi\,\varphi) - (\chi'\,\varphi).$$

der Gliederzahl zur Folge, so dass man zuletzt bei einem einzigen Glied, d. h. einer homogenen Function von x und y anlangt, deren Schnittpunkt mit f in O wieder mit Hilfe des in § 1 angegebenen Verfahrens untersucht wird.

Die Kette von Gleichungen, zu welchen man so geführt wird, sei die folgende:

$$\left.\begin{aligned} \psi &= f'\,\varphi - \varphi'\,f \\ \chi &= \varphi''\,\psi - \psi''\,\varphi \\ \vartheta &= \psi'''\,\chi - \chi'''\,\psi \\ &\cdots\cdots \\ \tau &= \varrho^{(\nu-1)}\,\sigma - \sigma^{(\nu-1)}\,\varrho \\ \omega &= \sigma^{(\nu)}\,\tau - \tau^{(\nu)}\,\sigma, \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

wo nun ω in lauter Linearfactoren zerfallen möge. Dann berechnet man die Multiplicität des Schnittpunkts O von φ mit f vermöge der Gleichungen:

$$\begin{aligned} (\omega\;\tau) &= (\sigma\;\tau) + (\tau^{(\nu)}\,\tau) \\ (\tau\;\sigma) &= (\varrho\;\sigma) + (\sigma^{(\nu-1)}\,\sigma) \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots \\ (\chi\;\psi) &= (\varphi\;\psi) + (\psi''\;\psi) \\ (\psi\;\varphi) &= (f\;\varphi) + (\varphi'\;\varphi), \end{aligned}$$

wo nun die Zahlen $(\omega\,\tau)$, $(\tau^{(\nu)}\,\tau)$, $(\sigma^{(\nu-1)}\,\sigma)$, ... $(\psi''\,\psi)$ $(\varphi'\,\varphi)$ sämmtlich direct bestimmbar sind (§ 1), weil ω, $\tau^{(\nu)}$, $\sigma^{(\nu-1)}$, ... ψ'', φ' homogene Functionen von x und y sind. — Aus der ersten Gleichung bestimmt man $(\sigma\,\tau)$, setzt diesen Werth in die zweite ein, bestimmt aus dieser $(\varrho\,\sigma)$, u. s. w. und gelangt so zuletzt zu $(f\,\varphi)$.

Die Elimination der Functionen ψ, χ, ϑ, ... σ, τ aus dem System (1) führt zu einer identischen Gleichung von der Form:

$$\omega = \lambda \cdot \varphi + \varrho \cdot f,$$

wo die homogene Function ω keinen der Linearfactoren be-

sitzt, welche die Anfangsglieder φ_i und f_k von φ und f gemeinsam haben. Das Verhalten der — im allgemeinen nicht homogenen — Functionen λ und ϱ gegenüber f in dem Ursprung O des Coordinatensystems bestimmt sich aus den bekannten Zahlen (φf), (ωf), $(\omega \varphi)$ vermöge der Beziehungen:

$$(\omega\, f) = (\varphi\, f) + (\lambda\, f)$$
$$(\omega\, \varphi) = (f\, \varphi) + (\varrho\, \varphi).$$

Es liegt auf der Hand, dass es für die Bestimmung von (φf) ausreicht, anstatt bis zu ω, bis zu einer solchen Curve vorzudringen, welche mit den beiden voraufgehenden gemeinsame Tangenten nicht besitzt. Der Process, der zu einer solchen Function führt, ist im allgemeinen kürzer, als der oben geschilderte, und ist so einzurichten, dass man je mit der zuletzt erzeugten Function diejenige von den beiden zuvor gebildeten combinirt, die bewirkt, dass in der neu zu bildenden Function möglichst wenige Glieder (in stetiger Aufeinanderfolge) Factoren mit dem Anfangsglied gemeinsam haben, welche zugleich Factoren der Anfangsglieder der beiden benutzten Functionen sind.

Ein Beispiel möge dieses Verfahren erläutern:

Sei:
$$f = x\,y + y^2 x + y^2 x^2 + f_5$$
$$\varphi = x\,y + x\,y\,(x + y) + x^2 y^2 + \varphi_5,$$

wo f_5, φ_5 homogene Functionen mit unbestimmten Coefficienten sind. Man bilde der Reihe nach:

$$\psi = f - \varphi = -y\,x^2 + f_5 - \varphi_5$$
$$\chi = \psi + \varphi \cdot x = y\,x^2 (x + y) + (x^3 y^2 + f_5 - \varphi_5) + x\,\varphi_5$$
$$\vartheta = \chi + (x + y) \cdot \psi = (x^3 y^2 + f_5 - \varphi_5) + \ldots .$$

Dann ist, wenn $f_5 - \varphi_5$ weder den Factor x, noch den Factor y aussondert, und zugleich $x^3 y^2 + f_5 - \varphi_5$ nicht den Factor $x + y$ besitzt:

$$(\vartheta\, \chi) = 5 \cdot 4 = (\psi\, \chi) + (x + y, \chi).$$

Weil für $x + y = o$ die Function χ sich auf Glieder 5^{ter} (und höherer) Dimension reducirt, ist ferner:

$$(\chi, x + y) = 5.$$

Ebenso: $$(\varphi, x) = 5.$$

Daher endlich ist:

$$(f\,\psi) = (\varphi\,\psi) = (\chi\,\psi) - (x\,\psi) = 15 - 5 = 10$$

die Multiplicität des Schnittpunktes der Curven φ und f in dem Ursprung O des Coordinatensystems. — In der That haben die Zweige des Doppelpunkts, welchen φ in O hat, je 4 consecutive Punkte mit den Doppelpunktszweigen von f, die sie berühren, gemeinsam.

Die Durchführung des angegebenen Verfahrens bis zu einer Function hin, welche in lineare Factoren zerfällt, führt augenscheinlich zu einem Bestandtheil derjenigen Resultante der beiden Ausgangsfunctionen f und φ, die durch Elimination einer Variabeln z entsteht, mit deren Hilfe man dieselben in homogene ternäre Formen überführt. Denn diese Resultante, gleich Null gesetzt, repräsentirt, geometrisch zu reden, das Product der Strahlen, die sich von dem Ursprung des Coordinatensystems nach den Schnittpunkten der Curven $f = o$, $\varphi = o$ legen lassen, unter welchen sich denn auch die in den Ursprung selbst gerückten befinden müssen. Die nächste Verallgemeinerung würde nun in der Aufstellung dieses Strahlenproducts für einen beliebigen (nicht in einen Schnittpunkt von f und φ fallenden) Punkt der Ebene bestehen und damit zu denjenigen Gleichungen hinleiten, durch die Clebsch und Herr Kronecker das System der Schnittpunkte zweier Curven definiren, dessen Zerfällung in seine rationalen Bestandtheile die Multiplicität einzelner Schnittpunkte zu ermitteln gestattet.

Ich finde aber, dass für diesen letzteren Zweck der Vorzug des oben mitgetheilten Verfahrens eben in der Beschränkung auf den ersten Schritt in der angegebenen Richtung besteht.

Ueber diejenigen Flächen, auf denen zwei Schaaren geodätischer Linien ein conjugirtes System bilden.

Von A. Voss in München.

(Eingelaufen 3. März.)

Von Liouville rührt bekanntlich der Satz her, dass von zwei Schaaren reeller geodätischer Linien auf einer Fläche (mit Ausnahme der developpabelen Flächen) kein orthogonales System gebildet werden kann. Dagegen ist meines Wissens die Frage bisher nicht erörtert worden, unter welchen Umständen zwei Schaaren geodätischer Curven auf einer Fläche ein conjugirtes System bilden können. Eine nähere Untersuchung derselben, aus der im folgenden einige Resultate mitgetheilt werden sollen, zeigt, dass die Bestimmung dieser Flächen mit derjenigen der Flächen constanter Krümmung eng zusammenhängt. Dabei ist indessen der Fall reeller geodätischer Linien vorausgesetzt; lässt man auch imaginäre Systeme zu, so ergeben sich noch andere Lösungen, wie die im folgenden besprochenen; so z. B. würden auf allen Minimalflächen die Minimalcurven selbst ein solches System bilden. Andererseits mag im vornherein der Fall der Developpabelen ausgeschlossen sein; auf ihnen bilden die Erzeugenden mit jeder Schaar geodätischer Curven ein solches System.

Wird eine krumme Fläche zu der Kugel mit dem Radius Eins in diejenige Beziehung versetzt, welche man als sphärische Abbildung derselben auf die Kugel bezeichnet, so

wird im allgemeinen der Winkel Θ zwischen den Parameterlinien u = const, v = const, in der Abbildung nicht erhalten bleiben. In Bezug hierauf kann man den folgenden, auch leicht aus geometrischen Betrachtungen ableitbaren Satz aufstellen:

Der Cosinus des Winkels Θ unter dem sich irgend zwei Richtungen auf der Fläche schneiden, bleibt bei sphärischer Abbildung (bis aufs Vorzeichen) in den folgenden drei Fällen ungeändert:

Erstens, wenn die Fläche eine Minimalfläche oder eine Kugel ist;

zweitens, wenn die beiden Richtungen zu einander conjugirt sind;

drittens, wenn dieselben invers conjugirt sind.

Unter der invers conjugirten Richtung zu einer gegebenen verstehe ich dabei diejenige, nach welcher die Krümmung des Normalschnittes ebenso gross ist, wie nach der conjugirten, oder welche mit einem der Hauptschnitte denselben Winkel bildet, wie die conjugirte Richtung. Die Doppelstrahlen der conjugirten Beziehung, d. h. die (in negativ gekrümmten Theilen der Fläche reellen) Haupttangenten sind invers conjugirt; umgekehrt sind die symmetrisch zu den Hauptschnitten gelegenen conjugirten Richtungen die (auf positiv gekrümmten Flächentheilen reellen) Doppelstrahlen der invers conjugirten Beziehung. Auf den Minimalflächen insbesondere stehen invers conjugirte Richtungen zu einander senkrecht, auf der Kugel sind sie unbestimmt.

Bezeichnet man durch X, Y, Z die Richtungscosinus der Normale eines Punctes x, y, z der Fläche, durch e, f, g die Coefficienten des Längenelementes

$$ds^2 = e\,du^2 + 2\,f\,du\,dv + g\,dv^2,$$

durch E, F, G die Ausdrücke[1])

$$E = X\frac{\partial^2 x}{\partial u^2} + Y\frac{\partial^2 y}{\partial u^2} + Z\frac{\partial^2 z}{\partial u^2},$$

$$F = X\frac{\partial^2 x}{\partial u\,\partial v} + Y\frac{\partial^2 y}{\partial u\,\partial v} + Z\frac{\partial^2 z}{\partial u\,\partial v},$$

$$G = X\frac{\partial^2 x}{\partial v^2} + Y\frac{\partial^2 y}{\partial v^2} + Z\frac{\partial^2 z}{\partial v^2};$$

setzt man ferner

$$\sigma = \sqrt{eg - f^2},$$

1) $$\sigma A_1 = e\frac{\partial f}{\partial u} - \tfrac{1}{2}e\frac{\partial e}{\partial v} - \tfrac{1}{2}f\frac{\partial e}{du},$$

$$\sigma C = g\frac{\partial f}{\partial v} - \tfrac{1}{2}g\frac{\partial g}{\partial u} - \tfrac{1}{2}f\frac{\partial g}{\partial u},$$

so sind die Bedingungen für ein aus conjugirten Curven gebildetes System geodätischer Linien u = const, v = const

2) $$F = o,\quad A_1 = o,\quad C = o.$$

Durch Integration der Gaussischen Differentialgleichungen zwischen den E, G, F, e, g, f erhält man leicht:

3) $$E = \sqrt{\frac{\sigma}{g}}\,U,$$

$$G = \sqrt{\frac{\sigma}{e}}\,V,$$

1) Bei Anwendung dieser Bezeichnung wird die invers conjugirte Beziehung zwischen zwei Richtungen du, dv; du′, dv′ durch die Bedingung

$$(Eg - 2Ff + Ge)(E\,du\,du' + F(du\,dv' + dv\,du') + G\,dv\,dv')$$
$$= 2(EG - F^2)(e\,du\,du' + f(du\,dv' + dv\,du') + g\,dv\,dv')$$

ausgedrückt.

in welchen Gleichungen U resp. V willkürliche Functionen von u, resp. v bedeuten, die jedoch ohne Beschränkung der Allgemeinheit gleich der Einheit gewählt werden können, wie im folgenden geschehen soll. Aus den Gleichungen 3) ergiebt sich alsdann:

$$4)\qquad \left(\frac{\partial X}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial Y}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial Z}{\partial u}\right)^2 = 1,$$

$$\left(\frac{\partial X}{\partial v}\right)^2 + \left(\frac{\partial Y}{\partial v}\right)^2 + \left(\frac{\partial Z}{\partial v}\right)^2 = 1,$$

$$\frac{\partial X}{\partial u}\frac{\partial X}{\partial v} + \frac{\partial Y}{\partial u}\frac{\partial Y}{\partial v} + \frac{\partial Z}{\partial u}\frac{\partial Z}{\partial v} = -\frac{f}{\sqrt{ge}} = -\lambda;$$

mithin wird das Längenelement auf der Kugel gegeben durch den Ausdruck:

$$5)\qquad d\Sigma^2 = du^2 + dv^2 - 2\lambda\, du\, dv.$$

Das liefert den folgenden Satz:

1) Bei der sphärischen Abbildung einer Fläche, auf der zwei Schaaren reeller geodätischer Curven ein conjugirtes System bilden, gehen dieselben in ein System äquidistanter Curven auf der Kugel über.

Umgekehrt lässt sich leicht beweisen:

2) Finden für eine Fläche die Gleichungen

$$6)\qquad F = o,\quad \frac{\partial E\sqrt{\frac{g}{\sigma}}}{\partial v} = o,\quad \frac{\partial G\sqrt{\frac{e}{\sigma}}}{\partial u} = o,$$

statt, so ist dieselbe bezogen auf zwei geodätische Schaaren, die ein conjugirtes System bilden.

Bekanntlich werden alle reellen Eintheilungen der Kugelfläche in äquidistante Systeme durch die Abbildung der Haupt-

tangentencurven der Flächen constanter negativer Krümmung — 1 auf die Kugel gewonnen. Man kann daher die Bestimmung der Flächen, auf denen zwei geodätische Schaaren ein conjugirtes System bilden, durch folgenden Satz mit dem Problem der Flächen constanter Krümmung in Verbindung setzen.

3) Einer jeden Eintheilung der Kugel in zwei Schaaren äquidistanter Curven entspricht eine Klasse von Flächen der genannten Eigenschaft, gebildet von allen denjenigen, deren conjugirte Parameterlinien auf der Kugel das gegebene System durch Abbildung erzeugen.

Unter Voraussetzung der Gleichung (5) müssen nämlich für jede Fläche, die zu den äquidistanten Curven der Kegel in der so eben bezeichneten Beziehung steht, und für welche $F = o$ ist, die Gleichungen

$$7) \qquad -\frac{\partial x}{\partial u}\sqrt{1-\lambda^2} = \sqrt{e}\left(\frac{\partial X}{\partial u} + \lambda\frac{\partial X}{\partial v}\right),$$

$$-\frac{\partial x}{\partial v}\sqrt{1-\lambda^2} = \sqrt{g}\left(\frac{\partial X}{\partial u}\lambda + \frac{\partial X}{\partial v}\right),$$

nebst den entsprechenden für y und z stattfinden. Vermöge der Integrabilitätsbedingungen der Gleichungen (7) aber erhält man

$$\frac{\partial\sqrt{e}}{\partial v} = \frac{\partial\lambda\sqrt{g}}{\partial u},$$

$$\frac{\partial\sqrt{g}}{\partial u} = \frac{\partial\lambda\sqrt{e}}{\partial v},$$

welche Gleichungen mit den Bedingungen geodätischer Parameter $A_1 = o$, $C = o$ übereinkommen; ausserdem ist aber den Gleichungen (7) zufolge $F = o$, so dass die Curven auch ein conjugirtes System bilden. Setzt man nun

$$\sqrt{e} = z, \quad \sqrt{g} = \zeta,$$

so wird

$$z(1+\lambda) = \frac{\partial M}{\partial u},$$

$$\zeta(1+\lambda) = \frac{\partial M}{\partial v},$$

wo M eine Function ist, die durch die partielle Differentialgleichung

$$8) \qquad \frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{\partial M}{\partial v}\,\frac{1-\lambda}{1+\lambda}\right) + \frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{\partial M}{\partial u}\,\frac{1-\lambda}{1+\lambda}\right) = 0$$

characterisirt ist, während λ der Differentialgleichung

$$\frac{\partial^2 \lambda}{\partial u\, \partial v} + \frac{\lambda}{1-\lambda^2}\,\frac{\partial \lambda}{\partial u}\,\frac{\partial \lambda}{\partial v} + 1 - \lambda^2 = 0$$

genügt. Unter der Voraussetzung, dass M eine Lösung der Gleichung (8) ist, ergeben sich daher aus (7) durch Quadratur die Coordinaten x, y, z der gesuchten Flächen.

Es sei hier der Fall hervorgehoben, wo

$$z = \pm \zeta$$

wird; d. h. wo die Flächen durch das conjugirte System der geodätischen Linien in unendlich kleine Rhomben getheilt werden. Für $z = -\zeta$ sind die Krümmungslinien gegeben durch $u \pm v = \text{const}$; sie theilen die Fläche in unendlich kleine Quadrate, und die Form des Längenelementes

$$ds^2 = e\,(du^2 + dv^2 - 2\,\lambda\, du\, dv)$$

zeigt, dass die Abbildung auf die Kugel eine conforme ist. In der That wird die Fläche eine Minimalfläche; gleichzeitig aber müssen, wie leicht zu zeigen ist, sowohl M als auch λ Functionen von $u - v$ sein. Hat man sonach

alle Minimalflächen der verlangten Art bestimmt, so ergeben sich alle Flächen positiver Krümmung, für welche

$$z = \zeta$$

ausfällt, durch folgenden Satz:

4) Einer jeden Minimalfläche der genannten Art ist adjungirt eine zu demselben Systeme äquidistanter Curven auf der Kugel gehörige solche Fläche positiver Krümmung, welche durch Quadratur gefunden wird; und umgekehrt ist auch zu jeder Fläche der letzteren Art eine bestimmte Minimalfläche adjungirt, so dass die adjungirte Beziehung eine reciproke ist.

Von weiteren Betrachtungen die sich hieran schliessen, mag hier endlich noch die Bestimmung derjenigen Rotationsflächen erwähnt werden, auf denen zwei geodätische Schaaren conjugirt sind.

Setzt man die Gleichungen der Rotationsfläche in der Form

$$x = \varrho \cos \varphi,$$
$$y = \varrho \sin \varphi,$$
$$z = f(\varrho),$$

voraus, betrachtet also ϱ und φ als Functionen von u und v, so wird nach Satz 2) die Bestimmung dieser Flächen zurückgeführt auf die Integration der Gleichungen (6). Auf diesem Wege erhält man, wenn

$$A = \frac{1}{\varrho^2}, \quad B = \frac{1}{\varrho^4}(1 - p^2 f'^2),$$

$$p = \frac{1 + f'^2}{\varrho f''}, \quad \omega = \frac{f'^2}{1 + f'^2},$$

gesetzt wird, durch Integration der Integrabilitätsbedingungen des Problems

$$9)\qquad \frac{\partial \varrho}{\partial u} = p\,\psi, \quad \omega\left(\frac{\partial \varphi}{\partial u}\right)^2 = 1 - \left(\frac{\psi}{\varrho}\right)^2,$$

$$\frac{\partial \varrho}{\partial v} = p\,\chi, \quad \omega\left(\frac{\partial \varphi}{\partial v}\right)^2 = 1 - \left(\frac{\chi}{\varrho}\right)^2;$$

wo ψ und χ Functionen von u resp. v sind, welche der Gleichung

$$10)\qquad 1 - A\,(\psi^2 + \chi^2) + B\,\psi^2\chi^2 = o$$

genügen müssen. Eine vollständigere Behandlung der Gleichungen (9) und (10) zeigt, dass ψ und χ Constanten sein müssen. Sämmtliche Rotationsflächen der bezeichneten Art sind daher durch die die beiden willkürlichen Constanten a und b enthaltende Differentialgleichung

$$\left(1 - \frac{a^2}{\varrho^2}\right)\left(1 - \frac{b^2}{\varrho^2}\right) = \left(\frac{1 + f'^2}{\varrho\, f''}\right)^2 \frac{a^2\, b^2}{\varrho^4}$$

characterisirt, welche für f im allgemeinen ein elliptisches Integral liefert. Unter denselben befinden sich (dem Falle a = b entsprechend) auch solche der vorhin erwähnten Art, welche durch die geodätischen Curven in Rhomben getheilt werden; adjungirt sind denselben die windschiefen Minimalflächen.

Ueber allgemeinere Invarianten-Systeme.

Von Dr. Ludwig Maurer in Strassburg.

(Eingelaufen 8 März.)

Bei der Begründung der Invariantentheorie kann man entweder von der Eigenschaft der Invarianten einer algebraischen Form ausgehen, dass sie durch ein gewisses System linearer Substitutionen in sich selbst transformirt werden; aus dieser Eigenschaft derselben ergibt sich sofort ihre Definition durch ein System partieller, linearer und homogener Differentialgleichungen, deren Coefficienten lineare und homogene Functionen der Coefficienten der algebraischen Form sind.

Oder man kann, wie dies zuerst Herr Aronhold getan hat,[1]) davon ausgehen, dass sich die Bedingungen, unter denen zwei algebraische Formen äquivalent sind, durch Gleichsetzung ihrer absoluten Invarianten ausdrücken lassen.

Wie man von der letzteren Definition ausgehend die Differentialgleichungen, denen die Invarianten genügen, ableiten kann, hat Herr Aronhold gezeigt. Dagegen ist noch nicht untersucht worden, ob beziehungsweise unter welchen Bedingungen umgekehrt ein System von partiellen Differentialgleichungen der Form

$$(\gamma) \sum_{\lambda=1}^{n} \sum_{\mu=1}^{n} c^{i}_{\lambda\mu} \frac{\partial f}{\partial x_{\lambda}} x_{\mu} = 0 \ (i = 1, 2, \ldots m)$$

das Invariantensystem einer algebraischen Form definirt.

1) Crelle B. 62.

Diese Frage steht im engsten Zusammenhang mit der allgemeineren Auffassung des Invariantenbegriffes, welche Herr Christoffel im 19. Bande der mathematischen Annalen (S. 280) dargelegt hat. In dieser Abhandlung gibt Herr Christoffel einen strengen Beweis des Satzes, dass für die Aequivalenz zweier algebraischen Formen die Gleichheit ihrer absoluten Invarianten sowohl erforderlich als auch hinreichend ist. Die Gültigkeit dieses Beweises ist nun keineswegs an die Voraussetzung gebunden, dass die Substitution, welche auf die Variabeln der zu transformirenden Form anzuwenden ist, eine lineare ist; es zeigt sich vielmehr, dass die linearen Substitutionen nur eine specielle Classe der invariantiven Substitutionen bilden, denen Transformationsrelationen entsprechen, welche sich durch Gleichsetzung absoluter Invarianten ausdrücken lassen.

Um den Zusammenhang der Theorie der invariantiven Substitutionen mit dem oben erörterten Problem ersichtlich zu machen, betrachten wir eine Function $F(x|\xi)$ von $x_1\ x_2 \ldots x_n$ und $\xi_1\ \xi_2 \ldots \xi_m$, welche linear und homogen in den „Coefficienten" x und wenigstens rational in den „Variabeln" ξ ist. An Stelle der Variabeln ξ führen wir neue Variable ein, welche durch die Gleichungen $\xi_\lambda = \varphi_\lambda(\eta|p)$ $(\lambda = 1, 2 \ldots m)$ definirt sind, wo φ_λ eine rationale Function von $\eta_1\ \eta_2 \ldots \eta_m$ und den m' verfügbaren Paramenten $p_1\ p_2 \ldots p_{m'}$ bedeutet. Die durch die Functionen φ definirte Substitution sei der Art, dass durch sie die Function $F(x|\xi)$ in die Function $F(y|\eta)$ transformirt werde. Die Coefficienten der transformirten Function sind lineare und homogene Functionen der Coefficienten der ursprünglichen Function und rationale Functionen der Parameter p, also von der Form

$$\text{(A)} \quad y_\lambda = \sum_{\mu=1}^{n} a_{\lambda\mu}\, x_\mu \ (\lambda = 1, 2, \ldots n)$$

wo die $a_{\lambda\mu}$ rationale Functionen der p sind.

Betrachten wir nun die Coefficienten x und die Coefficienten y als gegeben, dann müssen, wenn es möglich sein soll die Function $F(x|\xi)$ durch die Substitutionen $\xi_\lambda = \varphi_\lambda(\eta|p)$ $(\lambda = 1, 2, \ldots m)$ in die Function $F(y|\eta)$ zu transformiren, — allgemein zu reden — zwischen den Coefficienten x und y Bedingungsgleichungen stattfinden. Nehmen wir an, diese Aequivalenzbedingungen lassen sich durch eine Anzahl Gleichungen der Form $f((y)) = f((x))$ ausdrücken, wo f eine rationale und homogene Function der angezeigten Argumente bedeutet. Dann haben die Functionen f die Eigenschaft durch die lineare Substitution (A), deren Coefficienten Functionen der variabeln Paramente p sind, in sich selbst transformirt zu werden, und daraus folgt, wie unten gezeigt wird, dass die Functionen f einem System partieller Differentialgleichungen der Form (γ) genügen. —

Sollen die Differentialgleichungen (γ) ein Invariantensystem in dem eben erläuterten Sinn definiren, so muss sich ihr Integralsystem durch eine Anzahl rationaler Functionen von $x_1\ x_2 \ldots x_n$ darstellen lassen. Die Bedingungen hiefür werden im Folgenden angegeben werden. Sind dieselben erfüllt, so lässt sich ein System invariantiver Substitutionen nachweisen, denen gegenüber die Integrale der Differentialgleichungen (γ) als Invarianten zu betrachten sind.

Das Problem, welches den Gegenstand der folgenden Untersuchung bildet, lässt sich als speciellen Fall des allgemeinen Problems betrachten, das Herr Lie in seinen Abhandlungen über partielle Differentialgleichungen und Berührungstransformationen[1]) behandelt hat. Infolge der Verschiedenheit der maassgebenden Gesichtspuncte sind jedoch die Methoden, die im Folgenden zur Verwendung kommen, wesentlich verschieden von denen, deren sich Herr Lie bedient.

1) Mathemat. Annalen B. 8, 9, 11, 16, 25.

I.

Ueber rationale homogene Functionen mit unendlich vielen linearen Transformationen in sich selbst.

Es wird im Folgenden nachgewiesen werden, dass eine rationale und homogene Function f((x)) der Variabeln x_1 x_2 .. x_n, welche einem System partieller Differentialgleichungen (γ) genügt, unendlich viele lineare Transformationen in sich selbst zulässt. Vorerst aber werde ich den umgekehrten Weg einschlagen und untersuchen: Welche Bedingungen ergeben sich aus der Annahme, f((x)) wurde durch unendlich viele lineare Substitutionen in sich selbst transformirt, einerseits für die Function f((x)) und andererseits für die Substitutionscoefficienten?

Nehmen wir also an, f((x)) wurde durch die umkehrbare lineare Substitution

$$(A) \quad y_\lambda = \sum_{\mu=1}^{n} a_{\lambda\mu}\, x_\mu \; (\lambda = 1, 2, .. n)$$

in sich selbst transformirt, d. h. es bestehe für alle Werte der x und alle den Gleichungen (A) genügenden Werte der y die Gleichung f((y)) = f((x)).

Diese Gleichung muss also, wenn man die y durch ihre Werte in Function der x ersetzt, in den x identisch werden; sie führt daher zu einem System algebraischer Gleichungen (S), denen die Substitutionscoefficienten $a_{\lambda\mu}$ genügen müssen. Ausserdem unterliegen die letzteren der Zusatzbedingung, dass ihre Determinante nicht verschwindet.

Das Gleichungssystem (S) ist entweder selbst irreductibel oder es lässt sich durch eine Anzahl irreductibler Gleichungs-

systeme ersetzen.[1]) Von diesen irreductiblen Gleichungssystemen sind zunächst diejenigen auszuschliessen, denen nur solche Wertsysteme $a_{11}\, a_{12} \ldots a_{nn}$ genügen, deren Determinante verschwindet. Die Gesammtheit der übrig bleibenden Gleichungssysteme bezeichne ich mit (S'). Durch diese Gleichungssysteme seien eine Anzahl irreductibler algebraischer Gebilde der Mannigfaltigkeit m, aber keines von höherer Mannigfaltigkeit bestimmt. Unter diesen irreductiblen Gebilden gibt es mindestens eines, dem das Wertsystem

$$a_{\lambda\mu} = \binom{\lambda}{\mu} \; (\lambda, \mu = 1, 2, \ldots n)^{2})$$

angehört.

Dies lässt sich auf folgende Art beweisen: Durch irgend eines der irreductiblen Gebilde der Mannigfaltigkeit m seien die n^2 Grössen $a_{\lambda\mu}((p))$ als algebraische Functionen von m variablen Parametern $p_1\, p_2 \ldots p_m$ definirt. Dann wird f durch die Substitution

$$y_\lambda = \sum_\mu a_{\lambda\mu}((p))\, x_\mu \; (\lambda = 1, 2, \ldots n)$$

in sich selbst transformirt, wie auch die Werte der p gewählt werden mögen. f wird also auch durch die Substitution

$$y_\lambda = \sum_\mu a_{\lambda\mu}((p'))\, x_\mu \; (\lambda = 1, 2, \ldots n)$$

in sich selbst transformirt, wo $p_1'\, p_2' \ldots p'_m$ ein festes Wertsystem von $p_1\, p_2 \ldots p_m$ bedeutet, und folglich auch durch die Substitution

$$z_\lambda = \sum_\mu b_{\lambda\mu}((p))\, x_\mu \; (\lambda = 1, 2, \ldots n)$$

---

1) Vergl. Kronecker, Grundzüge einer arithmetischen Theorie der algebraischen Grössen § 10.

2) Das Symbol $\binom{\lambda}{\mu}$ bedeutet 1 oder 0, je nachdem λ und μ gleich oder ungleich sind.

deren Coefficienten durch die Gleichungen

$$\sum_{\mu} a_{\lambda\mu}((p')) z_{\mu} = \sum_{\mu} a_{\lambda\mu}((p)) x_{\mu} \ (\lambda = 1, 2, .. n)$$

bestimmt sind.

Auch die $b_{\lambda\mu}((p))$ constituiren ein algebraisches Gebilde der Mannigfaltigkeit m, denn da man über m von den Functionen $a_{\lambda\mu}((p))$ verfügen kann, kann man bewirken, dass m von den Functionen $b_{\lambda\mu}((p))$ vorgeschriebene Werte annehmen. Dieses Gebilde ist irreductibel, da die $b_{\lambda\mu}((p))$ rationale Functionen der $a_{\lambda\mu}((p))$ sind. Endlich entsprechen dem Wertsystem

$$p_1 = p_1' \quad p_2 = p_2' \ldots p_m = p'_m$$

die Werte $b_{\lambda\mu}((p')) = \binom{\lambda}{\mu} (\lambda, \mu = 1, 2, .. n)$.

Es gibt somit mindestens ein algebraisches Gebilde der verlangten Art; es wird sich zeigen, dass es auch nur ein solches gibt.

Die durch dieses irreductible Gebilde bestimmten Substitutionen bilden den Gegenstand der folgenden Untersuchung.

II.

Partielle Differentialgleichungen, denen die Function f und die Substitutionscoefficienten $a_{\lambda\mu}$ genügen.

Im Folgenden betrachte ich die Substitutionscoefficienten als Functionen von m unabhängig variablen Parametern $p_1 \, p_2 \ldots p_m$.

Die Wahl dieser Parameter bleibt vorbehalten; vorerst wird nur vorausgesetzt:

1) man kann den Parametern solche Werte erteilen, dass m von den Substitutionscoefficienten vorgeschriebene Werte erhalten;

2) man kann von jedem beliebigen Wertsystem der $a_{\lambda\mu}$ zu jedem anderen gelangen, indem man die Parameter geeignete Wege beschreiben lässt;

3) es gibt ein Wertsystem p' der Parameter, das den n^2 Gleichungen

$$a_{\lambda\mu}((p')) = \binom{\lambda}{\mu} \quad (\lambda, \mu = 1, 2, \ldots n)$$

genügt.

Unser Problem fordert:

Wenn die Grössen $y_1\, y_2 \ldots y_n$ durch die Gleichungen

$$\text{(A)} \quad y_\lambda = \sum_\mu a_{\lambda\mu}\, x_\mu \quad (\lambda = 1, 2, \ldots n)$$

als Functionen der x und der p definirt werden, so muss die Gleichung

$$f((y)) = f((x))$$

bestehen für alle Werte der unabhängig Variabeln x und für alle Werte der unabhängig Variabeln p. Infolge der über die $a_{\lambda\mu}$ gemachten Voraussetzungen lässt sich diese Forderung durch die beiden folgenden ersetzen:

1) Es soll

$$\frac{\partial f((y))}{\partial p_i} = 0 \quad (i = 1, 2, \ldots m)$$

sein für alle Werte der x und alle Werte der p, und

2) es soll

$$f((y)) = f((x))$$

sein für alle Werte der x und ein bestimmtes, im übrigen beliebig zu wählendes, Wertsystem der $a_{\lambda\mu}$.

Die zweite Forderung ist jedenfalls erfüllt, wenn wir für das feste Wertsystem der $a_{\lambda\mu}$ das Wertsystem $a_{\lambda\mu} = \binom{\lambda}{\mu}$ wählen.

Die Gleichung $f((y)) = f((x))$ wird somit vollständig vertreten durch die Differentialgleichungen

$$\frac{\partial f((y))}{\partial p_i} = \sum_{\lambda=1}^{n} \frac{\partial f((y))}{\partial y_\lambda} \frac{\partial y_\lambda}{\partial p_i} = 0 \; (i = 1, 2, \ldots m)$$

Nun ist, weil f homogene Function ist

$$\frac{\partial f((x))}{\partial x_\lambda} = \sum_{\mu=1}^{n} a_{\mu\lambda} \frac{\partial f((y))}{\partial y_\mu}$$

und ferner

$$\frac{\partial y_\lambda}{\partial p_i} = \sum_{\mu=1}^{n} \frac{\partial a_{\lambda\mu}}{\partial p_i} x_\mu$$

Führt man die aus diesen Gleichungen sich ergebenden Werte der Differentialquotienten $\frac{\partial f((y))}{\partial y_\lambda}$ und $\frac{\partial y_\lambda}{\partial p_i}$ in die obigen Gleichungen ein, so erhalten dieselben die Form

$$(\gamma') \sum_{\lambda=1}^{n} \sum_{\mu=1}^{n} C^i_{\lambda\mu} \frac{\partial f((x))}{\partial x_\lambda} x_\mu = 0 \; (i = 1, 2, \ldots m)$$

wo die Grössen $C^i_{\lambda\mu}$ durch die Gleichungen

$$(\alpha) \sum_{\nu=1}^{n} a_{\lambda\nu} C^i_{\nu\mu} = \frac{\partial a_{\lambda\mu}}{\partial p_i} \begin{pmatrix} \lambda, \mu = 1, 2, \ldots n \\ i = 1, 2, \ldots m \end{pmatrix}$$

als Functionen der p bestimmt sind. Es genügt somit einerseits $f((x))$ einem System von m partiellen Differentialgleichungen, und andererseits genügen die Substitutionscoefficienten als Functionen der Parameter p betrachtet einem

System von $n^2 m$ partiellen Differentialgleichungen. Das letztere System hat eine bemerkenswerte Eigenschaft. Gibt man dem Index μ der Reihe nach die Werte 1, 2, . . n und dem Index i der Reihe nach die Werte 1, 2, . . m, hält dagegen den Index λ fest, so erkennt man, dass die Substitutionscoefficienten einer Zeile

$$a_{\lambda 1} \quad a_{\lambda 2} \quad . \quad . \quad a_{\lambda n}$$

ein System particulärer Lösungen der Differentialgleichungen

$$\frac{\partial u_\mu}{\partial p_i} = \sum_{\nu=1}^{n} u_\nu \, C^i_{\nu\mu} \quad (\mu = 1, 2, .. n;\ i = 1, 2, .. m)$$

bilden.

Die Grössen $C^i_{\lambda\mu}$ sind Functionen der p. Bildet das Wertsystem $p_i = q_i$ weder eine Verzweigungs- noch eine Unstetigkeitsstelle dieser Functionen, so lassen sich dieselben für hinreichend kleine Werte von Mod $(p_i - q_i)$ nach Potenzen von $p_i - q_i$ $(i = 1, 2, ... m)$ entwickeln. Da die Gleichungen (γ') für alle Werte der p gelten, so müssen in dieser Entwicklung die Coefficienten der einzelnen Potenzen und Producte der $p_i - q_i$ verschwinden. Die Function $f((x))$ genügt daher einer Anzahl von Differentialgleichungen der Form

$$\sum_{\lambda=1}^{n} \sum_{\mu=1}^{n} c_{\lambda\mu} \frac{\partial f}{\partial x_\lambda} x_\mu = 0$$

wo die $c_{\lambda\mu}$ von den x und den p unabhängige Constante bedeuten.

Die Anzahl der Differentialgleichungen dieser Art, welche von einander unabhängig sind, muss jedenfalls kleiner als n sein. Für die vorliegende Untersuchung ist aber nicht sowohl die Anzahl der in diesem Sinne unabhängigen Diffe-

rentialgleichungen von Wichtigkeit, als vielmehr die Anzahl der „linear unabhängigen“ d. h. die Anzahl der Differentialgleichungen, zwischen deren Coefficienten keine Relation der Form

$$\alpha_1 \overset{1}{c}_{\lambda\mu} + \alpha_2 \overset{2}{c}_{\lambda\mu} + \alpha_3 \overset{3}{c}_{\lambda\mu} + \ldots = 0 \; (\lambda, \mu = 1, 2, \ldots n)$$

besteht.

Die Anzahl der linear unabhängigen Differentialgleichungen, denen eine Function genügt, muss offenbar kleiner sein als n^2, sie kann aber grösser sein als n. So genügt z. B. die quadratische Form

$$f((x)) = x_1^2 + x_2^2 + \ldots x_n^2$$

den $\frac{1}{2} n(n-1)$ Differentialgleichungen

$$x_i \frac{\partial f}{\partial x_k} - x_k \frac{\partial f}{\partial x_i} = 0 \; (k = 1, 2, 3, \ldots i-1; \; i = 2, 3, \ldots n)$$

Diese Differentialgleichungen sind allerdings nur den $n-1$ unabhängigen Gleichungen

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} : \frac{\partial f}{\partial x_2} : \frac{\partial f}{\partial x_3} \ldots : \frac{\partial f}{\partial x_n} = x_1 : x_2 : x_3 \ldots : x_n$$

äquivalent, aber in dem eben erläuterten Sinn, sind sie als linear unabhängig zu bezeichnen.

Die Differentialgleichungen (γ') lassen sich durch eine gewisse — vorläufig nicht näher zu bestimmende — Anzahl von linear unabhängigen Differentialgleichungen

$$(\gamma) \sum_{\lambda=1}^{n} \sum_{\mu=1}^{n} c^i_{\lambda\mu} \frac{\partial f}{\partial x_\lambda} x_\mu = 0 \; (i = 1, 2, \ldots m')$$

ersetzen, wo die $\overset{i}{c}_{\lambda\mu}$ Constante bedeuten.

Jede Function, welche diesen m' Differentialgleichungen genügt, genügt auch den Differentialgleichungen

$$\sum_{\lambda=1}^{n}\sum_{\mu=1}^{n}\sum_{\nu=1}^{n}\left(c_{\lambda\nu}^{i}\,c_{\nu\mu}^{k}-c_{\lambda\nu}^{k}\,c_{\nu\mu}^{i}\right)\frac{\partial f}{\partial x_{\lambda}}\,x_{\mu}=0\;(i, k=1, 2, \ldots m')$$

welche sich aus den Differentialgleichungen (γ) durch Differentiation und Elimination der höheren Derivirten ergeben. Wir dürfen voraussetzen, dass jede dieser letzteren Differentialgleichungen von den Gleichungen (γ) linear abhängig ist, dass also

$$(\varepsilon)\;\sum_{\nu=1}^{n}\left(c_{\lambda\nu}^{i}\,c_{\nu\mu}^{k}-c_{\lambda\nu}^{k}\,c_{\nu\mu}^{i}\right)=\sum_{j=1}^{m'}\varepsilon_{j}^{ik}\,.\,c_{\lambda\mu}^{j}\;\begin{pmatrix}\lambda, \mu=1, 2, \ldots n\\ i, k=1, 2, \ldots m'\end{pmatrix}$$

ist. Unter dieser Voraussetzung bilden die Differentialgleichungen (γ) ein „vollständiges System linear unabhängiger Differentialgleichungen" oder nach der kürzeren Bezeichnungsweise des Herrn Lie eine „Gruppe".[1])

Aus dem Verfahren, mittelst dessen wir zu den Differentialgleichungen (γ) gelangt sind, folgt unmittelbar, dass sich die Grössen $C_{\lambda\mu}^{i}$ darstellen lassen in der Form

$$(\pi)\;C_{\lambda\mu}^{i}=\sum_{j=1}^{m'}P_{j}^{i}\,c_{\lambda\mu}^{j}\;\begin{pmatrix}\lambda, \mu=1, 2, \ldots n\\ i=1, 2, \ldots m\end{pmatrix}$$

wo die P_{j}^{i} Functionen der p sind.

Aus der ersten unserer Voraussetzungen über die Grössen $a_{\lambda\mu}$ ergeben sich gewisse Beschränkungen, denen die Functionen P_{j}^{i} unterliegen. Danach sollten m von den Grössen $a_{\lambda\mu}$ bei geeigneter Wahl der p vorgeschriebene Werte erhalten können. Man muss demnach durch geeignete Wahl der Differentiale $d\,p_1\;d\,p_2, \,.\, d\,p_m$ über m von den vollständigen Differentialen $d\,a_{\lambda\mu}$ verfügen können.

1) Mathem. Annalen B. 25. S. 71.

Nun ergeben die Gleichungen (α) und (π) für diese Differentiale die Werte

$$d a_{\lambda\mu} = \sum_{\nu=1}^{n} \sum_{j=1}^{m'} \left\{ \sum_{i=1}^{m} P_j^i \, d p_i \right\} a_{\lambda\nu} \, c_{\nu\mu}^j \; (\lambda, \mu = 1, 2, \ldots n)$$

Es darf daher erstens m' nicht kleiner sein als m und zweitens dürfen nicht alle aus m Verticalreihen des Systems

$$\begin{array}{lllll} P_1^1 & P_2^1 & P_3^1 & \ldots\ldots & P_{m'}^1 \\ P_1^2 & P_2^2 & P_3^2 & \ldots\ldots & P_{m'}^2 \\ P_1^3 & P_2^3 & P_3^3 & \ldots\ldots & P_{m'}^3 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\cdot\cdot\cdot & \cdot \\ P_1^m & P_2^m & P_3^m & \ldots\ldots & P_{m'}^m \end{array}$$

gebildeten Determinanten identisch, d. h. für alle Werte der p verschwinden. Wie man sich leicht überzeugt, sind diese Bedingungen nicht nur notwendig sondern auch hinreichend, damit m von den Differentialen $d a_{\lambda\mu}$ vorgeschriebene Werte erhalten können.

Die Gleichungen (γ), (α) und (π) ersetzen die Gleichungen

$$\frac{\partial f((y))}{\partial p_i} = 0 \;\; (i = 1, 2, \ldots m)$$

vollständig. Diese Gleichungen, zusammen mit den für die $a_{\lambda\mu}$ geltenden Anfangsbedingungen

$$a_{\lambda\mu} = \binom{\lambda}{\mu} \text{ für } p_i = p_i' \;\; (\lambda, \mu = 1, 2, \ldots n; \; i = 1, 2, \ldots m)$$

drücken daher vollständig die Bedingungen aus, damit f durch die Substitution (A) in sich selbst transformirt wird

Insbesondere gilt der Satz:

Genügt f der Differentialgleichung

$$\sum_{\lambda=1}^{n} \sum_{\mu=1}^{n} c_{\lambda\mu} \frac{\partial f}{\partial x_\lambda} x_\mu = 0$$

genügen ferner die Grössen $b_{\lambda\mu}$ den Differentialgleichungen

$$\frac{d\,b_{\lambda\mu}}{dp} = \sum_{\nu=1}^{n} b_{\lambda\nu}\, c_{\nu\mu} \; (\lambda, \mu = 1, 2, \ldots n)$$

und den Anfangsbedingungen

$$b_{\lambda\mu} = \binom{\lambda}{\mu} \text{ für } p = p' \; (\lambda, \mu = 1, 2, \ldots n)$$

so wird f durch die Substitution

$$\text{(B)} \quad y_\lambda = \sum_\mu b_{\lambda\mu}\, x_\mu \; (\lambda = 1, 2, \ldots n)$$

in sich selbst transformirt.

Eine derartige Substitution B, deren Coefficienten nur von einem Parameter abhängen, nenne ich eine elementare.

Es wird sich zeigen, dass die Substitution A aus m elementaren Substitutionen zusammengesetzt werden kann.

III.

Integrabilitätsbedingungen für die Differentialgleichungen (α).

Die Functionen P^i_j sind der Natur der Sache nach nicht vollständig bestimmt, da sie von der Wahl des Parametersystems abhängen. Die Bedingungsgleichungen, denen sie genügen müssen, ergeben sich aus den Integrabilitätsbedingungen für die Gleichungen (α).

Durch Differentiation nach p_k ergibt sich aus (α):

$$\sum_{\nu=1}^{n} \frac{\partial a_{\lambda\nu}}{\partial p_k} C^i_{\nu\mu} + \sum_{\nu=1}^{n} a_{\lambda\nu} \frac{\partial C^i_{\nu\mu}}{\partial p_k} = \frac{\partial^2 a_{\lambda\mu}}{\partial p_i\, \partial p_k} \begin{pmatrix} \lambda, \mu = 1, 2, \ldots n \\ i,\; k = 1, 2, \ldots m \end{pmatrix}$$

oder da

$$\frac{\partial a_{\lambda\nu}}{\partial p_k} = \sum_{\varrho=1}^{n} a_{\lambda\varrho} C^k_{\varrho\nu} \text{ ist}$$

$$\sum_{\nu=1}^{n} a_{\lambda\nu} \left\{ \sum_{\varrho=1}^{n} C^i_{\varrho\mu} C^k_{\nu\varrho} + \frac{\partial C^i_{\nu\mu}}{\partial p_k} \right\} = \frac{\partial^2 a_{\lambda\mu}}{\partial p_i \partial p_k}$$

Subtrahirt man von dieser Gleichung diejenige, welche sich aus ihr durch Vertauschung der Indices i und k ergibt, so folgt

$$\sum_{\nu=1}^{n} a_{\lambda\nu} \left\{ \sum_{\varrho=1}^{n} \left(C^k_{\nu\varrho} C^i_{\varrho\mu} - C^i_{\nu\varrho} C^k_{\varrho\mu} \right) + \frac{\partial C^i_{\nu\mu}}{\partial p_k} - \frac{\partial C^k_{\nu\mu}}{\partial p_i} \right\} = 0$$

Die Determinante der $a_{\lambda\mu}$ verschwindet nicht, also muss

$$\sum_{\varrho=1}^{n} \left(C^k_{\nu\varrho} C^i_{\varrho\mu} - C^i_{\nu\varrho} C^k_{\varrho\mu} \right) + \frac{\partial C^i_{\nu\mu}}{\partial p_k} - \frac{\partial C^k_{\nu\mu}}{\partial p_i} = 0$$

sein für $\nu, \mu = 1, 2, \ldots n$; $i, k = 1, 2, \ldots m$.

Nun ist nach (π)

$$C^i_{\nu\varrho} = \sum_{j=1}^{m'} P^i_j \, c^j_{\nu\varrho}$$

also

$$\sum_{\varrho=1}^{n} \left(C^k_{\nu\varrho} C^i_{\varrho\mu} - C^i_{\nu\varrho} C^k_{\varrho\mu} \right) = \sum_{\varrho=1}^{n} \begin{vmatrix} \sum\limits_{h=1}^{m'} P^k_h c^h_{\nu\varrho} & \sum\limits_{j=1}^{m'} P^i_j c^j_{\nu\varrho} \\ \sum\limits_{h=1}^{m'} P^k_h c^h_{\varrho\mu} & \sum\limits_{j=1}^{m'} P^i_j c^j_{\varrho\mu} \end{vmatrix}$$

$$= \tfrac{1}{2} \sum_{\varrho=1}^{n} \sum_{h=1}^{m'} \sum_{j=1}^{m'} \left(P^k_h P^i_j - P^k_j P^i_h \right) \left(c^h_{\nu\varrho} c^j_{\varrho\mu} - c^j_{\nu\varrho} c^h_{\varrho\mu} \right)$$

Ersetzt man in dieser Gleichung $\sum\limits_{\varrho=1}^{n} \left(c^h_{\nu\varrho} c^j_{\varrho\mu} - c^j_{\nu\varrho} c^h_{\varrho\mu} \right)$

durch den aus (ε) folgenden Wert und beachtet, dass $\varepsilon_r^{hj} = -\varepsilon_r^{jh}$ ist, so folgt:

$$\sum_{\varrho=1}^{n} (C_{\nu\varrho}^{k} C_{\varrho\mu}^{i} - C_{\nu\varrho}^{i} C_{\varrho\mu}^{k}) = \sum_{h=1}^{m'} \sum_{j=1}^{m'} \sum_{r=1}^{m'} P_h^k P_j^i \varepsilon_r^{hj} c_{\nu\mu}^{r}$$

Diesen Wert führen wir in die oben gefundene Gleichung ein und ersetzen zugleich

$$\frac{\partial C_{\nu\mu}^{i}}{\partial p_k} - \frac{\partial C_{\nu\mu}^{k}}{\partial p_i} \text{ durch } \sum_{r=1}^{m'} \left(\frac{\partial P_r^i}{\partial p_k} - \frac{\partial P_r^k}{\partial p_i}\right) c_{\nu\mu}^{r}$$

Wir erhalten eine Gleichung der Form

$$\alpha_1 c_{\nu\mu}^{1} + \alpha_2 c_{\nu\mu}^{2} + \ldots \alpha_{m'} c_{\nu\mu}^{m'} = 0 \; (\nu, \mu = 1, 2, \ldots n)$$

Da die m' Differentialgleichungen (γ) der Voraussetzung nach linear unabhängig sind, so folgt hieraus $\alpha_1 = 0$ $\alpha_2 = 0$ $\ldots$ $\alpha_{m'} = 0$.

Wir erhalten somit das System von partiellen Differentialgleichungen

$$(J) \quad \frac{\partial P_r^i}{\partial p_k} - \frac{\partial P_r^k}{\partial p_i} + \sum_{h=1}^{m'} \sum_{j=1}^{m'} \varepsilon_r^{hj} P_h^k P_j^i = 0$$

für $i, k = 1, 2 \ldots m$; $r = 1, 2, \ldots m'$.

Diese Gleichungen geben die notwendigen Bedingungen, damit das System der Differentialgleichungen (α) überhaupt ein Lösungssystem $a_{\lambda\mu}$ mit nicht verschwindender Determinante zulässt. Aber diese Bedingungen sind, wie Herr Bouquet nachgewiesen hat, auch hinreichend.[1])

Die Functionen P_j^i sind daher nur an die beiden Bedingungen gebunden, dass sie erstens den Gleichungen (J) genügen, und dass zweitens das durch sie bestimmte Deter-

---

1) Bulletin des Sciences mathématiques t. III. p. 265.

minantensystem nicht identisch verschwindet. Im übrigen können sie beliebig gewählt werden.

In den Gleichungen (J) kommen nur die Constanten ε_j^{ik}, aber nicht die Grössen $c_{\lambda\mu}^i$ selbst vor. Alle „gleichzusammengesetzten" Systeme von Differentialgleichungen der Form (γ), für welche die Constanten ε_j^{ik} dieselben Werte haben, führen daher zu demselben System von Differentialgleichungen (J), also zu denselben Functionen P_j^i.

Im Folgenden wird nachgewiesen werden, dass $m' = m$ ist, wenn die Function $f((x))$ durch keine Substitution mit mehr als m verfügbaren Coefficienten in sich selbst transformirt werden kann.

Setzen wir dies einstweilen voraus, so kann man die Gleichungen (J) in bemerkenswerter Weise umformen.

Da die Determinante der P_j^i nicht identisch verschwindet, so kann man m^2 Functionen der p durch die Gleichungen

$$\sum_{i=1}^{m} P_j^i Q_i^k = \binom{k}{j} \quad (j, k = 1, 2, \ldots m)$$

bestimmen. Multiplicirt man die Gleichung (J) mit $Q_i^s Q_k^t$ und addirt nach i, k, so folgt, da

$$\sum_{i=1}^{m} \frac{\partial P_r^i}{\partial p_k} Q_i^s = - \sum_{i=1}^{m} P_r^i \frac{\partial Q_i^s}{\partial p_k} \quad \text{und}$$

$$\sum_{k=1}^{m} \frac{\partial P_r^k}{\partial p_i} Q_k^t = - \sum_{k=1}^{m} P_r^k \frac{\partial Q_k^t}{\partial p_i} \quad \text{ist,}$$

$$- \sum_{i=1}^{m} P_r^i \left\{ \sum_{k=1}^{m} \left(Q_k^t \frac{\partial Q_i^s}{\partial p_k} - Q_k^s \frac{\partial Q_i^t}{\partial p_k} \right) \right\} + \varepsilon_r^{ts} = 0$$

und hieraus ergibt sich:

$$(J') \quad \sum_{k=1}^{m} \left(Q_k^t \frac{\partial Q_r^s}{\partial p_k} - Q_k^s \frac{\partial Q_r^t}{\partial p_k} \right) = \sum_{j=1}^{m} \varepsilon_j^{ts} Q_r^j$$

für r, s, t = 1, 2, . . m.

Diese Gleichungen geben zusammen mit den Gleichungen (ε) die notwendigen und ausreichenden Bedingungen, damit die Differentialgleichungen

$$(\Gamma)\quad \sum_{k=1}^{m} Q_k^i \frac{\partial F}{\partial p_k} - \sum_{\lambda=1}^{n} \sum_{\mu=1}^{n} c_{\lambda\mu}^i \frac{\partial F}{\partial x_\lambda} x_\mu = 0 \; (i = 1, 2, \ldots m)$$

ein „vollständiges System" bilden, also n von einander unabhängige Lösungen zulassen.[1])

Diesen Gleichungen (Γ) genügen die n Functionen der x und p

$$y_\nu = \sum_\mu a_{\nu\mu} x_\mu \quad (\nu = 1, 2, \ldots n)$$

Ersetzt man nämlich in den Gleichungen (Γ) F durch y_ν und beachtet, dass die so entstehenden Gleichungen in den x identisch sein müssen, so folgt aus denselben

$$(\alpha')\quad \sum_{k=1}^{m} Q_k^i \frac{\partial a_{\nu\mu}}{\partial p_k} = \sum_{\lambda=1}^{n} a_{\lambda\mu} c_{\lambda\mu}^i \begin{pmatrix} \nu, \mu = 1, 2, \ldots n \\ i = 1, 2, \ldots m \end{pmatrix}$$

Aber diese Gleichungen sind nur eine Umformung der Gleichungen (α).

Die Gleichungen (Γ) bringen zum Ausdruck, dass jede Lösung der $m' = m$ Differentialgleichungen (γ) eine Function von $y_1\, y_2 \ldots y_n$ sein muss, welche nur von den Werten der x aber nicht von den Werten der p abhängt.

IV.

Ueber die Coefficienten der Differentialgleichungen (γ).

Bei der Ableitung der Gleichungen (γ) haben wir nicht zum Ausdruck gebracht, dass f((x)) rationale Function

1) Den Beweis dieses Satzes hat Clebsch gegeben. (Crelles Journal B. 65.)

der Argumente ist. Es ist daher noch zu untersuchen, welche Bedingungen für die Coefficienten $c^{i}_{\lambda\mu}$ sich aus dieser Eigenschaft von f ergeben. Zu diesem Zweck gehen wir von dem am Schlusse des zweiten Abschnittes bewiesenen Satz aus:

Genügt $f((x))$ der partiellen Differentialgleichung

$$(1) \qquad \sum_{\lambda=1}^{n} \sum_{\mu=1}^{n} c_{\lambda\mu} \frac{\partial f}{\partial x_\lambda} x_\mu = 0$$

und werden die Substitutionscoefficienten $b_{\lambda\mu}$ durch die Differentialgleichungen

$$(2) \qquad \frac{d b_{\lambda\mu}}{d p} = \sum_{\nu=1}^{n} b_{\lambda\nu} c_{\nu\mu} \quad (\lambda, \mu = 1, 2, \ldots n)$$

und die Anfangsbedingungen

$$b_{\lambda\mu} = \binom{\lambda}{\mu} \text{ für } p = 0$$

bestimmt, so wird f durch die elementare Substitution

$$y_\lambda = \sum_{\mu} b_{\lambda\mu} x_\mu \quad (\lambda = 1, 2, \ldots n)$$

in sich selbst transformirt.

Die Integration der Differentialgleichungen (2) lässt sich mit Hülfe eines Satzes, den ich in meiner Inauguraldissertation bewiesen habe, leicht ausführen.

Dieser Satz lautet:

Hat die „Fundamentaldeterminante" der $c_{\lambda\mu}$

$$\begin{vmatrix} c_{11}-r & c_{12} & c_{13} & \ldots\ldots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22}-r & c_{23} & \ldots\ldots & c_{2n} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33}-r & \ldots\ldots & c_{3n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\;\cdot\;\cdot & \cdot \\ c_{n1} & c_{n2} & c_{n3} & \ldots\ldots & c_{nn}-r \end{vmatrix}$$

die Elementarteiler[1])

$$(r_\varkappa - r)^{e_0^\varkappa} (r_\varkappa - r)^{e_1^\varkappa} \,\ldots\ldots\, (r_\varkappa - r)^{e_{l_\varkappa}^\varkappa} \quad (\varkappa = 1, 2, \ldots n')$$

so lassen sich n^2 Grössen $[g\,h\,\lambda]_\varkappa$ mit nicht verschwindender Determinante der Art bestimmen, dass

$$(3) \qquad \begin{aligned} r_\varkappa [g\,h\,\lambda]_\varkappa + [g-1\,h\,\lambda]_\varkappa &= \sum_{\mu=1}^{n} c_{\lambda\mu} [g\,h\,\mu]_\varkappa \\ r_\varkappa [1\,h\,\lambda]_\varkappa &= \sum_{\mu=1}^{n} c_{\lambda\mu} [1\,h\,\mu]_\varkappa \text{ ist} \end{aligned}$$

für $\lambda = 1, 2, \ldots n$; $g = 2, 3, \ldots e_h^\varkappa$; $h = 0, 1, 2, \ldots l_\varkappa$; $\varkappa = 1, 2, \ldots n'$.

Die Substitutionscoefficienten $b_{\lambda\mu}$ lassen sich in zwei Fällen als rationale Functionen eines Parameters darstellen; nämlich dann, wenn entweder die Fundamentaldeterminante der $c_{\lambda\mu}$ gleich r^n ist, oder wenn sie nur Elementarteiler erster Ordnung hat und wenn ausserdem die Werte $r_1\, r_2 \ldots r_{n'}$, für welche sie verschwindet, ganze Zahlen sind.

Je nachdem der erste oder der zweite von diesen Fällen, oder keiner von beiden eintritt, nenne ich das Coefficientensystem der $c_{\lambda\mu}$ ein System erster, zweiter oder dritter Art. Diese Bezeichnung übertrage ich auch auf die entsprechenden Differentialgleichungen und elementaren Substitutionen.

Nehmen wir zunächst an, das System der $c_{\lambda\mu}$ sei von der ersten Art.

In diesem Fall ist in den Gleichungen (3) $n' = 1$ und $r_1 = 0$ zu setzen. Diese Gleichungen erhalten also die Form

---

1) Den Begriff der Elementarteiler hat H. Weierstrass eingeführt (Monatsberichte der Berliner Akademie 1868).

$$\sum_\mu c_{\lambda\mu}[1\,h\,\mu] = 0 \qquad \lambda = 1, 2, \ldots n$$

$$\sum_\mu c_{\lambda\mu}[g\,h\,\mu] = [g-1\,h\,\lambda] \qquad \begin{matrix} g = 1, 2, \ldots e_h \\ h = 0, 1, 2, \ldots l \end{matrix}$$

Die Differentialgleichungen (2) lassen sich nun durch die folgenden ersetzen:

$$\frac{d}{dp}\sum_\mu b_{\lambda\mu}[1\,h\,\mu] = 0$$

$$\frac{d}{dp}\sum_\mu b_{\lambda\mu}[g\,h\,\mu] = \sum_\mu b_{\lambda\mu}[g-1\,h\,\mu]$$

wo die Indices g, h, λ die eben angegebenen Wertsysteme zu durchlaufen haben.

Mit Rücksicht auf die Anfangsbedingungen $b_{\lambda\mu} = \binom{\lambda}{\mu}$ für $p = 0$ folgt aus diesen Gleichungen:

$$\sum_\mu b_{\lambda\mu}[1\,h\,\mu] = [1\,h\,\lambda]$$

$$\sum_\mu b_{\lambda\mu}[g\,h\,\mu] = [g\,h\,\lambda] + \frac{p}{1}[g-1\,h\,\lambda] + \frac{p^2}{1\cdot 2}[g-2\,h\,\lambda]$$

$$+ \frac{p^3}{1\cdot 2\cdot 3}[g-3\,h\,\lambda] + \ldots\ldots \frac{p^{g-1}}{1\cdot 2\cdots(g-1)}[1\,h\,\lambda]$$

Aus diesen Gleichungen ergeben sich die $b_{\lambda\mu}$ als ganze Functionen von p. Die Determinante der $b_{\lambda\mu}$ ist gleich 1.

Nehmen wir nun an, das System der $c_{\lambda\mu}$ sei von der zweiten Art. In diesem Fall ist in den Gleichungen (3) für den Index g nur der Wert $g = 1$ zulässig. Dieselben erhalten, wenn man $[h\,\lambda]_\varkappa$ statt $[1\,h\,\lambda]_\varkappa$ schreibt, die Form

$$\sum_\mu c_{\lambda\mu}[h\,\mu]_\varkappa = [h\,\lambda]_\varkappa \begin{pmatrix} \lambda = 1, 2, \ldots n \\ h = 0, 1, 2, \ldots l_\varkappa;\ \varkappa = 1, 2, \ldots n' \end{pmatrix}$$

und die Differentialgleichungen (2) lassen sich durch folgende ersetzen:

$$\frac{d}{dp} \sum_{\mu} b_{\lambda\mu} [h\,\mu]_{\varkappa} = r_{\varkappa} \sum_{\mu} b_{\lambda\mu} [h\,\mu]_{\varkappa}$$

Die Integration dieser Gleichungen gibt mit Rücksicht auf die Anfangsbedingungen

$$\sum_{\mu} b_{\lambda\mu} [h\,\mu]_{\varkappa} = e^{r_{\varkappa} p} [h\,\lambda]_{\varkappa}$$

Führt man an Stelle des Parameters p den Parameter $q = e^p$ ein, so werden auch in diesem Fall die Substitutionscoefficienten rationale Functionen des Parameters, da ja der Voraussetzung nach die Grössen $r_{\varkappa}$ ganze Zahlen sind. Die Substitutionsdeterminante ist gleich 1 oder gleich einer ganzen Potenz von q.

Von dem eben behandelten nicht wesentlich verschieden ist der Fall, dass die Fundamentaldeterminante der $c_{\lambda\mu}$ nur Elementarteiler erster Ordnung hat, und dass zwar nicht die Grössen $r_1\ r_2 \ldots$ selbst ganze Zahlen sind, aber wenigstens ihre Verhältnisse sich durch ganze Zahlen ausdrücken lassen. Ist nämlich $r_{\varkappa} = \varrho\, r_{\varkappa}'$ $(\varkappa = 1, 2, \ldots n')$, wo $n_{\varkappa}'$ eine ganze Zahl bedeutet, so hat man nur an Stelle des Parameters p den Parameter $q' = e^{\varrho p} = q^{\varrho}$ einzuführen, um die $b_{\lambda\mu}$ als rationale Functionen eines Parameters darzustellen.

Auf die beiden eben erledigten Fälle lässt sich die Integration der Differentialgleichungen (2) auch in dem Fall zurückführen, dass das Coefficientensystem der $c_{\lambda\mu}$ ein System dritter Art ist. Zu diesem Zwecke zeige ich zunächst, dass sich stets ein System erster Art $c_{\lambda\mu}^{0}$ und eine gewisse Anzahl β von Systemen zweiter Art $c_{\lambda\mu}^{1}\ c_{\lambda\mu}^{2} \ldots$ so bestimmen

lassen, dass $c_{\lambda\mu} = \overset{0}{c}_{\lambda\mu} + \varrho_1 \overset{1}{c}_{\lambda\mu} + \varrho_2 \overset{2}{c}_{\lambda\mu} + \dots \varrho_\beta \overset{\beta}{c}_{\lambda\mu}$ ist, für $\lambda, \mu = 1, 2, \dots n$.

Bestimmt man nämlich die Grössen $\overset{0}{c}_{\lambda\mu}$ und $k_{\lambda\mu}$ durch die beiden Gleichungssysteme

$$\sum_\mu \overset{0}{c}_{\lambda\mu} [1 \, h \, \mu]_\varkappa = 0$$

$$(4) \qquad \sum_\mu \overset{0}{c}_{\lambda\mu} [g \, h \, \mu]_\varkappa = [g - 1 \, h \, \lambda]_\varkappa$$

$$\text{und} \qquad \sum_\mu k_{\lambda\mu} [g \, h \, \mu]_\varkappa = r_\varkappa [g \, h \, \lambda]_\varkappa$$

wo die Indices λ, g, h, $\varkappa$ die unter (3) angegebenen Werte zu durchlaufen haben, so ist offenbar

$$c_{\lambda\mu} = \overset{0}{c}_{\lambda\mu} + k_{\lambda\mu} \ (\lambda, \mu = 1, 2, \dots n).$$

Die $\overset{0}{c}_{\lambda\mu}$ bilden ein System erster Art. Sind die Grössen $r_1 \, r_2 \dots r_{n'}$ alle ganze Zahlen, so bilden die $k_{\lambda\mu}$ ein System zweiter Art und die Aufgabe ist gelöst. Ist dies nicht der Fall, so lassen sich die Grössen $r_1 \, r_2 \dots r_{n'}$ als lineare homogene Functionen einer Anzahl Grössen $\varrho_1 \, \varrho_2 \dots \varrho_\beta$, von denen höchstens e i n e eine rationale Zahl ist, mit ganzzahligen Coefficienten darstellen.

Man kann also

$$r_\varkappa = \overset{1}{r}_\varkappa \varrho_1 + \overset{2}{r}_\varkappa \varrho_2 \dots + \overset{\beta}{r}_\varkappa \varrho_\beta \ (\varkappa = 1, 2, \dots n')$$

setzen und hier bedeuten die $\overset{i}{r}_\varkappa$ ganze Zahlen, die ϱ_i Grössen, zwischen denen keine Relation der Form

$$\alpha_1 \varrho_1 + \alpha_2 \varrho_2 \dots + \alpha_\beta \varrho_\beta = 0$$

mit ganzzahligen Coefficienten α_i stattfindet.

Ich bestimme nun die Grössen $c^{i}_{\lambda\mu}$ durch die Gleichungen

$$\sum_{\mu} c^{i}_{\lambda\mu}\,[g\,h\,\mu]_{\varkappa} = r^{i}_{\varkappa}\,[g\,h\,\lambda]_{\varkappa}$$

wo für die Indices λ, g, h, $\varkappa$ die unter (3) angegebenen Werte und für i die Zahlen 1, 2, . . β zu setzen sind.

Die Coefficientensysteme $c^{i}_{\lambda\mu}$ sind offenbar Systeme zweiter Art und sie genügen den Gleichungen

$$\varrho_1\,c^{1}_{\lambda\mu} + \varrho_2\,c^{2}_{\lambda\mu} \ldots + \varrho_\beta\,c^{\beta}_{\lambda\mu} = k_{\lambda\mu} = c_{\lambda\mu} - c^{0}_{\lambda\mu} (\lambda, \mu = 1, 2, .. n)$$

Die Differentialgleichungen (2) lassen sich nun durch ein System von Differentialgleichungen derselben Form ersetzen, in denen an Stelle der Grössen $c_{\lambda\mu}$ die Grössen $c^{0}_{\lambda\mu}$ $c^{1}_{\lambda\mu} \,.\,.\, c^{\beta}_{\lambda\mu}$ treten.

Ersetzt man in (2) $c_{\lambda\mu}$ durch $c^{0}_{\lambda\mu} + k_{\lambda\mu}$ und gleichzeitig $b_{\lambda\mu}$ durch $\sum\limits_{\nu=1}^{n} b^{0}_{\lambda\nu}\,t_{\nu\mu}$, wo $b^{0}_{\lambda\mu}$ und $t_{\lambda\mu}$ noch näher zu bestimmende Functionen von p bedeuten, so gehen diese Gleichungen über in:

$$\sum_{\nu=1}^{n} \left\{ \frac{d b^{0}_{\lambda\nu}}{dp} - \sum_{\varkappa=1}^{n} b^{0}_{\lambda\varkappa}\,c^{0}_{\varkappa\nu} \right\} t_{\nu\mu} + \sum_{\nu=1}^{n} \left\{ \frac{d t_{\nu\mu}}{dp} - \sum_{\varkappa=1}^{n} t_{\nu\varkappa}\,k_{\varkappa\mu} \right\} b^{0}_{\lambda\nu}$$

$$+ \sum_{\varkappa=1}^{n} b^{0}_{\lambda\varkappa} \left\{ \sum_{\nu=1}^{n} (c^{0}_{\varkappa\nu}\,t_{\nu\mu} - t_{\varkappa\nu}\,c^{0}_{\nu\mu}) \right\} = 0.$$

Ich behaupte, dieses Gleichungssystem lässt sich durch die beiden folgenden ersetzen:

$$\frac{d b^{0}_{\lambda\mu}}{dp} = \sum_{\varkappa} b^{0}_{\lambda\varkappa}\,c^{0}_{\varkappa\mu} \quad \text{und} \quad \frac{d t_{\lambda\mu}}{dp} = \sum_{\varkappa} t_{\lambda\varkappa}\,k_{\varkappa\mu}$$

mit den Anfangsbedingungen

$$b^0_{\lambda\mu} = \binom{\lambda}{\mu} \quad t_{\lambda\mu} = \binom{\lambda}{\mu} \quad \text{für } p = 0 \quad (\lambda, \mu = 1, 2, \ldots n)$$

Zum Beweise hat man nur zu zeigen, dass, wenn man die $t_{\lambda\mu}$ durch das zweite dieser Gleichungssysteme bestimmt,

$$s_{\lambda\mu} = \sum_\nu (c^0_{\lambda\nu}\, t_{\nu\mu} - t_{\lambda\nu}\, c^0_{\nu\mu}) = 0 \text{ ist für } \lambda, \mu = 1, 2, . n$$

Nun ergeben aber diese Differentialgleichungen mit Rücksicht auf (4)

$$\sum_\mu t_{\lambda\mu} [g\, h\, \mu]_\varkappa = e^{r_\varkappa p} [g\, h\, \lambda]_\varkappa$$

Aus dieser Gleichung und aus (4) folgt

$$\sum_\mu s_{\lambda\mu} [g\, h\, \mu]_\varkappa = 0$$

für alle unter (3) angegebenen Werte der Indices λ, g, h, $\varkappa$.

Da die Determinante der $[g\, h\, \mu]_\varkappa$ nicht verschwindet, hat dies zur Folge, dass $s_{\lambda\mu} = 0$ ist, für $\lambda, \mu = 1, 2 \ldots n$.

Indem man der Reihe nach

$$t_{\lambda\mu} = \sum_\nu b^1_{\lambda\nu}\, t^1_{\nu\mu} \quad t^1_{\lambda\mu} = \sum_\nu b^2_{\lambda\nu}\, t^2_{\nu\mu} \text{ u. s. w. } (\lambda, \mu = 1, 2, \ldots n)$$

setzt, überzeugt man sich, dass sich die Differentialgleichungen (2) mit den Anfangsbedingungen $b_{\lambda\mu} = \binom{\lambda}{\mu}$ für $p = 0$ ersetzen lassen durch die folgenden:

$$\frac{d\,b^0_{\lambda\mu}}{dp} = \sum_\nu b^0_{\lambda\nu}\, c^0_{\nu\mu}$$

$$\frac{d\,b^1_{\lambda\mu}}{dp} = \sum_\nu b^1_{\lambda\nu}\, c^1_{\nu\mu}$$

$$\frac{d\,b^2_{\lambda\mu}}{dp} = \sum_\nu b^2_{\lambda\nu}\, c^2_{\nu\mu} \qquad \lambda, \mu = 1, 2, \ldots n$$

. . . .

$$\frac{d\,b^\beta_{\lambda\mu}}{dp} = \sum_\nu b^\beta_{\lambda\nu}\, c^\beta_{\nu\mu}$$

mit den Anfangsbedingungen

$$b^i_{\lambda\mu} = \binom{\lambda}{\mu} \text{ für } p = 0 \quad (i = 0, 1, 2, \ldots \beta)$$

Durch Integration dieser Differentialgleichungen erhält man die $b^0_{\lambda\mu}$ als ganze Functionen von p, und die $b^i_{\lambda\mu}$ als rationale Functionen von $q_i = e^{\varrho_i p}$ $(i = 1, 2, \ldots \beta)$.

Die Substitutionscoefficienten $b_{\lambda\mu}$ sind ganze Functionen der $b^0_{\lambda\mu}$ $b^1_{\lambda\mu} \ldots b^\beta_{\lambda\mu}$ also rationale Functionen von p, q_1, q_2 .. q_β. Nun sollte die Gleichung $f((y)) = f((x))$, wenn man in derselben $y_\lambda = \sum_\mu b_{\lambda\mu} x_\mu$ setzt, für alle Werte der x und für alle Werte von p bestehen. Da aber infolge der über die Grössen ϱ_i gemachten Voraussetzung zwischen p und den transcendenten Functionen q_1 q_2 .. q_β von p keine algebraische Beziehung bestehen kann, so muss die Gleichung $f((y)) = f((x))$ auch dann noch erfüllt sein, wenn man die Grössen q_1 q_2 .. q_β als unabhängig variabel betrachtet. f wird also durch jede der Substitutionen

$$y_\lambda = \sum_\mu b^i_{\lambda\mu} x_\mu \quad (i = 0, 1, 2, .. \beta)$$

in sich selbst transformirt und genügt folglich den $\beta + 1$ Differentialgleichungen

$$\sum_\lambda \sum_\mu c^i_{\lambda\mu} \frac{\partial f}{\partial x_\lambda} x_\mu = 0 \quad (i = 0, 1, 2, ... \beta)$$

Wir haben also den Satz:

Genügt eine rationale und homogene Function $f((x))$ den m partiellen Differentialgleichungen

$$\sum_\lambda \sum_\mu c^i_{\lambda\mu} \frac{\partial f}{\partial x_\lambda} x_\mu = 0 \quad (i = 1, 2, .. m)$$

aber keiner weiteren, von diesen linear unabhängigen derselben Form, so kann man, indem man nötigen Falls diese Gleichungen durch lineare Combinationen derselben ersetzt, stets bewirken, dass die Fundamentaldeterminante jedes der Coefficientensysteme $c^i_{\lambda\mu}$ entweder durch r^n teilbar ist, oder nur Elementarteiler erster Ordnung besitzt und nur für ganzzahlige Werte von r verschwindet.

V.

Integration der Differentialgleichungen (α).

Der bisherigen Untersuchung lag die Annahme zu Grund, dass die Function f durch eine lineare Substitution mit m verfügbaren Coefficienten in sich selbst transformirt werde. Es ergab sich, dass f einer gewissen Anzahl von linear unabhängigen Differentialgleichungen der Form

$$\sum_\lambda \sum_\mu c_{\lambda\mu} \frac{\partial f}{\partial x_\lambda} x_\mu = 0$$

genügen muss. Von der Zahl m' dieser Differentialgleichungen konnten wir nur nachweisen, dass sie nicht kleiner als m sein kann.

Wir nehmen nunmehr an, die homogene Function f genüge den m linear unabhängigen Differentialgleichungen

$$(\gamma) \quad \sum_{\lambda} \sum_{\mu} c^{i}_{\lambda\mu} \frac{\partial f}{\partial x_\lambda} x_\mu = 0 \quad (i = 1, 2, .. m)$$

aber keiner weiteren von diesen linear unabhängigen derselben Form. Die Annahme, diese Differentialgleichungen seien linear unabhängig, schliesst nicht aus, dass eine Anzahl dieser Differentialgleichungen eine Folge der übrigen sein kann.

Wir setzen ausserdem voraus, jedes der Coefficientensysteme $c^{i}_{\lambda\mu}$ sei von der ersten oder von der zweiten Art.

Diese Coefficienten $c^{i}_{\lambda\mu}$ genügen einem Gleichungssystem der Form:

$$(\varepsilon) \quad \sum_{\nu=1}^{n} (c^{i}_{\lambda\nu} c^{k}_{\nu\mu} - c^{i}_{\nu\mu} c^{k}_{\lambda\nu}) = \sum_{\gamma=1}^{m} \varepsilon^{ik}_{\gamma} c^{\gamma}_{\lambda\mu}$$

$$(\lambda, \mu = 1, 2, .. n; \; i, k = 1, 2, .. m)$$

Es lassen sich nun sofort m elementare Substitutionen B_i angeben, welche f in sich selbst transformiren.

Bilden die $c^{i}_{\lambda\mu}$ ein System erster Art, so bestimme ich die Substitutionscoefficienten $b^{i}_{\lambda\mu}$ durch die Differentialgleichungen

$$\frac{d b^{i}_{\lambda\mu}}{d p_i} = \sum_{\nu=1}^{n} b^{i}_{\lambda\nu} c^{i}_{\nu\mu} \quad (\lambda, \mu = 1, 2, .. n)$$

und die Anfangswerte $b^{i}_{\lambda\mu} = \binom{\lambda}{\mu}$ für $p_i = 0$. Bilden die $c^{i}_{\lambda\mu}$ ein System der zweiten Art, so ist in den vorstehenden Gleichungen p_i durch $\log p_i$ zu ersetzen.

Je nachdem der eine oder der andere Fall eintritt nenne ich p_i einen Parameter erster oder zweiter Art und den Wert $p_i = 0$ beziehungsweise $p_i = 1$ seinen Anfangswert.

Die Function f wird nun durch jede der Substitutionen

$$
\begin{array}{lll}
B_1 & y_\lambda = \sum\limits_\mu b^1_{\lambda\mu}\, y^1_\mu & \\
B_2 & y^1_\lambda = \sum\limits_\mu b^2_{\lambda\mu}\, y^2_\mu & \\
B_3 & y^2_\lambda = \sum\limits_\mu b^3_{\lambda\mu}\, y^3_\mu & \lambda = 1, 2, \ldots n \\
\ldots & \ldots & \\
B_{m-1} & y^{m-2}_\lambda = \sum\limits_\mu b^{m-1}_{\lambda\mu}\, y^{m-1}_\mu & \\
B_m & y^{m-1}_\lambda = \sum\limits_\mu b^m_{\lambda\mu}\, x_\mu &
\end{array}
$$

folglich auch durch die aus diesen Substitutionen zusammengesetzte Substitution

$$(A) \quad y_\lambda = \sum_\mu a_{\lambda\mu}\, x_\mu$$

in sich selbst transformirt.

Die Substitutionscoefficienten $a_{\lambda\mu}$ sind ganze Functionen der Parameter erster Art und wenigstens rationale Functionen der Parameter zweiter Art. Unstetig können sie nur werden, wenn einer der Parameter zweiter Art verschwindet oder für unendlich grosse Werte der Parameter. Den Anfangswerten der Parameter entsprechen die Werte $a_{\lambda\mu} = \binom{\lambda}{\mu}$.

Die Determinante der $a_{\lambda\mu}$ ist gleich dem Producte der Determinanten der elementaren Substitutionen B_i, also gleich einem Producte aus ganzen Potenzen der Parameter zweiter Art, da die Determinante einer elementaren Substitution erster

Art gleich 1 und die Determinante einer elementaren Substitution zweiter Art gleich einer ganzen Potenz des entsprechenden Parameters ist.

Man kann auf dem im zweiten Abschnitt eingeschlagenen Wege beweisen, dass die Substitutionscoefficienten $a_{\lambda\mu}$ einem System von Differentialgleichungen der Form

$$(\alpha)\quad \frac{\partial a_{\lambda\mu}}{\partial p_i} = \sum_\nu a_{\lambda\nu}\, C^i_{\nu\mu}\ (\lambda, \mu = 1, 2, \ldots n;\ i = 1, 2, \ldots m)$$

genügen, wo

$$(\pi)\quad C^i_{\lambda\mu} = \sum_{j=1}^{m} P^i_j\, c^j_{\lambda\mu}$$

ist und die Grössen P^i_j rationale Functionen der Parameter p sind. Ich will jedoch im folgenden für diese Gleichungen einen Beweis erbringen, der sich nur auf die Definition der Substitution A durch die elementaren Substitutionen B_i und auf die durch die Gleichungen (ε) ausgedrückten Eigenschaften der Coefficienten $c^i_{\lambda\mu}$ stützt.

Dieser Beweis beruht auf folgendem Hülfssatz:

Die n^2 durch die Gleichungen

$$\sum_\nu c^h_{\lambda\nu}\, b^i_{\nu\mu} = \sum_\nu b^i_{\lambda\nu}\, q_{\nu\mu}\ \ (\lambda, \mu = 1, 2, \ldots n)$$

definirten rationalen Functionen $q_{\lambda\mu}$ von p_i lassen sich darstellen in der Form

$$q_{\lambda\mu} = s_1\, c^1_{\lambda\mu} + s_2\, c^2_{\lambda\mu} \ldots + s_m\, c^m_{\lambda\mu}\ \ (\lambda, \mu = 1, 2, \ldots n)$$

wo $s_1\ s_2 \ldots s_m$ rationale Functionen von p_i sind.

Beim Beweise ist zu unterscheiden, ob die elementare Substitution B_i erster oder zweiter Art ist. Im ersteren Fall lässt sich $q_{\lambda\mu}$ nach dem Maclaurin'schen Satze entwickeln.

$$\text{Für } p_i = 0 \text{ ist } b^i_{\lambda\mu} = \binom{\lambda}{\mu} \text{ also } q_{\lambda\mu} = c^h_{\lambda\mu}.$$

Zur Berechnung der Differentialquotienten von $q_{\lambda\mu}$ erhält man zunächst die Gleichung

$$\sum_\nu \left(c^h_{\lambda\nu} \frac{d\, b^i_{\nu\mu}}{d\, p_i} - \frac{d\, b^i_{\lambda\nu}}{d\, p_i} q_{\nu\mu} \right) - \sum_\nu b^i_{\lambda\nu} \frac{d\, q_{\nu\mu}}{d\, p_i} = 0 \; (\lambda, \mu = 1, 2, \ldots n)$$

Nun ist $\frac{d\, b^i_{\nu\mu}}{d\, p_i} = \sum_\varkappa b^i_{\nu\varkappa} c^i_{\varkappa\mu}$ folglich

$$\sum_\nu c^h_{\lambda\nu} \frac{d\, b^i_{\nu\mu}}{d\, p_i} = \sum_\varkappa \left\{ \sum_\nu c^h_{\lambda\nu} b^i_{\nu\varkappa} \right\} c^i_{\varkappa\mu} = \sum_\varkappa \left\{ \sum_\nu b^i_{\lambda\nu} q_{\nu\varkappa} \right\} c^i_{\varkappa\mu}$$

Nach Substitution dieser Werte erhalten die obigen Gleichungen die Form

$$\sum_\nu b^i_{\lambda\nu} \left\{ \sum_\varkappa (q_{\nu\varkappa} c^i_{\varkappa\mu} - c^i_{\nu\varkappa} q_{\varkappa\mu}) - \frac{d\, q_{\nu\mu}}{d\, p_i} \right\} = 0 \; (\lambda, \mu = 1, 2, \ldots n)$$

Da die Determinante der $b^i_{\lambda\mu}$ nicht verschwindet, so folgt aus diesen Gleichungen

$$\frac{d\, q_{\nu\mu}}{d\, p_i} = \sum_\varkappa (q_{\nu\varkappa} c^i_{\varkappa\mu} - c^i_{\nu\varkappa} q_{\varkappa\mu}) \; (\nu, \mu = 1, 2, \ldots n)$$

Für $p_i = 0$ wird

$$\left(\frac{d\, q_{\nu\mu}}{d\, p_i} \right)_{p_i = 0} = \sum_\varkappa (c^h_{\nu\varkappa} c^i_{\varkappa\mu} - c^i_{\nu\varkappa} c^h_{\varkappa\mu}) = \sum_{j=1}^m \varepsilon^{h\,i}_j c^j_{\nu\mu}$$

Die Gleichung

$$\frac{d^2 q_{\nu\mu}}{d\, p_i^2} = \sum_\varkappa \left(\frac{d\, q_{\nu\varkappa}}{d\, p_i} c^i_{\varkappa\mu} - c^i_{\nu\varkappa} \frac{d\, q_{\varkappa\mu}}{d\, p_i} \right)$$

zeigt, dass sich auch $\left(\frac{d^2 q_{\nu\mu}}{d\, p_i^2} \right)_{p_i = 0}$ als lineare und homo-

gene Function von $\overset{1}{c}_{\nu\mu}\,\overset{2}{c}_{\nu\mu}\ldots\overset{m}{c}_{\nu\mu}$ darstellen lässt, und dasselbe gilt für alle höheren Differentialquotienten. Daraus folgt, dass sich $q_{\nu\mu}$ in der Form

$$q_{\nu\mu} = s_1\,\overset{1}{c}_{\nu\mu} + s_2\,\overset{2}{c}_{\nu\mu}\ldots + s_m\,\overset{m}{c}_{\nu\mu}\ (\nu, \mu = 1, 2, \ldots n)$$

darstellen lässt, wo $s_1\ s_2\ldots s_m$ Functionen von p_i sind.

Da die Coefficientensysteme $\overset{1}{c}_{\lambda\mu}\,\overset{2}{c}_{\lambda\mu}\ldots\overset{m}{c}_{\lambda\mu}$ linear unabhängig sind, so sind die Functionen s vollkommen bestimmt; sie sind rationale Functionen der $q_{\lambda\mu}$, also auch rationale Functionen von p_i.

Ist die elementare Substitution B_i von der zweiten Art, so hat man $q_{\lambda\mu}$ nicht nach Potenzen von p_i, sondern nach Potenzen von $p_i - 1$ zu entwickeln; im übrigen ist der Beweis ganz analog zu führen.

Durch wiederholte Anwendung des eben bewiesenen Satzes gelangt man leicht zu der folgenden Verallgemeinerung:

Bestimmt man n^2 Grössen $q_{\lambda\mu}$ durch die Gleichungen

$$\sum_\nu \overset{h}{c}_{\lambda\nu}\,\overset{i}{b}_{\nu\mu} = \sum_\nu \overset{i}{b}_{\lambda\nu}\,q_{\nu\mu}$$

hierauf n^2 Grössen $q'_{\lambda\mu}$ durch die Gleichungen

$$\sum_\nu q_{\lambda\nu}\,\overset{j}{b}_{\nu\mu} = \sum_\nu \overset{j}{b}_{\lambda\nu}\,q'_{\nu\mu}$$

hierauf n^2 Grössen $q''_{\lambda\mu}$ durch die Gleichungen

$$\sum_\nu q'_{\lambda\nu}\,\overset{k}{b}_{\nu\mu} = \sum_\nu \overset{k}{b}_{\lambda\nu}\,q''_{\lambda\mu}$$

u. s. w.

so lassen sich die Grössen $q_{\lambda\mu}\ q'_{\lambda\mu}\ q''_{\lambda\mu}\ \ldots$ darstellen in der Form

$$q_{\lambda\mu} = s_1 \overset{1}{c}_{\lambda\mu} + s_2 \overset{2}{c}_{\lambda\mu} \ldots + s_m \overset{m}{c}_{\lambda\mu}$$

$$q'_{\lambda\mu} = s'_1 \overset{1}{c}_{\lambda\mu} + s'_2 \overset{2}{c}_{\lambda\mu} \ldots + s'_m \overset{m}{c}_{\lambda\mu} \qquad \lambda, \mu = 1, 2, . \, n$$

$$q''_{\lambda\mu} = s''_1 \overset{1}{c}_{\lambda\mu} + s''_2 \overset{2}{c}_{\lambda\mu} \ldots + s''_m \overset{m}{c}_{\lambda\mu}$$

u. s. w.

und hier sind die Grössen $s_1\ s_2 \ldots$ rationale Functionen von p_i

die Grössen $s'_1\ s'_2 \ldots$ rationale Functionen von p_i und p_j

die Grössen $s''_1\ s''_2 \ldots$ rationale Functionen von p_i p_j und p_k u. s. w.

Dieser Satz führt zu einem einfachen Beweis der Gleichungen (α) und (π).

Die Gleichungssysteme B_i und A definiren die Grössen $y_\lambda\ \overset{1}{y}_\lambda\ \overset{2}{y}_\lambda \ldots \overset{m-1}{y}_\lambda$ als Functionen der Grössen $x_1\ x_2 \ldots x_n$ und der Parameter $p_1\ p_2 \ldots p_m$, und zwar ist, da der Parameter p_i nur in die Coefficienten der Substitution B_i aber nicht in die Coefficienten der übrigen Substitutionen B_j eingeht

y_λ Function von $x_1\ x_2 \ldots x_n$ und $p_1\ p_2\ p_3 \ldots p_m$

$\overset{1}{y}_\lambda$ Function von $x_1\ x_2 \ldots x_n$ und $p_2\ p_3 \ldots p_m$

$\overset{2}{y}_\lambda$ Function von $x_1\ x_2 \ldots x_n$ und $p_3 \ldots p_m$ $\quad \lambda = 1, 2, \ldots n$

. . . .

$\overset{m-1}{y}_\lambda$ Function von $x_1\ x_2 \ldots x_n$ und p_m

Durch partielle Differentiation nach p_i ergibt sich daher:

$$\frac{\partial y_\lambda}{\partial p_i} = \sum_\mu b^1_{\lambda\mu} \frac{\partial y^1_\mu}{\partial p_i}$$

$$\frac{\partial y^1_\lambda}{\partial p_i} = \sum_\mu b^2_{\lambda\mu} \frac{\partial y^2_\mu}{\partial p_i}$$

$$\frac{\partial y^2_\lambda}{\partial p_i} = \sum_\mu b^3_{\lambda\mu} \frac{\partial y^3_\mu}{\partial p_i}$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$\text{(d)} \qquad \frac{\partial y^{i-2}_\lambda}{\partial p_i} = \sum_\mu b^{i-1}_{\lambda\mu} \frac{\partial y^{i-1}_\mu}{\partial p_i} \qquad \lambda = 1, 2, \ldots n$$

$$\frac{\partial y^{i-1}_\lambda}{\partial p_i} = \sum_\mu \frac{d b^i_{\lambda\mu}}{d p_i} y^i_\mu$$

$$y^i_\lambda = \sum_\mu b^{i+1}_{\lambda\mu} y^{i+1}_\mu$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$y^{m-1}_\lambda = \sum_\mu b^m_{\lambda\mu} x_\mu$$

Nun ist

$$\frac{d b^i_{\lambda\mu}}{d p_i} = \sum_\nu b^i_{\lambda\nu} c^i_{\nu\mu} \text{ oder} = \frac{1}{p_i} \sum_\nu b^i_{\lambda\nu} c^i_{\nu\mu}$$

je nachdem die elementare Substitution B_i von der ersten oder der zweiten Art ist.

Angenommen, es finde der erste Fall statt — der zweite ist ganz analog zu behandeln — dann ist

$$\frac{\partial y^{i-1}_\lambda}{\partial p_i} = \sum_\mu \sum_\nu b^i_{\lambda\nu} c^i_{\nu\mu} y^i_\mu \quad (\lambda = 1, 2, \ldots n)$$

Dieses Gleichungssystem lässt sich durch die beiden folgenden ersetzen:

$$\frac{\partial y_\lambda^{i-1}}{\partial p_i} = \sum_\mu b_{\lambda\mu}^i z_\mu^i \qquad z_\lambda^i = \sum_\mu c_{\lambda\mu}^i y_\mu^i \quad (\lambda = 1, 2, .. n)$$

In dem zweiten Gleichungssystem führe ich für y_μ^i seinen aus dem $i+1^{\text{ten}}$ der Gleichungssysteme (d) folgenden Wert und an Stelle der Grössen $c_{\lambda\mu}^i$ die Grössen $q_{\lambda\mu}$ ein, welche aus den Gleichungen

$$\sum_\mu c_{\lambda\mu}^i b_{\mu\nu}^{i+1} = \sum_\mu b_{\lambda\mu}^{i+1} q_{\mu\nu} \quad (\lambda, \nu = 1, 2, .. n)$$

zu berechnen sind. Wir erhalten

$$z_\lambda^i = \sum_\mu \sum_\nu c_{\lambda\mu}^i b_{\mu\nu}^{i+1} y_\nu^{i+1} = \sum_\mu \sum_\nu b_{\lambda\mu}^{i+1} q_{\mu\nu} y_\nu^{i+1} \quad (\lambda = 1, 2, .. n)$$

Dieses Gleichungssystem ersetzen wir durch die beiden folgenden:

$$z_\lambda^i = \sum_\mu b_{\lambda\mu}^{i+1} z_\mu^{i+1} \qquad z_\lambda^{i+1} = \sum_\mu q_{\lambda\mu} y_\mu^{i+1} \quad (\lambda = 1, 2, .. n)$$

Das zweite von diesen Gleichungssystemen und das $i+2^{\text{te}}$ der Gleichungssysteme (d) ersetzen wir nun durch

$$z_\lambda^{i+1} = \sum_\mu b_{\lambda\mu}^{i+2} z_\mu^{i+2} \quad \text{und} \quad z_\lambda^{i+2} = \sum_\mu q'_{\lambda\mu} y_\mu^{i+2} \quad (\lambda = 1, 2, .. n)$$

wo die Grössen $q'_{\lambda\mu}$ durch die Gleichungen

$$\sum_\mu q_{\lambda\mu} b_{\mu\nu}^{i+2} = \sum_\mu b_{\lambda\mu}^{i+2} q'_{\mu\nu} \quad (\lambda, \nu = 1, 2, .. n)$$

bestimmt sind.

In dieser Weise fortfahrend erkennt man leicht, dass sich die letzten $m - i + 1$ der Gleichungssysteme (d) ersetzen lassen durch die folgenden:

$$\frac{\partial y_\lambda^{i-1}}{\partial p_i} = \sum_\mu b^i_{\lambda\mu}\, z^i_\mu$$

$$z^i_\lambda = \sum_\mu b^{i+1}_{\lambda\mu}\, z^{i+1}_\mu$$

$$z^{i+1}_\lambda = \sum_\mu b^{i+2}_{\lambda\pi}\, z^{i+2}_\mu \qquad \lambda = 1, 2, .. n$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$z^{m-1}_\lambda = \sum_\mu b^m_{\lambda\mu}\, z^m_\mu$$

$$z^m_\lambda = \sum_\mu C^i_{\lambda\mu}\, x_\mu$$

und nach dem eben bewiesenen Hülfssatz lassen sich die Grössen $C^i_{\lambda\mu}$ darstellen in der Form

$$C^i_{\lambda\mu} = P^i_1\, c^1_{\lambda\mu} + P^i_2\, c^2_{\lambda\mu} \ldots + P^i_m\, c^m_{\lambda\mu}\ (\lambda, \mu = 1, 2, \ldots n)$$

wo $P^i_1\ P^i_2 \ldots P^i_m$ rationale Functionen von $p_1\ p_2 \ldots p_m$ sind.

Nun ergibt sich aus der Definition der Substitution A, dass

$$\frac{\partial y_\lambda}{\partial p_i} = \sum_\mu a_{\lambda\mu}\, z^m_\mu = \sum_\mu \sum_\nu a_{\lambda\nu}\, C^i_{\nu\mu}\, x_\mu \text{ ist,}$$

und da diese Gleichungen für beliebige Werte der x gelten, folgt hieraus

$$\frac{\partial a_{\lambda\mu}}{\partial p_i} = \sum_\nu a_{\lambda\nu}\, C^i_{\nu\mu} \quad \text{w. z. b. w.}$$

Für die Anfangswerte der Parameter wird

$$b^i_{\lambda\mu} = \binom{\lambda}{\mu} \text{ und } \frac{d\,b^i_{\lambda\mu}}{d\,p_i} = c^i_{\lambda\mu}\ (\lambda, \mu = 1, 2, .. n;\ i = 1, 2, .. m).$$

Für diese Werte ergeben daher die Gleichungen (d)

$$\frac{\partial y_\lambda}{\partial p_i} = \sum_\mu c^i_{\lambda\mu} x_\mu \text{ woraus}$$

$$\frac{\partial a_{\lambda\mu}}{\partial p_i} = c^i_{\lambda\mu} \text{ folgt.}$$

Für die Anfangswerte der Parameter ist somit $P^i_j = \binom{i}{j}$, also die Determinante der P^i_j gleich 1. Diese Determinante verschwindet also nicht identisch und hieraus folgt, wie im II. Abschnitt gezeigt wurde, dass m von den Substitutions-Coefficienten $a_{\lambda\mu}$ vorgeschriebene Werte erhalten können.

Damit ist der Satz bewiesen:

Wird eine homogene und rationale Function der Variabeln $x_1\ x_2 \ldots x_n$ $f((x))$ durch eine lineare Substitution, von deren Coefficienten m verfügbar bleiben, in sich selbst transformirt, so genügt sie m linear unabhängigen partiellen Differentialgleichungen (γ), deren Coefficientensysteme von der ersten oder von der zweiten Art sind.

Und umgekehrt, genügt die homogene Function $f((x))$ m, aber nicht mehr, Differentialgleichungen der angegebenen Art, so wird sie durch eine lineare Substitution, deren Coefficienten sich als rationale Functionen von m unabhängig variablen Parametern darstellen lassen, in sich selbst transformirt.

Diese Darstellung gibt aber nicht notwendig alle Substitutionen, durch die $f((x))$ in sich selbst transformirt wird; sie gibt nur diejenigen, welche durch ein irreductibles System algebraischer Gleichungen definirt sind, denen auch die Coefficienten der identischen Substitutionen genügen.

VI.

Ueber das Gleichungssystem $a_{\lambda\mu}((\eta)) = \sum_\nu a_{\lambda\nu}((\xi))\, a_{\nu\mu}((p))$.

Wird eine Function durch die Substitutionen

$$y_\lambda = \sum_\mu a_{\lambda\mu}((\xi))\, y'_\mu \quad \text{und} \quad y'_\lambda = \sum_\mu a_{\lambda\mu}((p))\, x_\mu \quad (\lambda = 1, 2, .. n)$$

in sich selbst transformirt, so wird sie auch durch die aus diesen beiden Substitutionen zusammengesetzte Substitution

$$y_\lambda = \sum_\mu \left\{ \sum_\nu a_{\lambda\nu}((\xi))\, a_{\nu\mu}((p)) \right\} x_\mu$$

in sich selbst transformirt. Aber es ist nicht von vornherein klar, dass diese Substitution einer Substitution der Form

$$y_\lambda = \sum_\mu a_{\lambda\mu}((\eta))\, x_\mu$$

äquivalent ist. Es soll daher im Folgenden bewiesen werden, dass es eine endliche Anzahl von Wertsystemen $\eta_1\, \eta_2 \,..\, \eta_m$ gibt, welche den n^2 Gleichungen

$$(1) \quad a_{\lambda\mu}((\eta)) = \sum_\nu a_{\lambda\nu}((\xi))\, a_{\nu\mu}((p)) \quad (\lambda, \mu = 1, 2, .. n)$$

genügen. Dieser Beweis lässt sich auf den Beweis des folgenden einfacheren Satzes zurückführen:

Es gibt eine endliche Anzahl von Wertsystemen, welche den n^2 Gleichungen

$$(2) \quad a_{\lambda\mu}((\eta)) = \sum_\nu a_{\lambda\nu}((\xi))\, b^i_{\nu\mu}(p) \quad (\lambda, \mu = 1, 2, .. n)$$

genügen.

Setzt man nämlich in den letzteren Gleichungen der Reihe nach

$$
\begin{array}{llll}
\mathrm{i} = 1;\; \mathrm{p} = \mathrm{p}_1; & \eta_1 = \eta_1^1 & \eta_2 = \eta_2^1 & \ldots \eta_m = \eta_m^1 \\
 & \xi_1 = \xi_1 & \xi_2 = \xi_2 & \ldots \xi_m = \xi_m \\
\mathrm{i} = 2;\; \mathrm{p} = \mathrm{p}_2; & \eta_1 = \eta_1^2 & \eta_2 = \eta_2^2 & \ldots \eta_m = \eta_m^2 \\
 & \xi_1 = \eta_1^1 & \xi_2 = \eta_2^1 & \ldots \xi_m = \eta_m^1 \\
\mathrm{i} = 3;\; \mathrm{p} = \mathrm{p}_3; & \eta_1 = \eta_1^3 & \eta_2 = \eta_2^3 & \ldots \eta_m = \eta_m^3 \\
 & \xi_1 = \eta_1^2 & \xi_2 = \eta_2^2 & \ldots \xi_m = \eta_m^2 \\
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\
\mathrm{i} = \mathrm{m};\; \mathrm{p} = \mathrm{p}_m; & \eta_1 = \eta_1 & \eta_2 = \eta_2 & \ldots \eta_m = \eta_m \\
 & \xi_1 = \eta_1^{m-1} & \xi_2 = \eta_2^{m-1} & \ldots \xi_m = \eta_m^{m-1}
\end{array}
$$

so genügen die so bestimmten Werte $\eta_1\ \eta_2\ ..\ \eta_m$ den Gleichungen (1).

Nehmen wir zunächst an, die Gleichungen (2) seien erfüllt. Betrachten wir $\xi_1\ \xi_2\ ..\ \xi_m$ als constant, p als variabel, so dass $\eta_1\ \eta_2\ ..\ \eta_m$ algebraische Functionen von p sind. Die Constanten ξ seien der Art, dass keiner der Substitutionscoefficienten $a_{\lambda\mu}((\xi))$ unendlich ist, dass die Determinante der $a_{\lambda\mu}((\xi))$ nicht verschwindet und dass auch die Determinante der $P_j^i((\xi))$ nicht verschwindet.

Aus den Gleichungen (2) ergibt sich durch Differentiation

$$\sum_{j=1}^{m} \frac{\partial a_{\lambda\mu}((\eta))}{\partial \eta_j} \frac{d\eta_j}{dp} = \sum_{\nu=1}^{n} a_{\lambda\nu}((\xi)) \frac{d b_{\nu\mu}^{i}(p)}{dp}$$

Nun ist

$$\frac{\partial a_{\lambda\mu}((\eta))}{\partial \eta_j} = \sum_{\nu=1}^{n} a_{\lambda\nu}((\eta))\, C_{\nu\mu}^{j}((\eta))$$

und — unter der Voraussetzung, dass die elementare Substitution B_i von der ersten Art ist, auf welchen Fall ich mich beschränke, da der Beweis im Falle, dass B_i von der zweiten Art ist, ganz analog zu führen ist —

$$\frac{d b_{\nu\mu}^{i}}{dp} = \sum_{\varkappa=1}^{n} b_{\nu\varkappa}^{i}\, c_{\varkappa\mu}^{i}$$

Mit Rücksicht auf (2) folgt somit

$$\sum_{\nu=1}^{n} a_{\lambda\nu}((\eta))\left\{\sum_{j=1}^{m} C^j_{\nu\mu}((\eta))\frac{d\eta_j}{dp} - c^i_{\nu\mu}\right\} = O\ (\lambda, \mu = 1, 2, .. n)$$

Soll die Determinante der $a_{\lambda\mu}((\eta))$ nicht verschwinden, so muss somit

$$\sum_{j=1}^{m} C^j_{\nu\mu}((\eta))\frac{d\eta_j}{dp} - c^i_{\nu\mu} = O \text{ sein für } \nu, \mu = 1, 2, .. n$$

Hieraus folgt, wenn man $C^j_{\nu\mu}((\eta))$ durch $\sum_{k=1}^{m} P^j_k((\eta))\, c^k_{\nu\mu}$ ersetzt und beachtet, dass die $c^k_{\nu\mu}$ linear unabhängig sind:

$$(3) \quad \sum_{j=1}^{m} P^j_k((\eta))\frac{d\eta_j}{dp} = \binom{k}{i} \quad (k = 1, 2, .. m)$$

Aus diesen Gleichungen ergibt sich

$$(4) \quad \frac{d\eta_j}{dp} = Q^i_j((\eta)) \quad (j = 1, 2, .. m)$$

wo die Functionen Q^i_j durch die Gleichungen

$$\sum_{k=1}^{m} P^j_k Q^k_h = \binom{h}{j} \quad (h, j = 1, 2, .. m)$$

bestimmt sind.

Gibt es also Werte $\eta_1\ \eta_2\ ..\ \eta_m$, welche den Gleichungen (2) genügen, so genügen dieselben als Functionen von p betrachtet, den vorstehenden Differentialgleichungen. Ausserdem müssen die dem Wert $p = O$ entsprechenden Anfangswerte der η die Gleichungen

$$a_{\lambda\mu}((\eta)) = a_{\lambda\mu}((\xi)) \quad (\lambda, \mu = 1, 2, .. n)$$

befriedigen.

Ich beweise nun, dass auch umgekehrt die Functionen $\eta_1\ \eta_2\ ..\ \eta_m$ von p, welche durch die Differentialgleichungen (3) oder (4) und die Anfangswerte $\eta_k = \xi_k$ für $p = 0$ bestimmt sind, den Gleichungen (2) genügen.

Ersetzt man in den Ausdrücken

$$q_{\lambda\mu} = a_{\lambda\mu}((\eta)) - \sum_{\nu=1}^{n} a_{\lambda\nu}((\xi))\, b^{i}_{\nu\mu}(p) \quad (\lambda, \mu = 1, 2, .. n)$$

die Grössen $\eta_1\ \eta_2\ ..\ \eta_m$ durch ihre Werte in Function von p, so werden die n^2 Grössen $q_{\lambda\mu}$ Functionen von p. Durch Differentiation nach p ergibt sich:

$$\frac{d q_{\lambda\mu}}{dp} = \sum_{j=1}^{m} \frac{\partial a_{\lambda\mu}((\eta))}{\partial \eta_j} \frac{d\eta_j}{dp} - \sum_{\nu=1}^{n} a_{\lambda\nu}((\xi)) \frac{d b^{i}_{\nu\mu}(p)}{dp}$$

$$= \sum_{j=1}^{m} \sum_{\nu=1}^{n} a_{\lambda\nu}((\eta))\, C^{j}_{\nu\mu}((\eta)) \frac{d\eta_j}{dp} - \sum_{\nu=1}^{n} \sum_{\varkappa=1}^{n} a_{\lambda\nu}((\xi))\, b^{i}_{\nu\varkappa}(p)\, c^{i}_{\varkappa\mu}$$

Da aber $\eta_1\ \eta_2\ ..\ \eta_m$ den Differentialgleichungen (2) genügen, so ist

$$\sum_{j=1}^{m} C^{j}_{\nu\mu}((\eta)) \frac{d\eta_j}{dp} = \sum_{j=1}^{m} \sum_{k=1}^{m} P^{j}_{k}((\eta)) \frac{d\eta_j}{dp} c^{k}_{\nu\mu} = c^{i}_{\nu\mu}$$

Folglich ist

$$\frac{d q_{\lambda\mu}}{dp} = \sum_{\nu=1}^{n} \left\{ a_{\lambda\nu}((\eta)) - \sum_{\varkappa=1}^{n} a_{\lambda\varkappa}((\xi))\, b^{i}_{\varkappa\nu}(p) \right\} c^{i}_{\nu\mu}$$

Oder $$\frac{d q_{\lambda\mu}}{dp} = \sum_{\nu=1}^{n} q_{\lambda\nu}\, c^{i}_{\nu\mu} \quad (\lambda, \mu = 1, 2, .. n)$$

Nun ist für $p = 0$ $q_{\lambda\mu} = 0$ $(\lambda, \mu = 1, 2, .. n)$, daher verschwinden für $p = 0$ auch alle Differentialquotienten $\frac{d q_{\lambda\mu}}{dp}$ und ebenso alle höheren Differentialquotienten. Die

n^2 Functionen $q_{\lambda\mu}$ sind daher identisch Null, was zu beweisen war.

Damit ist, wie bereits oben ausgeführt wurde, bewiesen, dass es bei beliebig gegebenen Werten von $\xi_1\ \xi_2\ ..\ \xi_m$ und $p_1\ p_2\ ..\ p_m$ eine endliche Anzahl von Wertsystemen gibt, welche den Gleichungen (1) genügen. Durch diese Gleichungen sind also m algebraische Functionen der ξ und der p

$$\eta_i = \varphi_i(\xi|p) \quad (i = 1, 2, .. m)$$

definirt.

In ganz analoger Weise kann man beweisen, dass es bei beliebig gegebenen Werten von $\eta_1\ \eta_2\ ..\ \eta_m$ und $\xi_1\ \xi_2\ ..\ \xi_m$ eine endliche Anzahl von Wertsystemen $p_1\ p_2\ ..\ p_m$ gibt, welche den Gleichungen (1) genügen.

Es gibt also insbesondere Werte von $p_1\ p_2\ ..\ p_m$, welche den Gleichungen

$$\sum_{\nu=1}^{n} a_{\lambda\nu}((\xi))\, a_{\nu\mu}((p)) = \binom{\lambda}{\mu} \quad (\lambda, \mu = 1, 2, .. n)$$

genügen. —

Wir haben den Nachweis für die Existenz der Functionen φ erbracht, indem wir dieselben durch eine Reihe von Systemen von Differentialgleichungen definirten, in denen immer nur e i n e unabhängige Variable vorkommt. Wir können die Functionen φ aber auch durch ein einziges simultanes System von Differentialgleichungen bestimmen.

Betrachten wir in den Gleichungen (1) die Grössen ξ als constant, die Grössen p und η als variabel und bilden unter dieser Voraussetzung von beiden Seiten der Gleichung (1) die vollständigen Differentiale.

Wir erhalten, da wegen (α)

$$da_{\lambda\mu}((\eta)) = \sum_{i=1}^{m} \frac{\partial a_{\lambda\mu}((\eta))}{\partial \eta_i} d\eta_i = \sum_{i=1}^{m} \sum_{\nu=1}^{n} a_{\lambda\nu}((\eta))\, C^i_{\nu\mu}((\eta))\, d\eta_i$$

$$\text{und} \quad d\,a_{\lambda\mu}((p)) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{\nu=1}^{n} a_{\lambda\nu}((p))\, C^i_{\nu\mu}((p))\, d\,p_i \ \text{ist,}$$

mit Rücksicht auf (1)

$$\sum_{\nu=1}^{n} a_{\lambda\nu}((\eta)) \left\{ \sum_{i=1}^{m} (C^i_{\nu\mu}((\eta))\, d\,\eta_i - C^i_{\nu\mu}((p))\, d\,p_i) \right\}$$
$$= 0 \ (\lambda, \mu = 1, 2 \,..\, n)$$

und hieraus folgt, da die Determinante der $a_{\lambda\mu}((\eta))$ nicht verschwindet

$$\sum_{i=1}^{m} (C^i_{\nu\mu}((\eta))\, d\,\eta_i - C^i_{\nu\mu}((p))\, d\,p_i) = 0 \ (\nu, \mu = 1, 2, \,..\, n)$$

Führen wir hier für die Functionen $C^i_{\nu\mu}$ ihre durch die Gleichungen (π) gegebenen Werte ein, so folgt, weil die Coefficientensysteme $\overset{1}{c}_{\lambda\mu}\ \overset{2}{c}_{\lambda\mu} \,..\, \overset{m}{c}_{\lambda\mu}$ linear unabhängig sind.

$$(5) \qquad \sum_{i=1}^{m} P^i_j((\eta))\, d\,\eta_i = \sum_{i=1}^{m} P^i_j((p))\, d\,p_i \ \ (j = 1, 2, \,..\, m)$$

Diese Gleichungen bringen eine merkwürdige Eigenschaft der Functionen φ zum Ausdruck. Stellt man nämlich für die vorstehenden Differentialgleichungen die Integrabilitätsbedingungen auf, so kommt man zu einem System partieller Differentialgleichungen von der Form der im III. Abschnitt mit (J) und (J′) bezeichneten Systeme.

Durch die Differentialgleichungen (5) sind die Grössen η als Functionen der p vollkommen bestimmt, sobald noch die den Anfangswerten der p entsprechenden Werte der η gegeben sind.

Wie vielwertig die algebraischen Functionen φ sind, hängt wesentlich von der Wahl des Parametersystems, welches zur Darstellung der Grössen $a_{\lambda\mu}$ verwendet wird, oder was dasselbe sagen will, von der Wahl der Functionen P^i_j ab.

Es lässt sich beweisen, dass bei geeigneter Wahl dieses Parametersystems die Functionen φ einwertig, also rational sind. Dieser Beweis lässt sich nur auf Grund einer eingehenden Untersuchung der zwischen den Coefficienten $c^{i}_{\lambda\mu}$ bestehenden Beziehungen erbringen, auf welche hier nicht eingegangen werden soll.

VI.

Ueber die Functionen φ.

Betrachtet man die Grössen $\eta_1\ \eta_2\ ..\ \eta_m$ als die ursprünglichen, die Grössen $\xi_1\ \xi_2\ ..\ \xi_m$ als neue Variable und die Grössen $p_1\ p_2\ ..\ p_m$ als verfügbare Parameter, so ist durch die Gleichungen

$$\eta_i = \varphi_i(\xi|p) \quad (i = 1, 2, .. m)$$

ein System von Substitutionen definirt. Es lässt sich zeigen, dass dieses Substitutionensystem ein invariantives ist.

Der Beweis stützt sich auf die beiden folgenden Eigenschaften der Functionen φ:

$$\left.\begin{array}{ll}\text{1) Ist} & \eta_i = \varphi_i(\xi|p) \\ \text{so ist auch} & \xi_i = \varphi_i(\eta|q)\end{array}\right\} \quad i = 1, 2, .. m$$

und hier sind $q_1\ q_2\ ..\ q_m$ Functionen von $p_1\ p_2\ ..\ p_m$ aber unabhängig von $\xi_1\ \xi_2\ ..\ \xi_m$.

$$\left.\begin{array}{ll}\text{2) Ist} & \eta_i = \varphi_i(\xi|p) \\ \text{und} & \zeta_i = \varphi_i(\eta|q) \\ \text{so ist auch} & \zeta_i = \varphi_i(\xi|r)\end{array}\right\} \quad i = 1, 2, .. m$$

und hier sind $r_1\ r_2\ ..\ r_m$ Functionen von $p_1\ p_2\ ..\ p_m$ und $q_1\ q_2\ ..\ q_m$ aber unabhängig von $\xi_1\ \xi_2\ ..\ \xi_m$.

Der Beweis ergibt sich unmittelbar aus den im vorigen Abschnitt bewiesenen Sätzen.

Ist $\eta_i = \varphi_i(\xi|p)$, so ist nach der Definition der Functionen φ

$$a_{\lambda\mu}((\eta)) = \sum_{\nu=1}^{n} a_{\lambda\nu}((\xi))\, a_{\nu\mu}((p)) \quad (\lambda, \mu = 1, 2, \ldots n)$$

Bestimmt man also die Grössen q durch die Gleichungen

$$\sum_{\mu=1}^{n} a_{\nu\mu}((p))\, a_{\mu\varkappa}((q)) = \binom{\nu}{\varkappa} \quad (\nu, \varkappa = 1, 2, \ldots n)$$

so wird

$$\sum_{\mu=1}^{n} a_{\lambda\mu}((\eta))\, a_{\mu\varkappa}((q)) = a_{\lambda\varkappa}((\xi)) \quad (\lambda, \varkappa = 1, 2, \ldots n)$$

w. z. b. w.

Ist zweitens

$$\zeta_i = \varphi_i(\eta|q) \text{ und } \eta_i = \varphi_i(\xi|p) \quad (i = 1, 2, \ldots m)$$

so bestehen die Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} a_{\lambda\mu}((\zeta)) &= \sum_{\nu=1}^{n} a_{\lambda\nu}((\eta))\, a_{\nu\mu}((q)) \\ a_{\lambda\mu}((\eta)) &= \sum_{\nu=1}^{n} a_{\lambda\nu}((\xi))\, a_{\nu\mu}((p)) \end{aligned}\right\} \quad (\lambda, \mu = 1, 2, \ldots n)$$

aus denen folgt

$$a_{\lambda\mu}((\zeta)) = \sum_{\nu=1}^{n} \sum_{\varkappa=1}^{n} a_{\lambda\nu}((\xi))\, a_{\nu\varkappa}((p))\, a_{\varkappa\mu}((q))$$

Bestimmt man nun die Grössen r durch die Gleichungen

$$a_{\nu\mu}((r)) = \sum_{\varkappa=1}^{n} a_{\nu\varkappa}((p))\, a_{\varkappa\mu}((q)) \quad (\nu, \mu = 1, 2, \ldots n)$$

so ist $\zeta_i = \varphi_i(\xi|r)$ $(i = 1, 2, \ldots m)$ w. z. b. w.

Aus den beiden eben bewiesenen Sätzen geht hervor,

dass die Gesammtheit der Substitutionen φ eine „continuirliche Gruppe" bildet.

Man kann auf diese Substitutionen φ ganz ebenso wie auf die linearen Substitutionen eine Definition der Aequivalenz gründen, indem man eine rationale Function von $\xi_1\ \xi_2 \ldots \xi_m$ und eine rationale Function von $\eta_1\ \eta_2 \ldots \eta_m$ als äquivalent bezeichnet, wenn die erstere durch eine Substitution $\xi_i = \varphi_i(\eta|p)$ $(i = 1, 2, \ldots m)$ in die letztere transformirt werden kann. Auch für die auf die Substitutionen φ gegründete Aequivalenz gilt der Satz, dass zwei Functionen dann und nur dann äquivalent sind, wenn sie zur selben dritten äquivalent sind.

VIII.

Ueber die Integrale der Differentialgleichungen (γ).

Nunmehr kann der Beweis erbracht werden, dass die Differentialgleichungen (γ) ein Invariantensystem definiren: sie definiren das Invariantensystem der Formen

$$F_\lambda(x|\xi) = \sum_{\mu=1}^{n} a_{\lambda\mu}((\xi))\, x_\mu \quad (\lambda = 1, 2, \ldots n)$$

mit den „Coefficienten" $x_1\ x_2 \ldots x_n$ und den „Variabeln" $\xi_1\ \xi_2 \ldots \xi_m$.

Führen wir an Stelle der Variabeln ξ neue Variable ein mittelst der Substitutionen

$$\xi_i = \varphi_i(\eta|p) \quad (i = 1, 2, \ldots m)$$

so geht die Form $F_\lambda(x|\xi)$ in die äquivalente Form $F_\lambda(y|\eta)$ über, wo

$$y_\lambda = \sum_{\mu=1}^{n} a_{\lambda\mu}((p))\, x_\mu \quad (\lambda = 1, 2, \ldots n) \text{ ist.}$$

Denn nach der Definition der Function φ ist

$$a_{\lambda\mu}((\xi)) = \sum_{\nu=1}^{n} a_{\lambda\nu}((\eta))\, a_{\nu\mu}((p)) \quad (\lambda, \mu = 1, 2, \ldots n)$$

Betrachten wir nun die Coefficienten $x_1\, x_2 \ldots x_n$ und die Coefficienten $y_1\, y_2 \ldots y_n$ als gegeben, so lauten die notwendigen und ausreichenden Bedingungen, damit die Formen $F_\lambda(x|\xi)$ und $F_\lambda(y|\eta)$ äquivalent sind:

Es müssen sich Werte $p_1\, p_2 \ldots p_m$ angeben lassen, welche den Gleichungen

$$y_\lambda = \sum_{\mu=1}^{n} a_{\lambda\mu}((p))\, x_\mu \quad (\lambda = 1, 2, \ldots n)$$

genügen.

Da nun, wie im vorigen Abschnitt gezeigt wurde, zwei Formen äquivalent sind, wenn sie zur selben dritten äquivalent sind, so lassen sich diese Bedingungen vollständig ersetzen durch die folgenden:

Es muss ein Wertsystem $z_1\, z_2 \ldots z_n$ und Wertsysteme $q_1\, q_2 \ldots q_m$; $r_1\, r_2 \ldots r_m$ geben, welche den beiden Gleichungssystemen

$$\left.\begin{aligned} x_\lambda &= \sum_{\mu=1}^{n} a_{\lambda\mu}((q))\, z_\mu \\ y_\lambda &= \sum_{\mu=1}^{n} a_{\lambda\mu}((r))\, z_\mu \end{aligned}\right\} \quad \lambda = 1, 2, \ldots n$$

genügen.

Im vorliegenden Fall sind somit die Voraussetzungen erfüllt, auf welche Herr Christoffel seinen Eingangs besprochenen Beweis gestützt hat, dass sich die Aequivalenzbedingungen durch Gleichsetzung von Invarianten ausdrücken lassen. Es gelten demnach für den vorliegenden Fall die von Herrn Christoffel aufgestellten Sätze:

1) Die Aequivalenzbedingungen lassen sich vollständig ausdrücken durch eine Anzahl Gleichungen der Form

$$f_i((y)) = f_i((x)) \quad (i = 1, 2, \ldots n - \sigma + \varrho).$$

Hier bedeutet σ „die Ordnung der systematischen Elimination“ und ϱ eine positive Zahl, die unter Umständen gleich Null sein kann. Die Zahl σ ist gleich der Anzahl der Coefficienten der transformirten Form, welche bei geeigneter Wahl der verfügbaren Parameter p vorgeschriebene Werte erhalten können.

2) Alle Invarianten von F_λ, d. h. alle rationalen Functionen der y, welche von den Werten der Parameter p unabhängig sind und nur von den Werten der x abhängen, lassen sich als rationale Functionen der $n - \sigma + \varrho$ Invarianten f_i darstellen.

Die Invarianten f_i genügen offenbar den Differentialgleichungen (γ). Da unter diesen Invarianten $n - \sigma$ von einander unabhängig sind, so haben die Differentialgleichungen (γ) $n - \sigma$ von einander unabhängige Integrale. Von den m linear unabhängigen Differentialgleichungen (γ) müssen daher $m - \sigma$ eine Folge der übrigen sein.

Das eben nachgewiesene Invariantensystem bildet ein Invariantensystem für jede der n Formen

$$F_1(x|\xi) \quad F_2(x|\xi) \quad \ldots \quad F_n(x|\xi).$$

Dies findet sein vollständiges Analogon in der Invariantentheorie im engeren Sinne des Wortes. Das Invariantensystem einer algebraischen Form $F_1(x|\xi^1)$ mit den Coefficienten $x_1\, x_2 \ldots x_n$ und den Variabeln $\xi_1^1\, \xi_2^1 \ldots \xi_\mu^1$ kann nämlich als Invariantensystem jeder der n Formen betrachtet werden, welche durch wiederholte Anwendung der Operation

$$\sum_{\lambda=1}^{\mu} \xi_\lambda^i \frac{\partial F}{\partial \xi_\lambda^1} \quad (i = 1, 2, \ldots \mu)$$

aus F_1 hervorgehen, sofern man nur die μ Variabelnsysteme

$$\begin{matrix} \xi_1^1 & \xi_2^1 \, . \, . & \xi_\mu^1 \\ \xi_1^2 & \xi_2^2 \, . \, . & \xi_\mu^2 \\ . \, . & . \, . \, . & . \, . \\ \xi_1^\mu & \xi_2^\mu \, . \, . & \xi_\mu^\mu \end{matrix}$$

als cogredient betrachtet.

Diese n Formen sind offenbar nichts anderes als die Coefficienten einer algebraischen Form, in welche F_1 durch die lineare Substitution

$$\xi_i = \eta_1 \, \xi_i^1 + \eta_2 \, \xi_i^2 + \eta_3 \, \xi_i^3 \ldots + \eta_\mu \, \xi_i^\mu \quad (i = 1, 2, \ldots \mu)$$

transformirt wird. Auch dies steht in vollkommenem Einklang mit der im Vorangehenden entwickelten allgemeinen Theorie.

Ueber die Wirkung des Schwefelkohlenstoffs auf den thierischen Organismus.

Von Prof. Dr. K. B. Lehmann in Würzburg.

(Eingelaufen 3 März.)

Am 11. Juni hat Herr von Pettenkofer der königlichen bayerischen Akademie Mittheilungen über Versuche „Ueber die Gesundheitsschädlichkeit mehrerer Gase und Dämpfe" gemacht, die von mir theils allein, theils unter Mithülfe der Herren DDr. Nakahama und Mori angestellt wurden. Es wurde darin über abgeschlossene Versuche mit Ammoniak, Chlorwasserstoff, Chlor, Brom und Schwefelwasserstoff berichtet — denen ich hier nichts beizufügen habe. Dagegen haben neue Versuche über Schwefelkohlenstoff, die ich während der Sommerferien vornahm, gezeigt, dass den bisherigen Experimenten mit dieser Substanz ein Fehler anhaftet, nach dessen Eliminirung die Versuche tadellos übereinstimmten und — und dies ist das wichtigste Resultat — nichts mehr von einer Verschiedenheit in der Wirkung des chemisch reinen und des technischen unreinen Schwefelkohlenstoffs erkennen liessen. Auch bei diesen neuen Versuchen bin ich von Herrn Dr. Nakahama unterstützt worden.

Der Fehler der früheren Versuche bestand darin, dass sich in dem blechernen Verbindungsrohr des gläsernen Thierkastens mit dem gläsernen zur Aspirationsgasuhr führenden Rohr allmälig ein feines Leck gebildet hatte, das bewirkte,

dass die aspirirte Luftmenge nicht mehr ganz durch den Kasten hindurch angesaugt wurde, sondern zum Theil direct aus der Zimmerluft hinter dem Kasten entnommen wurde. Da ich die Concentration aus der verdunsteten Schwefelkohlenstoffmenge und dem aspirirten Luftvolum berechnete, so musste ich durch Annahme eines zu grossen Luftwechsels eine zu niedrige Concentration finden. In den ersten Versuchen, die mit möglichst reinem Schwefelkohlenstoff angestellt wurden, war das Leck noch sehr klein, in den späteren mit unreinem schon beträchtlich, es wollte auch später nicht mehr gelingen mit reinstem Schwefelkohlenstoff die ursprünglichen Resultate zu erhalten; diese Thatsache führte nach langen Bemühungen endlich auf die Entdeckung des Fehlers.

Ich entschloss mich nach der Entdeckung des Fehlers und gründlichster Revision des Apparates in allen Theilen zu einer vollkommenen Wiederholung aller Versuche, zehn neue Versuche stets gleichzeitig an 2—3 Thieren angestellt ergaben nun mit Sicherheit eine ganz gleiche Wirkung der verschiedenen untersuchten Schwefelkohlenstoffsorten und eine viel geringere Giftigkeit, als ich ursprünglich gefunden.

Katzen verhalten sich folgendermaassen:

In 8^h bringen Dosen von 1,2—1,5 Milligramm im Liter ausser etwas Mattigkeit keine Erscheinungen hervor, 2,6 Milligramm äussern erst nach 5^h eine deutliche Wirkung, das Thier beginnt zu schwanken, secernirt etwas Speichel, erbricht, nach $7^1/_2{}^h$ ist das Schwanken stärker, das Thier lehnt sich matt an die Wand, etwas später sinkt das Thier zusammen unfähig sich auf den Füssen zu halten. Es treten dann krampfhafte Bewegungen in den Extremitäten, zuweilen in der Rumpfmuskulatur ein — setzt man den Versuch bis zur 9. Stunde fort, so ändert sich nichts wesentliches mehr am Bild, nimmt man dann die Thiere heraus, so machen sie höchst ungeschickte Gehversuche, wobei starke Coordinationsstörungen auffallen, manchmal ist das Thier erst eine Zeit

lang überhaupt nicht mehr im Stande zu gehen, in Seiten- oder Bauchlage werden allerlei uncoordinirte Zeiger- oder Wälzbewegungen ausgeführt, mit denen klonische Zuckungen in verschiedenen Muskelgruppen wechseln. Bei 4—5 Milligramm pro Liter treten die Krampf- und Lähmungssymptome schon nach 3^h auf, bei 7—8 nach 2^h, bei 10—11 schon nach $1^1/_2{}^h$. Junge Thiere werden früher krank als ältere. Dauert bei höheren Dosen die Einwirkung über eine gewisse Zeit (bei 7—8 Milligramm z. B. etwa $4^1/_2{}^h$), so werden die Thiere reflexlos, die Anfangs in unregelmässigen Perioden beschleunigte Respiration wird sehr langsam, schwach, oberflächlich, und wenn man sie jetzt auch herausnimmt, gehen sie doch nach 1—2 Tagen zu Grunde — während sie sich meist in $1—2^h$ vollkommen erholen, wenn man sie in's Freie bringt, nachdem das Convulsions- und Lähmungsstadium erst kurze Zeit gedauert. Die Herzaction ist nur bei den sehr schwer gelähmten Thieren geschwächt.

Bei der Section zeigten sich in den Lungen öfters Hyperaemien und Ecchymosen, die Nieren waren meist stark verfettet namentlich die Rinde, auch die Leber zeigte nicht selten Verfettung. Keine Haemoglobinurie, keine Haematurie beobachtet.

Die Kaninchen zeigen ähnliche Symptome wie die Katzen, doch sind sie weniger empfindlich, die nervösen Erscheinungen sind meist erst angedeutet, wenn sie bei der Katze schon auf der Höhe der Entwickelung sind. Nach 9 stündiger Einwirkung von 2,6 Milligramm im Liter zeigt sich ein Kaninchen noch kaum afficiert, bei 7,5 Milligramm ist es zwar in $3^3/_4{}^h$ in schlaffer Seitenlage, und zeigt auch nach dem Herausnehmen noch eine halbe Stunde lang Andeutungen von Wälzbewegungen, aber es frisst doch schon wieder um diese Zeit und ist rascher wieder hergestellt als die gleichzeitig dem Versuch unterworfenen Katzen.

Nachdem wir uns nun sicher überzeugt hatten, dass in

der That der technische und der reinste Schwefelkohlenstoff auf Thiere gleich wirkten, dass also den Angaben Sapelier's gar nichts Thatsächliches zu Grunde liegt, versuchte ich noch in 4 Experimenten ob der Chlorschwefel, der in der Kautschukfabrikation eine so wichtige Rolle spielt, einen bedeutenden Einfluss auf die Gesundheit ausübe. Man möchte dies glauben, denn derselbe besitzt einen äusserst stechenden widerlichen Geruch; seine relativ geringe Flüchtigkeit scheint aber keine wesentliche Schädigung durch ihn aufkommen zu lassen. Es wurde sowohl, wenn 0,1 als wenn 0,2 Milligramm Chlorschwefel der Luft beigemischt waren (mehr war nicht leicht mit meiner Versuchsanordnung der Luft beizumischen), nur Anfangs leichte Reizsymptome von Seiten der Schleimhäute beobachtet, dann aber 5 resp. 3^h lang keine nennenswerthen Symptome. Auch zwei Versuche mit Schwefelkohlenstoff, denen 10% und 20% Chlorschwefel beigemischt war, ergaben genau die gleichen Symptome wie solche mit reinem Schwefelkohlenstoff von gleicher Concentration.

Ueber Anilin hat Herr von Pettenkofer auch auf Grund unserer Versuche Mittheilungen gemacht; ich bemerke, dass alle qualitativen Angaben unverändert bleiben, dass ich aber bisher nicht im Stande war, die quantitativen Angaben mit dem neu revidierten Apparate zu prüfen — es soll dies sobald als möglich geschehen, für jetzt war es mir durch meine Berufung nach Würzburg unmöglich. Höchst wahrscheinlich sind meine bisherigen quantitativen Angaben mehrfach zu niedrig. Doch wird die grosse Immunität des Kaninchens und die starke Empfindlichkeit der Katze gegen Anilin, auf die ich aufmerksam gemacht, sich auch weiter bestätigen. auch neue subcutane Injectionsversuche ergaben ein solches Resultat.

Inhalt.

Die mit * bezeichneten Vorträge sind ohne Auszug.

Sitzung vom 7. Januar 1888.

Sitzung vom 4. Februar 1888.

Sitzung vom 3. März 1888.

Akademische Buchdruckerei von F. Straub in München.

Sitzungsberichte

der

mathematisch-physikalischen Classe

der

k. b. Akademie der Wissenschaften

zu München.

1888. Heft II.

München.
Verlag der K. Akademie.
1888.

In Commission bei G. Franz.

Sitzungsberichte

der

königl. bayer. Akademie der Wissenschaften.

Oeffentliche Sitzung der königl. Akademie der Wissenschaften

zur Feier des 129. Stiftungstages

am 28. März 1888.

Der Secretär der mathematisch-physikalischen Classe, Herr C. v. Voit, zeigt an, dass im verflossenen Jahre 8 Mitglieder der Classe gestorben sind, nämlich das ausserordentliche Mitglied: Moritz Wagner; ferner die auswärtigen und correspondirenden Mitglieder: Bernhard Studer in Bern, Alexander Ecker in Freiburg, Laurent-Guillaume de Koninck in Lüttich, Julius v. Haast in Christchurch, Gustav Robert Kirchhoff in Berlin, Anton de Bary in Strassburg und Asa Gray in New-York.

Moritz Friedrich Wagner.

Von den einheimischen Mitgliedern der math.-phys. Classe der Akademie ist Moritz Wagner am 30. Mai 1887 nach schweren körperlichen Leiden aus dem Leben geschieden. Der vielseitig gebildete Mann hat sich nicht nur als unternehmender Reisender und gewandter Journalist, sondern auch, besonders in der letzten Zeit seines Lebens, als gelehrter Naturforscher einen weithin bekannten, höchst ge-

achteten Namen erworben. Wagner war nicht ein gewöhnlicher Reisender, der ferne, noch wenig bekannte Länder besuchte und über seine Erlebnisse in fesselnder Darstellung berichtete, er ging vielmehr gründlich vorbereitet, namentlich auch in der Geologie, der Zoologie und der Botanik, an die Durchforschung der von ihm durchwanderten Erdtheile; durch seine scharfe Beobachtungsgabe war er befähigt von der Natur des Landes und der Art seiner Bewohner getreue Schilderungen zu liefern, welche zum Theil allgemeine Bedeutung hatten und selbst die Beachtung der Politiker fanden.

Moritz Wagner wurde zu Bayreuth am 3. Oktober 1813 als Sohn eines Gymnasialprofessors, eines tüchtigen Pädagogen, geboren. Nach der Berufung des Vaters als Rektor an das Gymnasium zu Augsburg besuchte er eine Zeit lang diese Schule, aber allerlei Anlässe bestimmten die Familie, ihn nicht die gelehrte Laufbahn einschlagen zu lassen, sondern ihn dem Kaufmannsstande zuzuführen. So kam Wagner in die Lehre in das grosse Augsburger Bankhaus von Joh. Georg von Halder. Es mag dem lebhaften, aufgeweckten Jünglinge, welcher frühzeitig mit Vorliebe Käfer und Schmetterlinge sammelte und deren Lebensweise mit feinem Sinne erkundete, überhaupt das regste Interesse für die Natur besass, recht schwer angekommen sein, in der Stube über ihm unverständlichen Zahlen zu sitzen, wenigstens wurde mir einmal von einem seiner früheren Principale mitgetheilt, dass Wagner's Neigungen offenbar wo ganz anders waren als in dem Comptoir und dass — etwas Unerhörtes — ein grosser Tintenklex in dem Handlungs-Hauptbuche die einzige sichtbare Erinnerung an sein Martyrium bilde. Die Liebe für die Naturwissenschaft theilte noch ein anderes Mitglied der Rektorsfamilie, denn der ältere Bruder Moritz Wagner's war der berühmte Göttinger Physiologe Rudolph Wagner.

Moritz Wagner hatte von jeher den sehnlichen Wunsch,

fremde Länder und Völker kennen zu lernen; all' sein Dichten und Trachten war mit grosser Energie darauf gerichtet, das vorgesteckte Ziel zu erreichen, denn nachdem er nach kurzer Lehrzeit aus dem Kaufhause ausgetreten war, begab er sich an die Universität Erlangen, woselbst er von 1833—1836 mit Eifer naturwissenschaftliche, besonders zoologische Studien betrieb, um sich für den Beruf, dem er sich widmen wollte, vorzubereiten.

Sein Wunsch sollte bald in Erfüllung gehen. Nach der Rückkunft von der Universität erhielt er von einigen Freunden und Gönnern als Vorschuss die ersten Mittel zu einer Reise nach Nordafrika, die weiteren Kosten hoffte er durch literarische Arbeiten und naturhistorische Sammlungen zu decken. So kam Wagner im Herbst des Jahres 1836 nach Algier, gerade recht um sich der französischen Armee anzuschliessen und der Erstürmung von Constantine beiwohnen zu können. Durch Empfehlungen war es ihm gelungen, einer der französischen Armee beigegebenen wissenschaftlichen Commission zugesellt zu werden, wobei er auch Gelegenheit hatte, die Hauptstadt Ab-del-Kader's zu besuchen und die Provinz Mascara zu bereisen. Seine zum Theil unter erheblichen Beschwerden und Gefahren gesammelten Erfahrungen veröffentlichte er zunächst in lebendig geschriebenen Berichten in der „Allgemeinen Zeitung", welche allseitig die Aufmerksamkeit auf den jungen Reisenden lenkten. Nach dreijährigem Aufenthalte in der Fremde im Jahre 1838 in die Heimath zurückgekehrt, schrieb er sein Buch „Reisen in der Regentschaft Algier", in dem er mannigfache Aufschlüsse über die damals noch wenig bekannten Naturverhältnisse jener Länder, besonders der Fauna der Berberei, brachte.

Da er fühlte, dass ihm tiefere botanische und geognostische Kenntnisse bei seinen Reisen von wesentlichem Nutzen sein würden, so entschloss er sich, nachdem ihn am 4. März 1838 die Universität Erlangen zum Doktor der

Philosophie promovirt hatte, nochmals die Hochschule zu beziehen; er gieng nach Göttingen, woselbst er sich während zweier Jahre (1840 bis 1842) vorzugsweise mit Geologie bei dem damals berühmten Hausmann beschäftigte.

Aber bald sehen wir ihn auf einer zweiten wissenschaftlichen Reise, nach dem Orient, begriffen, für welche er die Unterstützung der Akademie der Wissenschaften zu Berlin gefunden hatte. Er durchzog während dreier Jahre (1842 bis 1845) die Küstenländer des schwarzen Meeres, den Kaukasus, das westliche Persien und Kurdistan, von wo er mit reicher Ausbeute an Beobachtungen und an gesammelten Naturgegenständen zurückkehrte. Die während der folgenden sieben Ruhejahre geschriebenen Werke: „Der Kaukasus und das Land der Kosaken" (1848), „Die Reise nach Kolchis" (1850), „Reise nach dem Ararat und dem Hochlande Armeniens" (1850), Reise nach Persien und dem Lande der Kurden" (1852) enthalten die interessante Beschreibung des von ihm Gesehenen und Erlebten.

Im Jahre 1852 machte er sich zum dritten Male auf den Weg und zwar nach der neuen Welt mit seinem Freunde Karl Scherzer, den er in Meran kennen gelernt hatte. Sie bereisten Canada, die Vereinigten Staaten und vor Allen die Republiken Centralamerika's. Die Reise währte drei Jahre (1852 bis 1855); Wagner studirte dabei besonders die vulkanischen Erscheinungen und die geographische Verbreitung der Organismen. In San Salvador erlebte er das furchtbare Erdbeben, welches die Stadt in einigen Augenblicken in einen Schutthaufen verwandelte und wobei er seine ganze Habe, seine werthvollen Sammlungen und Bücher, einbüsste. Die Resultate dieser Reise sind in den „Reisen in Nordamerika (1854)" und „die Republik Costa Rica (1856)" niedergelegt.

Und noch ein Mal sollte Wagner eine Fahrt über das

Meer antreten; der für die Wissenschaft begeisterte und sie mit seltener Munificenz unterstützende König Max II. von Bayern gab ihm die Mittel zur Erforschung der bis dahin ganz unbekannten Gebirge von Panama und der Andengebiete von Ecuador (1857 bis 1859). Wagner gab dadurch wichtige Aufschlüsse über die geographischen Verhältnisse von Mittelamerika, er machte auf Anregung von Alexander von Humboldt geologische Beobachtungen an den Vulkanen und Andesitkegeln, und brachte reiche Erfahrungen und Sammlungen an Pflanzen und Thieren mit. Die hauptsächlichen Ergebnisse seiner äusserst mühseligen, mit grosser Thatkraft durchgeführten Wanderungen finden sich in dem bedeutsamen Werke „naturwissenschaftliche Reisen im tropischen Amerika (1870)“. Eine gesondert erschienene zoologische Abhandlung: „über die hydrographischen Verhältnisse und das Vorkommen der Süsswasserfische in den Staaten Panama und Ecuador (1864)“ bespricht die eigenthümliche Vertheilung dieser Thiere in den Flüssen jener Gegenden.

Nach der Rückkehr von dieser vierten und letzten grösseren Reise verblieb Wagner bis zu seinem Lebensende in München. Er wurde zum Honorarprofessor der Länder- und Völkerkunde an der Universität und zum Conservator der ethnographischen Sammlung des Staates ernannt, seit 1862 gehörte er als Mitglied unserer Akademie an. Dadurch gewann er die Musse zu wissenschaftlicher Beschäftigung und zu weiterer Verwerthung der gemachten Erfahrungen. Nachdem er vorher durch seine Reisen besonders die Erdkunde erweitert hatte, betheiligte er sich nun an der Lösung einer nicht nur die Fachgelehrten, sondern auch alle gebildeten Kreise interessirenden Frage.

Bei seinen Reisen war ihm nämlich die besondere Verbreitung der thierischen und pflanzlichen Organismen aufgefallen. Schon der Kaukasus bot ihm an seinen beiden Abdachungen Gelegenheit zu Wahrnehmungen über den

trennenden Einfluss hoher Gebirgskämme für viele schwerer bewegliche Organismen; vorzüglich beobachtete er aber solche Verschiedenheiten an den beiden Abhängen der Cordilleren und der Anden, sowie auch an Wüstenrändern, Meeresarmen und breiten Strömen; je abgeschlossener ein Flussgebiet und je schwerer übersteiglich die Scheidewand zwischen ihm und angrenzenden Flussgebieten sich zeigt, desto eigenthümlicher waren die darin vorhandenen Thierarten ausgeprägt. Manche sind an diesen Vorkommnissen vorübergegangen, ohne sie zu bemerken oder ohne Schlüsse daraus zu ziehen; dazu gehörte eine reiche Kenntniss der Formen der Thiere und Pflanzen, eine feine Beobachtungs- und Combinationsgabe, wie sie Wagner eigen war. Er kam dadurch zu seiner bedeutsamsten Leistung in der Naturwissenschaft, zu der Anschauung über die Ursache der Entstehung der mannigfaltigen Arten, welche er das „Sonderungs- oder Migrationsgesetz der Organismen" nannte und der Lehre von der Zuchtwahl oder der Selektionstheorie Darwin's entgegenstellte.

Niemand, der die Thatsachen kennt, wird heut' zu Tage die Berechtigung der Ansicht oder Theorie bestreiten, dass im Laufe der Zeiten eine allmähliche Umwandlung und Entwicklung der Organisation aus niederen zu höheren Formen und so die Entstehung neuer Arten stattgefunden hat. Diese Lehre, die Descendenz- oder Transmutationstheorie, ist bekanntlich schon seit längerer Zeit und öfter ausgesprochen worden. Die Frage für die Naturforschung ist aber die, durch welche Ursache diese allmähliche Entwicklung bewirkt wird. Darwin hat zuerst in einem geistreichen Versuch der Erklärung, gestützt auf viele Beobachtungen, die Veränderung durch die natürliche Zuchtwahl und durch den Kampf um's Dasein aufgestellt. Wagner verwarf, auf Grund seiner Erfahrungen über die Verbreitung der Organismen, die Erklärung der Entstehung neuer Formen in dem gleichen Verbreitungsbezirke durch die Auslese be-

günstigter Individuen und durch die Bevorzugung nützlicher Eigenschaften, weil ihr nach seiner Ansicht die freie Kreuzung entgegenwirke und dadurch die entstehenden Varietäten nach einigen Generationen wieder vernichtet würden. Er lässt vielmehr neue Formen entstehen durch die räumliche Separation oder durch die geographische Isolirung einzelner Individuen von dem Standorte der Stammart, wobei sich die Tendenz zur Variation entschiedener geltend mache.

Man muss gestehen, dass die Darlegungen Wagner's die höchste Beachtung verdienen und vielseitig auch gefunden haben, selbst von Seiten Darwin's. Eine spätere Zeit wird entscheiden, welche Ursache vor Allen wirksam ist und welche Theorie ihr am nächsten gekommen ist, die von Darwin oder die von Wagner oder die neuere, viel verheissende mechanisch-physiologische Theorie der Abstammungslehre Nägeli's, oder eine andere. Die beiden letzteren Forscher haben wenigstens gezeigt, dass für die Entstehung der Arten noch andere Ursachen möglich und denkbar sind als die von Darwin angegebene. Wagner wird seinen Antheil an der Lösung der wichtigen Frage, wie die Antwort auch ausfallen möge, behalten.

Nach Herausgabe seiner Schrift: „Die Darwin'sche Theorie und das Migrationsgesetz der Organismen (1868)" widmete er, obwohl kränklich und durch einen im Jahre 1870 erlittenen Bruch des Oberschenkelbeins genöthigt, mühsam an Krücken zu gehen, seine ganze Zeit der Ausbildung seiner Migrationstheorie, für die er emsig nach immer neuen Belegen suchte. Sein letztes Werk, eine Zusammenfassung dieser Theorie, hat er nicht mehr vollenden können; es sind jedoch einige Theile beendet und viele Aufzeichnungen vorhanden, welche auf den Wunsch von Moritz Wagner sein Neffe Dr. M. Wagner in Baden in der Schweiz veröffentlichen wird.

Die ihm unterstellte ethnographische Sammlung hat er,

Dank seiner ausgebreiteten Bekanntschaft, mit werthvollen Gegenständen zu bereichern gewusst; seine Bücher hinterliess er dem Museum zum Andenken; die reichen von seinen Reisen mitgebrachten Sammlungen befinden sich in den Museen von München, Wien und Paris.

Wagner war lebendigen Geistes, unabhängigen Sinnes, voll regsten Interesses für die Fortschritte der Wissenschaft und für die Zeitereignisse; er war auch ein aufopfernder Freund, und in seltenem Grade mildthätig und menschenfreundlich gegen die Armen. Seine Verdienste um die Wissenschaft werden noch in späteren Zeiten Anerkennung finden, wahrscheinlich in höherem Grade als während seines Lebens[1]).

Bernhard Studer.

Bernhard Studer ist am 2. Mai 1887 im 93. Lebensjahre in Bern gestorben. Mit ihm ist der letzte der berühmten schweizerischen Naturforscher, welchen wir vor Allem die Kenntniss der Erdrinde ihres schönen Vaterlandes verdanken, aus dem Leben geschieden, nachdem ihm seine Freunde und Mitarbeiter Arnold Escher, Heer und Merian vorausgegangen sind.

Studer hatte sich durch beharrlichen Fleiss ein ungewöhnlich umfangreiches Wissen in der Geologie und einen weiten Ueberblick auf diesem Gebiete erworben, wodurch er die Fähigkeit erlangt hatte, viele neue Thatsachen über die Gliederung der Alpen aufzufinden und dadurch den höchst verwickelten Bau derselben zu entwirren.

Er war geboren am 21. August 1794 zu Büren im Kanton Bern, als Kind einer angesehenen altbernischen Familie, deren Glieder sich schon vielfach um ihre Vater-

1) Mit Benützung der Nekrolge von Sigmund Günther (Neueste Nachrichten 8. und 13. Juli 1887); und von Karl v. Scherzer (Beilage zur Allgemeinen Zeitung 1888 Nro. 6. 7. 8. 9.).

stadt verdient gemacht hatten. Anfangs widmete er sich, wie schon Andere aus seinem Hause, der Theologie; aber nach bestandenem theologischen Examen gab er sich mit allem Eifer mathematischen und naturwissenschaftlichen Studien hin, zu welchem Zwecke er die Hochschulen zu Göttingen, Freiberg, Berlin und Paris besuchte.

Nach der Rückkehr von seiner Studienreise wurde er alsbald (1816) als Lehrer der Mathematik und Physik an der damaligen Akademie in Bern, und nachdem im Jahre 1834 dieselbe zur Universität erhoben worden war, als Professor der Mineralogie und Geologie sowie auch als Lehrer der Mathematik am oberen Gymnasium angestellt, in welcher Stellung er sein Leben über verblieb.

Studer widmete seine ganze Zeit dem Lehramte und der Wissenschaft und blieb absichtlich dem politischen Getriebe fern; er bekleidete nur während kürzerer Zeit die Stelle eines Vorstehers der vortrefflichen städtischen Realschule und war auch Mitglied des Schulrathes für das eidgenössische Polytechnikum.

Er war ein ausgezeichneter Lehrer mit lebendigem, klarem und geistvollem Vortrage, durch welchen er seinen Schülern nicht nur Kenntnisse, sondern auch Liebe zur Wissenschaft beibrachte; seine Vorlesungen wurden deshalb als allgemein bildende betrachtet und auch von Theologen und Medizinern gehört. Er verfasste über mehrere der von ihm gehaltenen Vorlesungen treffliche Lehrbücher, so das Lehrbuch der mathematischen Geographie (1836), das bekannte Lehrbuch der physikalischen Geographie und Geologie (1844—1847) und die Einleitung in das Studium der Physik (1859).

Der Schwerpunkt der Leistungen Studers lag jedoch in der Förderung der Wissenschaft; man kann mit vollem Rechte sagen, dass er der Schöpfer der heutigen Geologie der Schweiz war. Er ist dies geworden durch eigene Kraft, denn

er hat keiner geologischen Schule angehört. Sein ausschliessliches Interesse widmete er den Schweizer Alpen, wofür er als Vorgänger nur die Voyages dans les Alpes von Saussure und die Arbeiten von Conrad Escher von der Linth und Leopold von Buch hatte.

Auf zahlreichen Exkursionen in die Alpen, aber auch in die übrigen mineralogisch und geologisch bedeutsamen Theile Europas sammelte er sein kolossales Material an und erhellte er mit Ueberwindung der grössten Schwierigkeiten die vordem so dunkle Struktur der Alpen; alle Geologen der Schweiz begeisterte er zu gemeinsamer Arbeit an der grossen Aufgabe und selten werden sich wohl so viele ausgezeichnete Männer zu gleich gerichteter Thätigkeit zusammenfinden. Lange Zeit waren dadurch die jährlichen Versammlungen der schweizerischen naturforschenden Gesellschaft der Sammelpunkt auch für die ausländischen Geologen geworden.

In seinem 31. Lebensjahre (1825) veröffentlichte Studer seine berühmte Monographie über die Molasse, voll der wichtigsten Beobachtungen, durch welche er sich alsbald an die Spitze der schweizerischen Geologen setzte. Später erschienen von ihm die Geologie der westlichen Schweizeralpen (1834), dann die Abhandlung über die Gebirgsmasse von Davos (1837), in Gemeinschaft mit Arnold Escher die Geologie von Mittelbündten (1839), die Abhandlung: zur geologischen Karte der Alpen zwischen dem Thuner- und Luzernersee (1839) und die über das krystallinische Gebiet zwischen Gotthard und Simplon.

Diesen Abhandlungen waren nicht nur Profilzeichnungen, sondern zum ersten Male auch geologische Karten beigegeben, woraus sich das Hauptwerk Studers, die geologische Karte der Schweiz entwickelte. Er verband sich zu dem wahrhaft grossartigen Unternehmen mit Arnold Escher; die beiden konnten nach eingehenden Arbeiten im Jahre 1853 die erste genaue geognostische Karte der Schweiz auf der zu diesem

Zweck von F. M. Ziegler im Massstab von 1 : 380000 entworfenen Karte herausgeben, wofür Studer den Text: die Geologie der Schweiz (1851—1853 in 2 Bänden) lieferte.

Als jedoch später (1842) die ersten Blätter der grossen, von der Eidgenossenschaft auf Empfehlung der naturforschenden Gesellschaft unternommenen Dufour'schen Karte, im Massstabe von 1 : 100000, erschienen waren, wurde diese als Grundlage für die geognostische Darstellung der Schweiz benützt. Unter der Leitung Studers trat zu diesem Zwecke mit Unterstützung der Eidgenossenschaft eine Commission der Geologen der Schweiz zusammen, durch welche im Jahre 1862 die erste Karte ausgegeben werden konnte. Studer erlebte den Schluss die Arbeit nicht mehr, aber das letzte der 25 Blätter, mit 27 Quartbänden an Text und Beilagen, war bei seinem Tode der Vollendung nahe. So hat Studer durch seine Vorarbeiten mit Arnold Escher ein geistiges Andenken hinterlassen, auf das die Schweiz stets mit gerechtem Stolz blicken wird.

Der thätige Mann schloss damit seine Arbeit nicht ab; es erschienen von ihm noch die Geschichte der physischen Geographie der Schweiz (1863), die Abhandlung über den Ursprung der Schweizer Seen (1864), der Index der Petrographie und Stratigraphie, eine alphabetisch geordnete Uebersicht über den Hauptinhalt der Geologie (1872) und eine Abhandlung zur Geologie der Berner Alpen (1886).

Als er im hohen Alter durch Augenschwäche genöthigt war seine Studien einzuschränken, suchte er sich durch Reisen und Aufsuchen seiner Freunde geistig rüstig zu erhalten. Noch nach zurückgelegtem 90. Lebensjahre bestieg er den Rigi und wanderte über hohe Gebirgspässe. Er ging ohne längere Krankheit und ohne Schmerzen aus diesem Leben. Der um die Wissenschaft in so hohem Grade verdiente energische, aber trotzdem überaus einfache Mann

wurde in aller Stille, wenig beachtet in unserer rasch lebigen Zeit, zu Grabe getragen.[1])

Alexander Ecker,

Professor der Anatomie und vergleichenden Anatomie in Freiburg, hat sich, wenn er auch der Wissenschaft keine neuen Bahnen eröffnete und keine glänzende Entdeckung sich an seinen Namen knüpfte, doch durch zahlreiche Arbeiten auf dem Gebiete der Morphologie der thierischen Organismen und in letzter Zeit insbesondere der Anthropologie, einen höchst geachteten Namen und den Ruf eines äusserst zuverlässigen Beobachters erworben. Seine Entwicklung fiel noch in die glückliche Zeit, in welcher es für einen Mann möglich war, die Formen der thierischen Organisation und die physiologischen, sowie pathologischen Vorgänge an denselben zu umfassen, und in der die eben von Schwann in der Histologie und von Joh. Müller in der Physiologie gewiesenen Wege reiche Ausbeute gaben.

Ecker wurde geboren am 10. Juli 1816 in Freiburg im Breisgau als Sohn des Professors für Chirurgie und Geburtshilfe an der dortigen Universität, Alexander Ecker. Der letztere stammte aus Böhmen und hatte sich, obwohl er lange Zeit als Chirurg im Kriegslager war, doch eine ungewöhnliche allgemeine Bildung erworben, so dass er noch in hohen Jahren in den Classikern Erholung von schweren Berufsgeschäften suchte; er war von 1797—1829 Professor in Freiburg und genoss dort als gelehrter Arzt und als anregender Lehrer ein grosses Vertrauen.

Nachdem der junge Alexander Ecker das Gymnasium absolvirt hatte, kam er mit 15 Jahren an die Universität Freiburg, wo er zuerst philosophische und naturwissenschaft-

1) Mit Benützung der Nekrologe von L. Rütimeyer, Neues Jahrbuch für Mineralogie, Geologie und Paläontologie 1887. Bd. 2. S. 1; und Leopoldina 1887, Nro. 11 u. 12. S. 112.

liche Studien betrieb und dann zur Medizin überging. Es erschien ihm die Wahl dieses Berufes selbstverständlich zu sein und in der That, wenn man bedenkt, dass der Grossvater und der Vater sowie noch mehrere Glieder der Familie Aerzte waren und im elterlichen Hause viel von Medizin die Rede war, so war sein Entschluss ein sehr natürlicher.

Aber es ging ihm wie schon Vielen, welche später aus der Medizin heraus hervorragende Naturforscher geworden sind, die eigentliche Heilkunde zog ihn nicht an, sondern die Naturwissenschaften, besonders die Formenlehre der Thierwelt und des Menschen. Diese Neigung wurde wohl zum Theil wachgerufen durch den Verkehr mit Alexander Braun und Louis Agassiz, welche als junge aufstrebende Naturforscher in sein elterliches Haus kamen, dann auch durch die Bekanntschaft mit Lorenz Oken, der ein alter Freund der Familie war, und dessen biographische Skizze Ecker später (1880) herausgab, sowie durch die emsige Lektüre der Schriften von Blumenbach, besonders der Knochenlehre und des Handbuches der vergleichenden Anatomie, die er in der Bibliothek seines Vaters fand; durch sie wurde damals schon der Grund zu seiner späteren Vorliebe für die Anthropologie gelegt.

Im Jahre 1835 bezog er die Universität Heidelberg, wo er bei Th. Bischoff, der sich vor Kurzem daselbst habilitirt hatte, die Vorlesung über pathologische Anatomie hörte; dieselbe, in der von Joh. Müller begründeten Auffassung als eine Anatomie und Physiologie des kranken Organismus gehalten, führte ihn in dieses Fach ein, für das er längere Zeit eine besondere Neigung behielt.

Nachdem er im Jahre 1837 das Staatsexamen bestanden und den Doktorgrad erlangt hatte, machte er die für junge Aerzte damals übliche Studienreise, um grössere Spitäler zu sehen; sie führte ihn nach Paris, London, Dublin, Edinburg und über Holland nach Wien. Ecker hat es später öfter

bereut damals nicht zu Joh. Müller nach Berlin gegangen zu sein. In Wien hörte er Rokitansky und Scoda, die ihm neue Begriffe von der Aufgabe der Medizin beibrachten; bei Ersterem machte er eine Arbeit „Beschreibung einiger Fälle von anomaler Communikation der Herzvorhöfe“, welche er später pro venia legendi (1839) vorlegte;[1]) durch Berres, der durch die Herstellung von trefflichen Wachsinjektionen der Blutgefässe sich bekannt gemacht hat, wurde er in die Mikroscopie eingeführt.

Nach Freiburg zurückgekehrt habilitirte er sich (1839) und las über pathologische Anatomie; auch übte er anfangs die ärztliche Praxis aus, gab sie aber auf, als er die Stelle eines Prosektors bei dem eben berufenen vortrefflichen Anatomen J. Arnold erhielt. Zugleich fing er an eifrig mikroscopisch zu arbeiten, mit einem Instrumente, das er in Wien von Plössl erworben hatte.

Im Jahre 1841 wurde er als Prosektor nach Heidelberg an Kobelts Stelle versetzt, wo Tiedemann sein Vorgesetzter war. Er traf dorten noch Bischoff, dessen Zimmer an das seinige stiess; letzterer war gerade eifrig mit der Entwicklungsgeschichte des Hundes beschäftigt und es war Ecker von besonderem Nutzen durch diesen Meister in die Entwicklungsgeschichte eingeweiht zu werden. Ecker hielt Vorlesungen über anatomische Fächer und war auch wissenschaftlich thätig; er schrieb „physiologische Untersuchungen über die Bewegungen des Gehirns und Rückenmarks und den Einfluss der Cerebrospinalflüssigkeit auf dieselben (1843)“ und über die unter dem Namen Lippenkrebs zusammengefassten Geschwülste, wobei er zuerst eine aus Epithelgebilden bestehende Form unterschied (1844).

Nach $3^1/_2$ jährigem Aufenthalt in Heidelberg erhielt er

1) Rokitansky's letzte wissenschaftliche Arbeit beschäftigte sich viele Jahre später mit dem gleichen Thema.

(1844) einen Ruf als Professor der Anatomie und Physiologie nach Basel, wo er mit einer grossen Anzahl später zu den ersten in ihrem Fache zählender junger Gelehrten zusammentraf. Anfangs mit der Histologie der Blutgefässdrüsen, namentlich dem feineren Bau der Nebennieren (1846), beschäftigt, kam er später durch einen glücklichen Umstand auf zootomische Studien, nämlich durch den Einfluss C. Th. v. Siebold's, welcher 1845 von Erlangen nach Freiburg als Professor der Zoologie, vergleichenden Anatomie und Physiologie berufen worden war; die beiden Collegen besuchten sich häufig, lernten sich gegenseitig schätzen und giengen auch (1847) zur Untersuchung niederer Seethiere mit einander nach Triest.

Mehrere Abhandlungen über die Structur niederer Thiere z. B. die zur Lehre vom Bau und Leben der contractilen Substanz der niedersten Thiere (1848), die Beobachtungen über die Entwicklung der Nerven des elektrischen Organs von Torpedo Galvanii, zur Entwicklungsgeschichte der Infusorien etc. sind Früchte dieses Lebensabschnittes.

Im Jahre 1850 wurde Ecker als Nachfolger des nach Breslau abgegangenen Siebold zum Professor der Zoologie, vergleichenden Anatomie und Physiologie in seiner Vaterstadt Freiburg ernannt, wo er zunächst die zootomische und physiologische Sammlung in einen würdigen Zustand brachte. Später (1857) wurde ihm, nachdem er einen Ruf nach Giessen als Professor der Anatomie und Physiologie an Bischoff's Stelle abgelehnt hatte, nach Kobelt's Tode die Professur für Anatomie und vergleichende Anatomie übertragen, wie es schon längst sein Wunsch war. Nun konnte er sich ausschliesslich morphologischen Arbeiten widmen, wobei die Studien in der vergleichenden Anthropotomie und Rassenanatomie immer mehr in den Vordengrund traten. Es wurde die Sammlung der Rassenschädel geordnet und erweitert; dann das neue höchst gelungene Anatomiegebäude errichtet

(1867) und darin die von ihm (1857) gegründete anthropologische Sammlung, sowie die Sammlung für Urgeschichte und Ethnographie aufgestellt. Es verdienen ferner die Bemühungen Ecker's grosse Anerkennung durch die Hand eines geschickten Modelleurs, des später wegen dieser Verdienste zum Doktor ernannten Herrn Ziegler, plastische Darstellungen in Wachs über zahlreiche Vorgänge der Entwicklung von Pflanzen und Thieren in's Leben gerufen zu haben, deren Nutzen für die Belehrung über so schwierige und zarte Objekte ihnen eine weite Verbreitung verschafft hat.

Die wissenschaftlichen Arbeiten Ecker's waren nach dem dargelegten Entwicklungsgang fast ausschliesslich morphologischer Natur, eigentlich physiologische im strengen Sinn des Wortes hat er kaum geliefert. Es sind grösstentheils kleine aber werthvolle Abhandlungen, die sich in Müller's Archiv, im Archiv f. physiologische Heilkunde, in der Zeitschrift für rationelle Medizin, in den Berichten der naturforsch. Gesellschaften zu Basel und Freiburg, und in dem Archiv für Anthropologie finden. Besonders zu erwähnen sind hier noch einige grössere Unternehmungen und Schriften. Zunächst die Icones physiologicae, Erläuterungstafeln zur Physiologie und Entwicklungsgeschichte, welche Rud. Wagner in erster Auflage herausgegeben, Ecker aber in zweiter Auflage vollständig neu und original (von 1851—1854) bearbeitet hat. Diese 31, auch in höchster technischer Vollkommenheit die feineren anatomischen Grundlagen aller physiologischen Lehren darstellenden und umfassenden Tafeln enthalten einen Schatz selbständiger zu jeder Tafel gemachter vortrefflicher Untersuchungen, besonders auch für die Entwicklungsgeschichte der verschiedenen Organe des menschlichen Körpers, in kürzester Darstellung, aus dem mancher Andere ganze Bände von Monographien und Aufsätzen gemacht haben würde. Ecker hat ferner eine „Anatomie des Frosches“ (in drei Abtheil-

ungen 1864—82), dieses Märtyrers der Wissenschaft, herausgegeben, welche für die experimentirende Physiologie von grossem Werth ist.

In den fünfziger Jahren wurde in Folge der begeisterten Aufnahme der Lehre Darwin's, sowie in Folge der Entdeckung der Pfahlbauten durch Ferdinand Keller auch in Deutschland das Interesse für die durch Blumenbach begründete Anthropologie als Naturgeschichte und Urgeschichte des Menschen wieder lebendig und es zeigte sich für die überall erwachende Thätigkeit das Bedürfniss nach einem besonderen Organ für diesen Zweig der Wissenschaft; Niemand war geeigneter dazu als Ecker, der 1865 das Archiv für Anthropologie begründete und mit Lindenschmitt seitdem herausgab, auch an der Spitze der Deutschen anthropologischen Gesellschaft stand. In diesem Archiv hat Ecker die Mehrzahl seiner mannigfaltigen anthropologischen Arbeiten veröffentlicht; seine bedeutendste Leistung auf diesem Gebiete waren die „Crania Germaniae meridionalis occidentalis" (1865), durch die er die Schädel aus den fränkisch-alemanischen Reihengräbern sowohl von denen aus den älteren süddeutschen Grabhügeln als auch von denen der jüngeren Bevölkerung scharf trennte und sie mit den Schädeln moderner Nordgermanen in Beziehung brachte.

Am 26. Juli 1881 erlitt Ecker, nachdem er bis dahin kaum eine Beschwerde des Alters empfunden und in ungeschwächter Kraft seine Arbeit gethan hatte, einen Schlaganfall, der ihn dauernd linkseitig lähmte. Er bezeichnete diesen Tag als seinen Todestag, obwohl er noch im Stande war geistig thätig zu sein. Am 20. Mai 1887 erlag er einem erneuten Anfalle im 71. Lebensjahre.

Ecker stand nicht nur durch seine wissenschaftlichen Leistungen bei den Fachgenossen in höchster Achtung, er war auch wegen seiner gewinnenden Liebenswürdigkeit und

seiner nur dem Guten zugewandten vortrefflichen Charaktereigenschaften allgemein verehrt[1]).

Laurent Guillaume De Koninck,

Professor an der Universität zu Lüttich, ist am 15. Juli 1887 zu Lüttich gestorben. Er hat sich durch ausgezeichnete Arbeiten auf dem Gebiete der Paläontologie, besonders durch die Beschreibung der Fossilien in der Kohlenformation seines Heimathlandes einen angesehenen Namen erworben.

Er wurde geboren am 3. Mai 1809 zu Löwen. Nachdem er zu Mecheln und zu Löwen seine humanistischen Studien gemacht hatte, kam er, namentlich in Mathematik und der Naturgeschichte wohl vorbereitet, 1828 auf die Universität zu Löwen, welche er noch sehr jung mit dem Diplom eines Candidaten der mathematischen und physikalischen Wissenschaften, und mit dem eines Doktors der Medizin, Geburtshilfe und Pharmazie (1833) verliess; auch hatte er einmal in Folge einer öffentlichen Bewerbung als Vorbereiter für Chemie an der Universität gewirkt.

Er übte darnach kurze Zeit die medizinische Praxis zu Löwen aus, und versah auch die Funktion eines Armenarztes in einem Kirchspiel daselbst. Diese Thätigkeit scheint ihn jedoch nicht befriedigt zu haben, denn wir sehen ihn während der Jahre 1834 und 1835 mit Unterstützung der Regierung auf einer wissenschaftlichen Reise ins Ausland, durch welche er sich vorzüglich in der Chemie auszubilden suchte, denn er arbeitete in den Laboratorien von Gay-Lussac und Thénard zu Paris, von Mitscherlich zu Berlin und von Liebig in Giessen.

Bei der Reorganisation des höheren Unterrichts in

---

1) Mit Benützung der Selbstbiographie von Alexander Ecker, hundert Jahre einer Freiburger Professoren-Familie (1773—1881) 1886 und Leopoldina 1887 Heft 23 Nro. 11 u. 12. S. 113.

Belgien wurde De Koninck 1835 zum Hilfslehrer für gewerbliche Chemie an der Universität zu Gent ernannt; im folgenden Jahre wurde er auf sein Ansuchen hin an die Universität Lüttich als Hilfslehrer für organische Chemie, welche damals in Belgien noch wenig betrieben wurde, versetzt. 1838 erhielt er den Titel eines ausserordentlichen Professors; er las eine Zeit lang über allgemeine unorganische und organische Chemie, später gab er den unorganischen Theil ab und übernahm statt dessen den organischen Theil der gewerblichen Chemie. Er hat das Verdienst zuerst in den chemischen Unterricht in Belgien die jetzt allgemein gültige unitäre Anschauung von der Constitution der chemischen Verbindungen eingeführt zu haben.

Koninck hatte sich mittlerweile in seinen wissenschaftlichen Arbeiten den naturwissenschaftlichen Fächern, besonders der Paläontologie, zugewandt; in Folge davon erhielt er 1847 auch den Unterricht in der letzteren Wissenschaft. Aber erst 1856 wurde er zum ordentlichen Professor dieses Faches ernannt; im Jahre 1876 erfolgte seine Emeritirung als Professor, bei welcher Gelegenheit ihm die Schüler und Freunde zum Zeichen ihrer Verehrung seine Marmorbüste übergaben.

Diese lange Laufbahn Konincks war bis in die letzten Lebenstage der wissenschaftlichen Arbeit gewidmet. Seine ersten Publikationen beschäftigten sich mit der Chemie, besonders der organischen. Er gab ein Verfahren der Darstellung von Salicin an; mit Stas entdeckte er in der Rinde der Wurzeln des Apfelbaums das Phloridzin, in dem er einen Ersatz für das Chinin als Fiebermittel gefunden zu haben glaubte, während wir durch neuere Versuche wissen, dass es die merkwürdige Wirkung besitzt den Harn reich an Zucker zu machen; er schrieb ferner über das Populin, über das Kaliumsulfocarbamylat, über die Färberröthe, über die Anwendung von Zinkgefässen in der Haushaltung und ihre Gefahren für die Gesundheit, über das Wasser des artesischen

Brunnens zu Ostende. Er hat ausserdem vortreffliche Hilfsbücher für den chemischen Unterricht geschrieben, die Elemente der unorganischen Chemie (1839), den Abriss der Typentheorie (1865) und die Wandtafeln der vorzüglichsten Serien der organischen Verbindungen (1867).

Von weitaus grösserer Bedeutung waren jedoch seine Untersuchungen auf dem Gebiete der Paläontologie, welche seinen Namen berühmt machten und die Entwicklung dieser Wissenschaft in Belgien wesentlich förderten. Es sollen hier nur die hauptsächlichsten derselben erwähnt werden. Er eröffnete sie (1837) mit der Beschreibung der fossilen Muscheln in dem Thon von Baseele, Boom, Schelle etc.; von da an wurde das Studium der in der Erde verborgenen Thierreste vergangener Zeiten seine Lieblingsbeschäftigung. Von 1842—1851 erschien sein grosses, ausgezeichnetes Werk der Beschreibung der fossilen Thiere der Kohlenformation Belgiens; er lieferte darin die genaue Darstellung von 434 Arten, von denen fast die Hälfte neu war. In Folge davon wurden seinem Urtheile die auf Spitzbergen und in China gefundenen Fossilien unterbreitet, die er beschrieb; durch letztere erwies er das Vorkommen einer Devonformation in China.

Es folgten Monographien über die zu den Brachiopoden gehörigen Gattungen Productus und Chonetes. 1855 gab er mit H. Lehon die Untersuchungen über die Crinoideen der Kohlenformation Belgiens, worin sie eine neue Nomenklatur dieser Echinodermen vorschlugen, später die über einige Crinoideen Englands heraus. Im Jahre 1863 erschien von Koninck in den Schriften der Londoner geologischen Gesellschaft die Beschreibung der von Dr. Fleming aus Edinburg in Indien gefundenen Fossilien. Im Jahre 1871 legte er der Akademie den ersten Theil seiner neuen Untersuchungen über die fossilen Thiere der Carbonformation Belgiens, die Be-

schreibung der Polypen enthaltend, und 2 Jahre darauf den zweiten Theil dieser Untersuchungen, mit der Monographie der Fossilien der Steinkohlenlager von Bleiberg in Kärnthen vor. Dann kamen die Untersuchungen über die paläozoischen Fossilien von Neusüdwales in Australien, welche Clarke dorten gesammelt und ihm zur Bearbeitung übergeben hatte.

In den letzten Jahren seines Lebens endlich begann er eine grossartige Arbeit, die Herausgabe der Fauna des Kohlenkalks von Belgien in den Annalen des Museums zu Brüssel; fünf Bände derselben, die Fische, Cephalopoden, Gastropoden und Lamellibranchier enthaltend, konnte er noch vollenden, die Beschreibung der Brachiopoden hat er druckfertig hinterlassen.

Dass so grosse Verdienste vielerlei Auszeichnungen fanden, kann nicht Wunder nehmen. Schon 1836 im Alter von 27 Jahren wurde er zum correspondirenden Mitglied der belgischen Akademie der Wissenschaften erwählt, 1842 zum ordentlichen Mitglied; er war Ehrenmitglied der belgischen Akademie der Medizin und erster Präsident der geologischen Gesellschaft in Belgien. Die geologische Gesellschaft zu London erkannte ihm 1853 den Wollastonpreis und 1875 die goldene Wollastonmedaille zu. Im Jahre 1882 erhielt er von der belgischen Akademie den Preis für die beste Arbeit in den Naturwissenschaften in den letzten 5 Jahren, für welche er schon im Jahre 1852 und 1857 vorgeschlagen war. Als Dank für die Beschreibung der Fossilien von Neusüdwales und die Dienste, die er damit der Naturgeschichte dieser Kolonie erwiesen hatte, übersandte ihm die k. Gesellschaft dieses Landes die zu Ehren von Clarke gegründete Medaille. Die Universität Giessen machte ihn 1848 zum Ehrendoktor und die von Würzburg 1865 zum Doktor der Philosophie. Viele Akademieen und wissenschaftliche Gesellschaften hatten ihn

zu ihrem Mitgliede erwählt. Man wird seiner Verdienste um die Wissenschaft namentlich in seinem Vaterlande, noch lange gedenken[1]).

Julius von Haast.

Sir Julius von Haast war kaiserlich deutscher Consul zu Christchurch in Neuseeland, Professor der Geologie an der Universität, sowie Gründer und Direktor des naturhistorischen Museums daselbst.

Er gehörte zu denjenigen Deutschen, welche, ohne ihren deutschen Sinn abzulegen, in der Fremde eine neue Heimath gefunden und es daselbst durch hervorragende Leistungen zum höchsten Ansehen gebracht haben. Er hat sich durch seine mit bewundernswürdiger Energie betriebenen Erforschung von Neuseeland die grössten Verdienste zunächst um die Geographie und Geognosie dieser merkwürdigen Insel, dann aber auch um die Zoologie, Botanik, die Anthropologie und Paläontologie erworben.

Julius Haast wurde am 1. Mai 1822 zu Bonn als der Sohn eines Lotterieeinnehmers geboren. Von dem Vater für den Kaufmannsstand bestimmt, ermöglichte es der aufgeweckte Jüngling an der Universität seiner Vaterstadt Vorlesungen zu hören, namentlich über Geologie bei dem Bergrathe Nöggerath, zu dem er auch in persönlichen Verkehr getreten war. Reisen nach Frankreich, die Schweiz und Oesterreich gaben ihm weitere Anregungen für die Naturwissenschaften.

Durch einen Zufall erhielt sein Geschick eine sein ganzes Leben bestimmende Wendung. Eine englische Auswanderungsgesellschaft suchte die Auswanderung nach Neuseeland

1) Mit Benützung der Nekrologe von M. Dewalque, Revue universelle des Mines; von Alphonse Le Roy, Compte rendu des fêtes jubilaires de l'université de Liége, 3. Nov. 1867; Journal de Liége, 19. Juli 1887.

anzuregen und hatte zu dem Zweck eine Schrift erscheinen lassen, welche Haast in ihrem Auftrage aus dem Englischen ins Deutsche übersetzte. So kam letzterer in Beziehungen zu jener Gesellschaft, die ihn bestimmte, Neuseeland zu besuchen und darüber einen Bericht zu liefern.

Am 22. Dezember 1858 kam Haast ohne Bekannte und ohne Mittel auf der nördlichen Insel Neu-Seelands in Auckland an und einen Tag darauf fuhr die auf der Rückkehr von der Weltumsegelung begriffene österreichische Fregatte Novara in den Hafen von Auckland ein. Als die dortige Regierung vernahm, dass auf der Novara ein Geologe, Ferdinand Hochstetter, sich befinde, bat sie diesen, die kurz vorher in der Nähe von Auckland entdeckten Kohlenminen zu untersuchen; der hierüber nach einer Woche von Hochstetter erstattete Bericht gefiel so, dass der Commandant der Novara, Wüllerstorf-Urbair, angegangen wurde, den Gelehrten zur Erforschung der geologischen Verhältnisse und der naturgeschichtlichen Vorkommnisse des Landes zurückzulassen. Hochstetter ergriff mit Freuden das Anerbieten und nahm Haast, mit dem er als Landsmann bekannt geworden war, als seinen Gehilfen auf die Expedition mit.

Zwischen den beiden Männern entspann sich durch die gemeinsame Arbeit in dem durch Schönheit und Wunderbarkeit der Natur ausgezeichneten Lande eine Freundschaft, welche nur durch den Tod Hochstetters gelöst werden konnte. Es zeugt gewiss von seltenem Talent, dass Haast unter der Führung Hochstetters nach wenigen Monaten so selbstständig geworden war, um die Erforschung der geologischen Verhältnisse der Insel allein fortsetzen zu können.

Hochstetter brachte 9 Monate auf Neuseeland, mit eifrigster Arbeit beschäftigt, zu. Zuerst untersuchten sie die Umgebung von Auckland mit ihren merkwürdigen colossalen Vulkanen. Von da gingen sie in das Innere des Landes vor bis zu dem oberen Waikatothale mit seinen warmen Seen,

Geysern und Vulkanen und von da aus an die West- und Ostküste der nördlichen Insel. Nach Auckland wieder zurückgekehrt, begaben sie sich nach der Barrier-Insel zur Untersuchung der Kupferlager. Dann giengen sie auf die südliche Insel Neuseelands über nach der durch ihren Reichthum an Gold, Kupfer und Kohlen, sowie durch ihr herrliches Klima berühmten Provinz Nelson.

Hier musste sich Hochstetter von Haast trennen, um nach Europa zurückzukehren, wo er die Ergebnisse der gemeinschaftlichen Thätigkeit, durch welche zuerst genauere Aufschlüsse über die Beschaffenheit Neuseelands gebracht wurden, ausarbeitete; er hatte Haast zur Fortführung der geologischen Erforschung der Provinz Nelson nachdrücklich empfohlen, so dass derselbe zum amtlichen Geologen dieser Provinz, die er während des Jahres 1860 emsig durchforschte, ernannt wurde.

Im Jahre 1861 erhielt Haast eine Berufung nach Christchurch, der Hauptstadt der Provinz Canterbury auf der südlichen Insel, welches in commerciellem Interesse durch einen Tunnel mit dem von ihm durch einen mächtigen Kraterwall getrennten Hafen von Lyttelton verbunden werden sollte. Die feste basaltische Lava schien dem Durchbruch allzugrosse Schwierigkeiten zu bieten; aber Haast wies nach, dass dazwischen auch viel lockeres Conglomerat vorhanden sei und desshalb das Unternehmen nicht so aussichtslos sei. Das grossartige Werk wurde darauf hin gewagt und in verhältnissmässig kurzer Zeit zum glücklichen Ende geführt; durch den Tunnel konnten jetzt zum Vortheil der ganzen Provinz die Produkte des Innern des Landes nach dem Meer geführt werden, aber auch der Wissenschaft brachte es Nutzen durch die offene Darlegung der Schichten des Walles.

Das gelungene Werk verschaffte ihm die Stelle als Geognost der grossen Provinz Canterbury, welche er nun, zum Theil mit seinem Freunde, dem Botaniker A. Sinclair, durch-

wanderte und durchforschte (1862 und 1863). Es wurde zunächst das noch von Niemand vorher betretene Quellgebiet des Flusses Rangitata, dann das des Waitaki untersucht. Hier in der grossartigen Hochgebirgslandschaft mit ihren ausgedehnten Gletschern kam er zu seinen Ansichten über die frühere Ausdehnung der Gletscher und über die Eisperiode in Neuseeland, welche er ohne Aenderung des Klimas von einer früheren grösseren Höhe des Gebirges ableitete. Auch entdeckte er einen tiefen Passeinschnitt in der Kette der südlichen Alpen, welcher in der Richtung von Ost nach West vom Wanakasee durch das Thal des Haast River nach dem Meere führt.

1865 reiste er im Auftrage der Regierung nach der noch undurchforschten Waldwildniss des nordwestlichen Theiles der Provinz, wo im Flussgebiete des Taramakau Goldlager aufgefunden worden waren; dann von der Mündung des Waiau-Flusses in das Hochgebirge an der südlichen Küste mit dem grossen Franz-Josef-Gletscher.

G. H. Moore in Glenmark, nordwestlich von Christchurch, hatte in dem dortigen Torfmoor die Knochen (Moaknochen) untergegangener höchst merkwürdiger straussähnlicher Riesenvögel (Dinornida), zum Theil von einer Grösse bis zu 10 Fuss, zugleich mit Ueberresten der Ureinwohner entdeckt; Haast stellte auf Einladung von Moore genaue Untersuchungen hierüber an (1866), in Folge deren das gleichzeitige Vorkommen dieser flugunfähigen Vögel mit dem Menschen sicher gestellt wurde. Später fand Haast in dem Gebiete des Waipara die Reste von riesigen Sauriern.

Dadurch hatte Haast mit der Zeit eine reiche Sammlung naturhistorischer Gegenstände zusammengebracht, welche eine Aufstellung erforderte. Durch Beisteuern der Regierung und von Privaten wurde ein Museum errichtet und 1870 bezogen, welches später durch Anbauten Erweiterungen, auch

durch Unterrichssanstalten, erfuhr und dessen unbesoldeter Direktor Haast wurde.

Nach Auflösung der von ihm bekleideten Stelle als geological Surveyor für Canterbury (1876) blieb er Direktor des Museums und Professor der Geologie an der Universität zu Christchurch. Er hatte sich so durch seine Thatkraft und sein Wissen zu einem der angesehensten Männer der Colonie emporgeschwungen, der in allen wichtigen Fragen des Unterrichts, der Ausnützung der Hilfsquellen des Landes und der Hebung der Gewerbsthätigkeit um seinen Rath gebeten wurde. Er war 1885 der Vertreter Neuseelands bei der grossen „Indian and Colonial Exhibition", welcher schwierigen Aufgabe er sich mit Erfolg unterzog.

Auch durch seine Verdienste um die Wissenschaft wurde er vielfach geehrt. Er war von zahlreichen gelehrten Gesellschaften zum Mitglied erwählt worden, von unserer Akademie im Jahre 1868; von der Royal geographical Society zu London erhielt er für die Erforschung der neuseeländischen Alpen die goldene Medaille; von der Universität Cambridge wurde er zum Doktor promovirt.

Der Kaiser von Oesterreich verlieh ihm den erblichen Adel, die Königin von England die Baronetwürde.

Haast vermittelte eifrig den gelehrten Verkehr jener jungen Colonien mit Europa. Auch liess er sich die Bereicherung der öffentlichen Sammlungen in Deutschland angelegen sein; der hiesigen zoologischen und paläontologischen Sammlung hat er eine werthvolle Collektion neuseeländischer Vögel geschenkt, z. B. Knochen von 9 verschiedenen Arten von Dinornis.

Nach der vorher genannten Ausstellung besuchte er noch die Hauptstädte Europas zum Zweck der Bereicherung des Museums und auch seine alte Heimath am Rhein. Von da an aber kränkelte er und starb nach der Rückkehr nach

Christchurch noch in voller Kraft und voll von Plänen am 16. August 1887 unerwartet an einem rasch sich entwickelnden Herzleiden.

Sein Ableben ist ein grosser Verlust für Neuseeland; aber das, was er geschaffen, wird noch lange Zeugniss ablegen für seine unermüdliche Thätigkeit; man beabsichtigt, ihm an der Stätte seiner segensreichen Wirksamkeit zum Zeichen der Dankbarkeit ein Denkmal zu errichten[1]).

Gustav Robert Kirchhoff.

Mit Kirchhoff ist einer der hervorragendsten und scharfsinnigsten Naturforscher unserer Zeit aus dem Leben geschieden, dessen grösste Leistung, die mit Bunsen gemachte Erfindung der Spektralanalyse, wohl die ganze gebildete Welt gekannt und bewundert hat. Selten war es wie ihm einem Gelehrten vergönnt, mit einem Schlage der Wissenschaft ein weites, für eine ganze Anzahl von Zweigen derselben fruchtbares Gebiet zu erschliessen, und zugleich dem menschlichen Geiste etwas ihm früher unerreichbar Scheinendes zugänglich zu machen, nämlich die Materie der durch enorme Räume von unserer Erde getrennten Welten.

So gewaltig auch sein Einfluss durch die Kraft seiner Entdeckung auf die weitesten Kreise war, so blieb er doch stets der rechte Gelehrte, der in aller Stille, unbekümmert um das Treiben der grossen Welt, nur der Wissenschaft sich hingab, und dessen Lebensbeschreibung daher fast nur eine Geschichte seiner wissenschaftlichen Arbeit bildet.

Kirchhoff wurde am 12. März 1824 zu Königsberg geboren, woselbst sein Vater Justizrath war. Er besuchte das Kneiphöf'sche Gymnasium und bezog dann (1842) die Uni-

---

1) Mit Benützung der Denkrede von Prof. vom Rath in der niederrheinischen Gesellschaft in Bonn, Sitzung am 7. November 1887. S. 217.

versität seiner Vaterstadt. Talent und Neigung führten ihn alsbald den mathematischen und physikalischen Studien zu. Er hörte den Mathematiker Richelot, vor Allem aber Franz Neumann, den Vater der neueren theoretischen Physik, der durch seine meisterhaften Vorlesungen und sein mathematisches Seminar auf so viele junge Physiker einen bestimmenden Einfluss ausgeübt hat.

21 Jahre alt veröffentlichte er schon seine erste aus jenem Seminar hervorgegangene bemerkenswerthe Arbeit „über den Durchgang eines elektrischen Stromes durch eine Ebene, insbesondere durch eine kreisförmige". Nachdem er im Jahre 1847 promovirt hatte, habilitirte er sich im folgenden Jahre an der Universität zu Berlin, wo er Vorlesungen über mathematische Physik hielt. Seine vielversprechenden Arbeiten gaben Veranlassung, dass er als junger Mann von 25 Jahren (1850) zum ausserordentlichen Professor für Physik und zum Mitdirektor des physikalischen Instituts neben dem Ordinarius Frankenheim berufen wurde. Ein glückliches Geschick fügte es, dass R. Bunsen im Jahre 1851 von Marburg nach Breslau kam; der scharfsinnige Chemiker erkannte alsbald den hohen Werth des Physikers, so dass derselbe, der schon nach 1 Jahre nach Heidelberg an Gmelin's Stelle übergesiedelt war, im Jahre 1854 keinen Besseren an die frei gewordene Professur für Physik für die Ruperto-Carolina in Heidelberg vorzuschlagen wusste als Kirchhoff. So entwickelte sich ein Freundschaftsbund zwischen den beiden Männern, welcher der Wissenschaft eine der vollendetsten Gaben brachte, und dem von Tiedemann und Gmelin, Wöhler und Liebig an die Seite zu setzen ist.

Kirchhoff's wachsender Ruhm zog Schüler aus allen Ländern nach Heidelberg; seine mathematisch-physikalischen und experimentellen Vorlesungen zeichneten sich durch die sorgfältigste Vorbereitung und die vollendete Durchbildung in der Form, sowie durch die grösste Klarheit in der Dar-

stellung der Lehren aus. Im Jahre 1868 hatte er das Unglück sich durch Verstauchung eines Fusses ein hartnäckiges Gelenkleiden zuzuziehen, das ihn lange nöthigte an Krücken zu gehen; obwohl mit der Zeit sich etwas bessernd, verliess ihn dasselbe nie mehr und legte den Grund zu seiner frühzeitigen Kränklichkeit, die ihn später zwang sich auf theoretische Vorlesungen zu beschränken. Man suchte schon 1870 Kirchhoff nach Berlin an Magnus Stelle, dann an die Sonnenwarte zu Potsdam zu berufen; aber erst 1875 gelang es ihn für die Professur der theoretischen Physik zu gewinnen; geistig frisch, körperlich jedoch zusehends abnehmend, hielt er im Wintersemester 1885/86 zum letzten Male seine Vorlesungen und erlag am 17. Oktober 1887 unerwartet einem schmerzlosen Gehirnleiden.

Gleich die ersten Arbeiten Kirchhoffs zeigten die Richtung an, in der die Stärke seines Geistes lag: es war die Ausbildung der mathematischen Methoden zur Berechnung der Naturerscheinungen und die Lösung physikalischer Probleme auf mathematischem Wege. In fast allen Zweigen der Physik begegnet man seinem Einflusse; überall war er bestrebt die mathematischen Gleichungen zu finden, welche den beobachteten Bewegungen, elektrischen, magnetischen und Wärmebewegungen, möglichst genau entsprechen und sie zu berechnen erlauben.

Die elektrischen Erscheinungen nahmen lange Zeit sein Denken in Anspruch. Es folgten sich grundlegende Arbeiten über die Bewegung des elektrischen Stroms in Leitern, über die Stromvertheilung z. B. auf Kugeln, über die Theorie des Condensators, wodurch er den letzteren zu einem der wichtigsten Messapparate statischer Elektricität erhob, zur Theorie des in einem Eisenkörper inducirten Magnetismus und vor Allem die umfassende auf jedes System der Stromverzweigung anwendbare Verallgemeinerung des Ohm'schen Gesetzes, wodurch er den elektrostatischen Beweis dieses Ge-

setzes fand. Die nach ihm benannten Gesetze der Stromverzweigung sind die Frucht dieser Bestrebungen.

Eine andere Reihe von theoretischen und experimentellen Untersuchungen beschäftigte sich mit den Verhältnissen der Elastizität, mit den Schwingungen einer elastischen Scheibe und eines unendlich dünnen elastischen Stabes, mit dem Verhältnisse der Quercontraction zur Längendilatation bei Stäben von federhartem Stahl, wobei die Poisson'sche Theorie ihre bestimmte Widerlegung erfuhr.

Weiterhin prüfte er die Bewegung in Flüssigkeiten, so z. B. eines Rotationskörpers in einer Flüssigkeit, die stehenden Schwingungen einer Flüssigkeit, die freien Flüssigkeitsstrahlen.

Auch die Wärmelehre bereicherte er durch seine Abhandlungen über die Spannung des Wasserdampfs unter verschiedenen Verhältnissen, über die Wärmeleitungsfähigkeit des Eisens, über den Einfluss der Wärmeleitung in einem Gase auf die Schallbewegung.

Alle diese Arbeiten werden aber überstrahlt durch die glänzenden Untersuchungen und Ideen über den Zusammenhang zwischen Emission und Absorption von Licht und Wärme, und über die darauf basirte mit Bunsen ausgeführte chemische Analyse durch Spectralbeobachtungen. Die Geschichte dieser Entdeckungen, die Schlag auf Schlag erfolgten, ist für jeden Denkenden von höchstem Interesse; sie ist von Kirchhoff selbst in gerechtester Würdigung seiner Vorgänger geschrieben worden.

Es ist bekannt, dass bei der Trennung der von der Sonne ausgehenden Lichtwellen durch das Prisma im Spektrum die nach Fraunhofer benannten dunklen Linien, über deren Natur man ganz im Unklaren war, erscheint, dass aber bei Anwendung anderer Lichtquellen an Stelle gewisser dunkler Linien helle auftreten, so z. B. im Natronlicht an Stelle der dunkeln Linie D eine helle gelbe Linie. Indem nun Kirchhoff und Bunsen die Beziehungen der dunkeln zu

den hellen Linien zu ergründen suchten, glaubten sie die dunkle D-Linie des hellen Sonnenspectrums müsste, wenn man zugleich eine kochsalzhaltige Flamme ins Gesichtsfeld bringt, hellgelb werden, aber siehe da, sie wurde noch dunkler; und erst als sie schwaches Sonnenlicht nahmen, trat die helle Linie auf. Dies war die von beiden Forschern beobachtete Thatsache. Aber es bedurfte des durchdringenden Blickes von Kirchhoff, um alsbald die Erklärung dafür zu finden. Er kam zu der Vorstellung, dass jeder Körper dasjenige Licht von bestimmter Schwingungsdauer absorbirt, welches er aussendet: ist daher der Körper schwach leuchtend und sieht man ihn auf einer helleren Fläche, so sind seine Linien dunkel in hellem Felde; ist jedoch der Körper stark leuchtend auf dunkelm Grund, dann erscheinen die Linien hell auf dunkelm Grund. So gelang ihm die Umkehr des Spektrums, d. h. er sah statt der gelben Natronlinie die dunkle Fraunhofer'sche Linie D, wenn er durch die gelbe Natronflamme die Strahlen eines weissglühenden Körpers gehen liess. So wird durch das zerlegende Prisma die Farbe jedes glühenden Stoffes an einer bestimmten Stelle des Spektrums sichtbar gemacht und vermag man die Bestandtheile eines Gemisches an der Farbe zu erkennen.

Dadurch war die Aufgabe gegeben, die Stoffe zu suchen, welche die Fraunhofer'schen Linien erzeugen, zu deren Lösung der Physiker Kirchhoff und der Chemiker Bunsen sich vereinigten; sie prüften die Spectrallinien der wichtigsten chemischen Elemente mit einem von Steinheil dahier hergestellten grossen Spectralapparat.

Kirchhoff folgerte daraus weiter, dass die von dem glühenden Sonnenkörper ausgehenden Strahlen durch eine Atmosphäre glühender Dämpfe hindurchgehen, welche letztere gewisse Strahlen absorbiren, weil sie selbst fähig sind, dieselben auszusenden, wodurch an dieser Stelle im Sonnenspectrum dunkle Linien entstehen, weil sie sich auf dem hellen Sonnenkörper

projiciren. In dieser Weise lassen die dunkeln Linien des Sonnenspectrums die Anwesenheit der Dämpfe von Natrium, Kalium, Calcium, Magnesium, Nickel, Eisen in der Atmosphäre der Sonne erkennen, die des Siliciums ausschliessen, und die stoffliche Zusammensetzung der Gestirne analysiren.

In kürzester Zeit entwickelten sich aus der Spectralanalyse nach mancherlei Seiten hin wichtige Erkenntnisse. Durch die Möglichkeit Spuren von Stoffen aus den hellen Linien zu erkennen, gelang es, zahlreiche neue Elemente wie das Caesium und Rubidium zu entdecken. Das Verhalten des Blutfarbstoffes sowie seiner Zersetzungsprodukte und Verbindungen, und auch anderer im Thierkörper vorkommender Farbstoffe brachte für die Physiologie bedeutungsvolle Fortschritte. Nicht minder wichtig waren die Erfolge für die Physik und auch für die Technik, vor Allem aber für die Astronomie, in der aus der Spectralbeobachtung ein neuer Zweig, die Astrophysik, entspross, durch die in den Weltkörpern die meisten der irdischen Stoffe aufgefunden wurden und die stoffliche Gleichartigkeit des Weltganzen bewiesen wurde. Noch nicht dreissig Jahre sind seit Herstellung des ersten Spectralapparates vergangen und jetzt finden wir das Spectroskop in Hunderttausenden von Exemplaren verbreitet und als unentbehrliches Instrument wie das Mikroskop in den einfachsten Laboratorien.

Es ist besonders hervorzuheben und wohlthuend, dass der Mann, welcher in dieser Art die menschliche Erkenntniss erweiterte und die Lösung der Fragen, die den menschlichen Geist seit Jahrhunderten beschäftigte, anbahnte, ein durch und durch edler Mensch war, den Alle, die ihn kannten, wegen seines reinen Charakters, seiner selbstlosen Bescheidenheit und Liebenswürdigkeit verehrten und bewunderten.[1])

---

1) Mit Benützung der Nekrologe von Prof. A. Heller in der Allg. Zeitung, Beilage 1887 Nro. 326 vom 24. November und von A.

Anton de Bary.

De Bary hat sich ganz hervorragende Verdienste um die Botanik erworben; seine Hauptarbeiten bewegten sich auf dem Gebiete der vergleichenden Anatomie der Pflanzen, vor Allem verdankt ihm die Lehre von den niederen Pilzen ihre jetzige Gestaltung; aber auch in der Systematik sind von ihm einige bedeutsame Leistungen zu verzeichnen.

Er war geboren zu Frankfurt am Main am 26. Januar 1831 als Sohn eines angesehenen Arztes. An dem Senkenbergischen Institut, welches für die Pflege der Naturwissenschaften in der Kaufmannsstadt so wirksamen Einfluss besitzt und denselben so manchen ausgezeichneten Jünger zugeführt hat, fand auch de Bary die erste Anregung zu botanischen Studien. Der damalige Lehrer der Botanik, Georg Fresenius, machte ihn mit der Flora Frankfurts bekannt nnd erweckte auch sein Interesse für die niedersten Algen und Pilze.

De Bary widmete sich anfänglich wie so viele andere spätere berühmte Naturforscher der Medizin; er besuchte 1849 und 1850 die Universitäten Heidelberg und Marburg und dann Berlin, woselbst er 1852 zum Doktor der Medizin, mit der Dissertation: „de plantarum generatione sexuali“, promovirt wurde. Er vernachlässigte aber unterdess die Botanik nicht, wie schon der Titel seiner Dissertation zeigt, denn er war zugleich in Berlin ein eifriger Schüler von Alexander Braun.

Nach Absolvirung der medizinischen Studien betrieb er für kurze Zeit in seiner Vaterstadt die ärztliche Praxis, aber bald erkannte er, dass dieselbe ihn nicht befriedigte, wesshalb er ganz der Botanik sich zuwandte.

W. Hofmann in den Berichten der Deutsch. chem. Gesellschaft 1887 Nro. 15 S. 2771; der Festrede von Ludwig Boltzmann 1888 und des Nekrologes in Leopoldina, Dezember 1887 Nro. 23 u. 24 S. 216.

Seine wissenschaftliche Laufbahn war eine ungewöhnlich rasche und glänzende. 1854 habilitirte er sich für Botanik in Tübingen, wo damals nach Hugo v. Mohl wirkte; 1855 wurde er als ausserordentlicher Professor nach Freiburg berufen, 1859 daselbst zum ordentlichen Professor ernannt; 1867 kam er als Nachfolger Schlechtendahls nach Halle und 1872 an die neugegründete deutsche Universität Strassburg, deren erster Rektor er war und der er getreu blieb, obwohl er (1887) verlockende Anträge nach Leipzig zu kommen erhielt.

Der Beginn der botanischen Arbeiten de Bary's fiel in die für einen talentvollen Forscher günstige Zeit nach der Auffindung der Zelle als Elementarorganismus der Pflanze durch Schleiden. Es war dadurch die Aufgabe erwachsen, durch mikroskopische Beobachtungen die Lebenserscheinungen der Zellen zu ergründen. De Bary wandte sich zunächst an die niedersten Algen, welche die Strukturverhältnisse und die Vorgänge so klar erkennen lassen; schon 1856 war er im Stande, sein werthvolles Werk: „Untersuchungen über die Familie der Conjugaten, über Keimung der Rivularien und Charen" zu veröffentlichen.

Längere Zeit seines Lebens beschäftigte er sich darnach mit den niederen Pilzen. Tulasne hatte zuerst bei dem mikroskopischen Studium der Entwicklung der niederen Pilze die auffallende Beobachtung gemacht, dass ein und dieselbe Art in verschiedener Weise sich fortpflanzen kann. De Bary nahm diese Beobachtungen auf und begründete durch seine meisterhaften Forschungen die Lehre vom Polymorphismus der Pilze und ebnete den Weg, auf dem die neueren Mykologen vorwärts gehen. Es gelang ihm dies dadurch, dass er zunächst die Beobachtungsmethoden ausbildete, indem er sich nicht damit begnügte, die Pilze auf ihren natürlichen Standorten aufzusuchen, sondern er kultivirte sie mit allen Vorsichtsmassregeln und stellte so auf die sicherste Weise den

Zusammenhang unter den verschiedenen Entwicklungsstadien her, die man früherhin nicht selten für ebensoviele verschiedene Gattungen gehalten hatte. In der „Morphologie und Physiologie der Pilze, Flechten und Myxomyceten“ (1866) hat er mit bewundernswerthem Fleisse die von Anderen und ihm gefundenen Thatsachen in klarster Darstellung vereinigt.

Bei der Untersuchung der auf moderndem Holze, auf der Lohe etc. lebenden Schleimpilze (Myxomyceten), welche in sterilem Zustande weisse, gelbe, rothe oder violette Schleimklumpen darstellen und bei der Fruchtbildung wie kleine verstäubende Bovisten aussehen, fand er, dass aus den Sporen derselben schwärmende Monaden hervorgehen, die sich in die als Thiere bekannten, sich bewegenden Protoplasmamassen der Amöben verwandeln; daraus gehen schliesslich die mit Sporen und einem hygroscopischen Haarnetz erfüllten Früchte hervor. Ich erinnere mich noch lebhaft, welches Aufsehen es in der botanischen Sektion der Karlsruher Naturforscherversammlung (1858) erregte, als der junge Freiburger Professor die Mittheilung machte, dass die gelbe Lohblüthe in Amöben übergehe und daher sämmtliche Schleimpilze zu den Thieren zu rechen seien, wesshalb er jene Organismen Pilzthiere oder Mycetozoen nannte. (Die Mycetozoen, ein Beitrag zur Kenntniss der niedersten Thiere 1859.)

In einer Reihe von Abhandlungen, Beiträge zur Morphologie und Physiologie der Pilze (1864—1882), in den Schriften des Senkenbergischen Institutes zeigte er zum Theil mit seinem Schüler Woronin, dass der Schimmelpilz, Aspergillus, noch eine zweite Fruchtform besitzt, die man früher als eine besondere Gattung, Eurotium, verzeichnete, bei deren Erzeugung eine Art sexueller Copulation stattfindet; dass dagegen bei dem Rebenmehlthau (Oidium Tuckeri) eine angebliche zweite Fruchtform (Cincinobolus) von einem parasitischen, in die Fäden des ersteren sich einnistenden Schim-

melpilz herrühre. In der Abhandlung „Bemerkungen über die Geschlechtsorgane der Ascomyceten" (1863) stellte er die merkwürdige Thatsache fest, dass der ganze Fruchtkörper dieser Gruppe mit einem Befruchtungsakte beginnt, der auf dem Mycelium stattfindet.

Schon in seiner Habilitationsschrift (1853) hatte de Bary die Organisation der sogenannten Rost- und Brandpilze, welche man als exanthematische Erkrankungen der betroffenen Pflanzen ansah, beschrieben und sie als wirkliche Pilze und wahre Parasiten erkannt. Später erkannte er eine doppelte Sporenbildung bei den Rostpilzen, die Sommersporen (Uredosporen) und die Wintersporen (Teleutosporen), und in der Regel selbst eine dritte und vierte Fruchtform (die Ascidium-Früchte und die Spermogonien). Diese Sporen nehmen nun nicht auf dem gleichen Wirthe ihre Entwicklung, sondern auf verschiedenen Pflanzen, ähnlich wie es Siebold für die Bandwürmer beschrieben hatte; so finden sich die Uredo- und Teleutosporen des gewöhnlichen Getreiderostes (Puccinia graminis) nur auf dem Roggen, die Ascidiumfrüchte desselben nur auf dem Berberitzenstrauch, so dass man die Felder vor dem Getreiderost durch Ausrottung der Berberitze bewahren kann.

In einer Anzahl seiner Arbeiten wies er nach, wie die Pilze in das Innere gesunder Pflanzen und Thiere hineinwachsen, wie sie hier weiter vegetiren, um dann ihre Fortpflanzungsorgane wieder an die Luft und ans Licht zu bringen, und wie der ergriffene Organismus dadurch krank gemacht und getödtet wird.

Im Jahre 1861 erschien seine Schrift über die gegenwärtig herrschende Kartoffelkrankheit, ihre Ursache und Verhütung. In dem schwarzen Kraut der kranken Kartoffel hatte man einen Schimmelpilz gefunden und man kam zu der Ansicht, dass der letztere die Krankheitsursache sei; aber erst de Bary brachte Licht in die Art der Verbreitung des

Pilzes und der Infektion der Kartoffelpflanze. Nach ihm wachsen die Fruchtfäden der in den Kartoffelblättern wuchernden Perenospora durch die Spaltöffnungen heraus, die Conidien lösen sich ab und werden durch die Luftströmungen weiter geführt; es entwickeln sich aus jeder derselben eine Anzahl von Schwärmsporen, welche keimen; die Keimschläuche bohren sich in das Kartoffelkraut ein oder sie inficiren die Knollen in dem Boden.

In der Beantwortung einer von der Pariser Akademie gegebenen Preisaufgabe fand er, dass noch andere mit dem Kartoffelpilz verwandte Perenosporaarten bei verschiedenen Pflanzen durch geschlechtliche und geschlechtslose Fortpflanzung Epidemieen hervorbringen.

Auch in Thiere können die Pilze einwandern und ihnen den Tod bringen. Die sogenannte Muskardine des Seidenwurms drohte den Seidenbau Oberitaliens zu vernichten. Es ergab sich, dass der auf den genannten Insekten gefundene Schimmelpilz Botrytis aus den Conidien eines Kernpilzes besteht, der auch bei in unseren Gegenden lebenden Raupen auftritt; diese Conidien tödten die Raupe durch die in das Innere einwachsenden Myceliumfäden, welche dann wieder nach Aussen dringen und neue Conidien bilden.

Durch diese Untersuchungen war eine wichtige Frage zur Entscheidung gebracht worden. Namentlich Liebig hatte mit aller Entschiedenheit die Anschauung verfochten, dass die Pilze bei der Kartoffelkrankheit oder der Seidenraupenkrankheit nicht die Erzeuger der Krankheit sind, dass die Krankheit vielmehr primär eine Ernährungsstörung sei und die Pilze erst sekundär in dem dadurch zersetzten Material die Bedingungen ihrer Entwicklung finden; de Bary's Bemühungen ist der sichere Nachweis zu verdanken, dass die Pilze die wirkliche Ursache der Erkrankung sind.

Das jetzige Wissen über die niederen Pilze fasste de Bary schliesslich in seinem Werke: „Vergleichende Morpho-

logie und Biologie der Pilze, Mycetozoen und Bakterien" (1884), sowie in seinen Vorlesungen über Bakterien (1887) zusammen.

Merkwürdiger Weise hat de Bary zuletzt noch auf einem ganz anderen Gebiete der Botanik Hervorragendes geleistet, nämlich auf dem Gebiete der höheren Pflanzen durch seine grundlegende vergleichende Anatomie der Vegetationsorgane der Phanerogamen und Farne (1877), und dadurch gezeigt, wie umfassend seine Kenntnisse waren.

Die von Mohl und Schlechtendahl gegründete botanische Zeitschrift redigirte er von 1867 bis zu seinem Tode.

Die Universität Strassburg verdankt ihm das vortrefflich eingerichtete neue botanische Institut, sowie die Gründung des grossen botanischen Gartens mit den Gewächshäusern; an allen Universitäten, an denen er das Fach der Botanik vertrat, pflegte er den botanischen Garten und legte hohen Werth auf ihn. Er wusste eben, dass der Garten für die wissenschaftliche Botanik und den Unterricht eine bedeutungsvolle Aufgabe zu erfüllen hat.

De Bary hat zahlreiche Schüler aus allen Ländern der Erde in seinem Laboratorium versammelt, die seiner dankbarst gedenken werden.

Im September 1887 wohnte er dem Meeting der British Association for the advancement of science bei, wo der verdiente Gelehrte in hohem Grade ausgezeichnet wurde. Dorten bekam er heftige Zahnschmerzen, die ihn zwangen, rascher als er vorhatte, nach Hause zurückzukehren; es entwickelte sich eine unheilvolle Erkrankung, ein Sarkom der Oberkieferhöhle, der er nach 4 Monaten am 19. Januar 1888, allzufrüh für die Wissenschaft, erlag [1]).

---

1) Mit Benützung der Nekrologe von Prof. Ferdinand Cohn in Breslau in der deutsch.-mediz. Wochenschrift vom 2. Febr. 1888 Nro. 5 S. 98 u. Nro. 6 S. 118, und von K. Wilhelm im botan. Centralblatt 1888 Bd. 34. S. 93. 156 u. 191.

Asa Gray.

Asa Gray war der bedeutendste Botaniker Nordamerikas, der die Kenntniss der Flora dieses Erdtheiles wie Keiner vor ihm gefördert hat. Die Fülle und die Besonderheit der tropischen Pflanzenwelt hatte die Aufmerksamkeit der Forscher zunächst nach dem Süden Amerikas gelenkt und erst mit dem allmählichen Vordringen der Kultur in Nordamerika von den Gestaden des atlantischen Meeres über den Missisipi gegen die westlichen Abfälle nach dem grossen Ozean fand auch die Vegetation des Landes Beachtung und gewann die Pflege der Botanik Interesse. So kam es, dass erst im Jahre 1805 durch die Massachusetts-Gesellschaft zur Beförderung des Ackerbaues der erste botanische Garten Nordamerikas zu Cambridge bei Boston und die erste Professur für Botanik an der Harvard-Universität gegründet wurde, die jedoch bald wieder in Verfall geriethen. Asa Gray war es vorzüglich, durch dessen Talent und Fleiss die wissenschaftliche Botanik in Nordamerika festen Boden gewann und aus dessen Schule die jetzigen Botaniker Nordamerikas hervorwuchsen.

Asa Gray wurde am 18. November 1810 in dem Flecken Paris im Staate New-York geboren. Nachdem er in der dortigen Dorfschule den ersten Unterricht erhalten hatte, trat er, wie es damals zur Erlernung der Medizin Sitte war, bei einem Arzte in die Lehre, bei dem er es so weit brachte, dass er mit 21 Jahren zum Doktor der Medizin an der ärztlichen Schule in dem nicht weit von seinem Geburtsorte entfernten Fairfield, promovirt wurde. Er scheint aber an dem ärztlichen Berufe keinen besonderen Geschmack gefunden zu haben, denn wir finden ihn um diese Zeit als Lehrer für naturwissenschaftliche Gegenstände an einer Privatschule in Utica. Er wurde damals mit John Torrey, dem ersten wissenschaftlichen Botaniker Nordamerikas und Professor der

Chemie an einer der ärztlichen Schulen in New-York, bekannt, der ihn aufforderte, während eines Jahres (1833 bis 1834) als Assistent bei ihm einzutreten; derselbe erkannte den Werth des jungen Mannes und verschaffte ihm die Curator-Stelle bei einem naturwissenschaftlichen Verein in New-York, die er 5 Jahre lang bekleidete. Hier erhielt er die Zeit, eingehendere botanische Studien zu treiben und Pflanzen zu sammeln.

Durch seine wissenschaftliche Thätigkeit wurde er bald so bekannt, dass man ihm 1838 die Professur für Botanik an der neu gegründeten Universität zu Ann Arbor im Staate Michigan antrug, welche er unter dem Vorbehalte annahm, vorerst eine einjährige Studienreise nach Europa machen zu dürfen, um namentlich zur Förderung der mit Torrey begonnenen „Flora von Nordamerika" die grossen Herbarien kennen zu lernen. Auf dieser Reise machte er die Bekanntschaft der hervorragendsten Botaniker Englands, Frankreichs, Deutschlands und der Schweiz. Besonders werthvoll war für ihn der Verkehr mit William Hooker, der damals die Flora des britischen Nordamerika bearbeitete, und der Besuch der gewaltigen Herbarien Londons.

Im Jahre 1842 hatte ein reicher Bostoner Arzt, Namens Joshua Fisher, ein Capital zur Errichtung einer Professur für Naturgeschichte an der Harvard-Universität zu Cambridge ausgesetzt. Gray erhielt die Professur, womit er die Vorlesungen über Botanik und die Leitung des vorher erwähnten herabgekommenen botanischen Gartens übernahm. Er behielt den botanischen Unterricht bis zum Jahre 1872, wo er ihn einigen Schülern abgab, aber seine wissenschaftliche Thätigkeit bis zu seinem Tode weiter führte.

Sein grosses Herbarium, sowie seine botanische Bibliothek schenkte er (1862) der Harvard-Universität unter der Bedingung, dass für sie ein feuersicheres Haus aufgeführt werde; Nathanael Thayer in Boston war alsbald in edel-

müthiger Weise bereit, die nöthigen Mittel zu gewähren und so ist das Herbarium zu Cambridge eine Zierde der dortigen hervorragenden Sammlungen geworden.

Gray hat sich zunächst durch die Herausgabe von botanischen Lehr- und Handbüchern, welche lange Zeit die weiteste Verbreitung in Nordamerika fanden und fast ausschliesslich zum botanischen Studium benützt wurden, grosse Verdienste erworben.

Im Jahre 1837 erschienen zum ersten Male seine „Elemente der Botanik"; später veröffentlichte er ein umfassenderes Lehrbuch „botanical Text-book", dem sich eine Anzahl weiterer Textbücher über mancherlei Fragen der Botanik anschlossen. Als Ergänzung für das Lehrbuch erschien 1848 das Manual of the Botany of the Northern United States.

Im Jahre 1838 unternahm Gray anfangs in Gemeinschaft mit Torrey die Herausgabe seines wichtigsten und grössten Werkes: „Flora of North-America". Es war eine gewaltige Aufgabe, das riesige, immer mehr anwachsende Material zu ordnen und zu verwerthen. 1838 erschienen 2 Theile der Flora als erste Hälfte des ersten Bandes; 1841 und 1842 folgten nach der Rückkehr von seiner ersten europäischen Reise weitere Theile. An dieses grosse Werk schloss sich ebenbürtig sein umfangreiches Werk: „Synoptical Flora of North America" an; leider ist von letzterem nur etwa die Hälfte vollendet, nämlich je der erste Theil des ersten und zweiten Bandes, jedoch werden die Schüler Gray's die Arbeit ihres Lehrers weiter führen.

Von Bedeutung waren die 1837 im American Journal of Science and Arts begonnenen und lange fortgesetzten Rezensionen der wichtigeren Ergebnisse der botanischen Forschung, sowie die Nekrologe der hervorragendsten Botaniker; Gray übte dieses Amt mit scharfem Urtheil und doch mit gerechtem Sinne aus.

Gray hat ausserdem eine erhebliche Anzahl wichtiger Monographien, grösstentheils in dem erwähnten American Journal of Science and Arts, herausgegeben, welche neben ungemeiner Vielseitigkeit auch eine treffliche Gabe populärer Darstellung beurkunden.

Ich erwähne von denselben nur die Beschreibung der botanischen Resultate einer Reise in die Albany-Gebirge von Virginien und Nordcarolina. Ferner die Parallele der Flora Japans und Nordamerikas, deren Gemeinsamkeit von ihm bis zur Tertiärepoche nachgewiesen wurde. Viele auf Expeditionen gesammelte Pflanzen wurden seiner Bearbeitung und Bestimmung anvertraut.

Die Theorie Darwins, mit dem er in lebhaftem Verkehr stand, beschäftigte ihn sehr; er lieferte dem englischen Forscher so manches botanische Material z. B. über die Befruchtung der Orchideen. Er war nicht unbedingter Anhänger Darwins; wenn er ihm auch in manchen Punkten zustimmte, so äusserte er doch in anderen frei seine abweichende Meinung. Seine diesbezüglichen Anschauungen sind unter dem Titel: „Darwiniana" (1876), sowie in einem geistvollen Vortrag „Science and Religion" (1879) von ihm zusammengefasst worden.

Durch seine Verdienste um die Wissenschaft stand Gray in hohem Ansehen nicht nur in seinem engeren Vaterlande, sondern auch darüber hinaus. Er war eines der gefeiertsten Mitglieder der berühmten Harvard-Universität, welche lange als Centrum der wissenschaftlichen Bestrebungen Nordamerikas galt; er war Secretär und Präsident der American Academy of Sciences and Arts. Die meisten auswärtigen gelehrten Gesellschaften ehrten ihn, indem sie ihn zu ihrem Mitgliede erwählten; die Achtung, die er genoss, zeigte sich besonders deutlich, als er im Jahre 1887 zum 6. Male Europa und seine Fachgenossen besuchte, wo er überall mit Ehren empfangen wurde.

Nach der Rückkunft aus Europa erlitt er im Monat November 1887 einen Schlaganfall, der sich am 26. Januar 1888 wiederholte und dem mit so grossem Erfolge der Wissenschaft gewidmeten Leben am 30. Januar ein Ende setzte[1]).

---

1) Mit Benützung des Nekrologes in d. pharmaz. Rundschau von Dr. Fr. Hoffmann 1888. Bd. 6. Nro. 3.

Sitzung vom 5. Mai 1888.

1. Herr H. Seeliger hält einen Vortrag: „zur Photometrie zerstreut reflectirender Substanzen".

2. Herr E. Lommel bringt eine Arbeit der Herren H. Götz und A. Kurz in Augsburg: „elektrometrische Untersuchungen" als Nachtrag zu der im Jahrgang 1887 (S. 195) der Sitzungsberichte enthaltenen Abhandlung in Vorlage.

3. Herr P. Groth macht eine Mittheilung: „über die Elasticität der Krystalle" und demonstrirt 3 zur Erläuterung dieser Verhältnisse geeignete, von Herrn Dr. S. Finsterwalder angefertigte Modelle der Elasticitätsflächen; zugleich legt er eine aus Veranlassung der Construction dieser Modelle entstandene Arbeit des Herrn Dr. S. Finsterwalder: „über die Vertheilung der Biegungselasticität in dreifach symmetrischen Krystallen" vor.

4. Herr Franz Hessler liest einen Aufsatz: „Beiträge zur Naturgeschichte der alten Hindu".

5. Herr C. Kupffer legt eine von dem correspondirenden Mitgliede, Herrn J. von Gerlach in Erlangen, eingesandte Abhandlung des Privatdozenten an der Universität Erlangen, Dr. F. Hermann: „Studien über den feinen Bau des Geschmacksorganes" vor.

Zur Photometrie zerstreut reflectirender Substanzen.

Von H. Seeliger.

(Mit Tafel I.)

(Eingelaufen 5. Mai.)

Man hat sich seit längerer Zeit, besonders seit den Arbeiten Seidel's und Zöllner's daran gewöhnt, das Lambert'sche photometrische Grundgesetz für zerstreut reflectirende Substanzen als Grundlage nicht nur für die Reduction der an Planeten angestellten photometrischen Beobachtungen, sondern auch für gelegentlich auftretende Aufgaben der Physik anzunehmen. Obwohl nun seit längerer Zeit bekannt war und auch von Zöllner hervorgehoben wurde, dass sich dieses Gesetz keineswegs, wie Lambert dachte, als einfache Folgerung der allgemeinen Gesetze, welche bei der räumlichen Ausbreitung der Lichtbewegung eingehalten werden, auffassen lässt und dass eine eventuelle Bestätigung desselben nur auf experimentellem Wege zu erhalten sei, sind doch solche Versuche in genügender Ausdehnung bisher nicht gemacht worden. Denn die von Bouguer und Lambert mitgetheilten Beobachtungen sind zu wenig zahlreich und wohl auch zu wenig genau, um hier mitstimmen zu können. Nur für die analoge Frage bei der strahlenden Wärme liegt eine Beantwortung aus der neuesten Zeit[1]) vor mit dem Ergebnisse,

---

1) Knut Angström, Ueber die Diffusion der strahlenden Wärme von ebenen Flächen. Wiedemann's Annalen Band 26, 1885. — Sur la diffusion de la chaleur rayonnante etc. Bihang till K. Svenska Vet-Akad. Handlingar, Band 13, Afd. I Nr. 4, 1887.

dass das Lambert'sche Gesetz im Grossen und Ganzen den Beobachtungen keineswegs entspricht. Ich bin schon früher auf Grund vorläufiger Versuche[1]) für optische Strahlen zu demselben Resultate gelangt und kann jetzt durch genauere, während des Winters 1886—87 angestellte Versuche den näheren Nachweis für die damals ausgesprochenen Anschauungen beibringen.

Der Uebersichtlichkeit wegen will ich gleich hier die wesentlichen Resultate, welche die mitzutheilenden Messungen ergeben haben, anführen.

1. Das Lambert'sche Gesetz kann nur ausnahmsweise als eine Annäherung an die Wahrheit betrachtet werden. Namentlich bei grossen Emanationswinkeln entspricht es nicht den beobachteten Helligkeiten.

2. Selbst diejenigen Substanzen, welche man sonst zu den exquisit zerstreut reflectirenden rechnet (z. B. Gyps), zeigen sehr deutliche Reflexe, d. h. bei ihnen ist die Helligkeit wesentlich grösser, wenn Incidenz- und Emanationswinkel auf verschiedenen Seiten der Normalen liegen, als im andern Falle.

Der Fall, wo diese Reflexe sehr gering sind, kommt in der Natur ebenfalls vor (z. B. bei Sandstein) und es ist ganz plausibel, anzunehmen, dass sogar eine Umkehrung dieser Verhältnisse eintreten kann, so dass also die grössere Helligkeit dann stattfindet, wenn Incidenz- und Emanationswinkel auf derselben Seite der Normale des beleuchteten Flächenstückes liegen.

Es besagt dieses Ergebniss: die Lichtmenge eines ebenen Flächenelementes hängt auch von dem gegenseitigen Azimuth des einfallenden und ausfahrenden Strahlenbündels ab.

3. Einige Aehnlichkeit des Verlaufes der beobachteten Helligkeitscurven ist bei den untersuchten Substanzen wohl

---

1) Vierteljahrsschrift der A. G. Band 20, pg. 267 ff. 1885.

vorhanden. Jedoch ist auf der andern Seite die Verschiedenheit der einzelnen Fälle so gross (namentlich in Folge der Reflexe), dass man nicht erwarten darf, diese verwickelten Erscheinungen durch eine in allen Fällen zutreffende Theorie darzustellen. Schon a priori ist dies sehr wenig wahrscheinlich, denn die Diffusion ist offenbar zusammengesetzt aus den beiden physikalischen Vorgängen der Absorption und Reflexion. In welcher Weise beide in einander greifen, ist natürlich von der speciellen Beschaffenheit des Stoffes abhängig und es erscheint, gegenwärtig wenigstens, nicht sehr wahrscheinlich, allgemein gültige Beziehungen in dieser Richtung aufstellen zu können. Namentlich scheint es, wie in Art. 6 noch näher erörtert werden soll, nicht wahrscheinlich, dass es gelingen wird, die Möglichkeiten zu umspannen, die bei einem von der Sonne beleuchteten Planeten auftreten können.

1.

Die mitzutheilenden Versuche sind mit dem einfachen, auf der beigefügten Tafel abgebildeten Apparate angestellt worden, den ich nach vielfachen Versuchen in der Werkstätte der hiesigen Sternwarte habe zusammenstellen lassen. Die Beobachtungen selbst hat Herr K. Oertel auf meinen Wunsch ausgeführt. Diese sind durch die Geschicklichkeit des genannten Herrn so genau ausgefallen, als es nur zu erwarten war. Zum Theil hat der einfache Apparat sogar eine ganz überraschende Uebereinstimmung der Einzelresultate geliefert. Ich lasse nun eine kurze Beschreibung des Instrumentes und der Methode der Beobachtung folgen.

Aus der zu untersuchenden Substanz wurden zwei in allen Stücken möglichst ähnliche, ebene Platten geschnitten. Die eine wurde in den festen Rahmen B eingesetzt und diente, von der mit dem Letzeren fest verbundenen Petroleumlampe L beleuchtet, als Vergleichsobject. Die zweite Platte

im Rahmen A hingegen konnte in beliebige Incidenz- (i) und Emanationswinkel (ε) gebracht werden. Sie wurde von einer in die Figur nicht aufgenommenen, verschiebbaren Lampe beleuchtet. Die Beobachtung bestand dann darin, dass die Helligkeit beider, durchaus gleiches Aussehen darbietenden Platten gleich gemacht wurde. Die Möglichkeit, leicht und sicher innerhalb ziemlich weiter Grenzen beliebige Werthe von i und ε einzustellen, beruht auf folgender Einrichtung.

Der Apparat hat nach Art der Repetitionstheodolithen ein doppeltes Axensystem, so dass sowohl der innere Alhidadenkreis allein, der mit A in fester Verbindung steht, als auch der ganze Apparat von NN aufwärts drehbar ist. Die Drehung des inneren Kreises ändert also nur die Lage von A und bewirkt eine Aenderung von i und ε zu gleicher Zeit und im gleichen Betrage. Sie wird an den Nonien nn abgelesen. Um den Einfallswinkel i unabhängig hiervon verändern zu können, wird der ganze Apparat gedreht, wobei also auch die Normallampe mit B und das Sehrohr R mitgeht. Fest bleibt nur der Arm NN und der an ihm befestigte Index I, welcher die Veränderung von i angiebt. Um der in der Zeichnung der Deutlichkeit wegen fortgelassenen Klemme des Alhidadenkreises ausweichen zu können, wurde auch der Arm NN verstellbar eingerichtet. Dieser wurde aber selbtsverständlich innerhalb einer Messungsreihe fest gelassen. Bei der Bewegung des inneren Kreises bleibt B unverändert und es ändert sich also nur die Lage der mit der Feder f an A befestigten Platte.

Das Sehrohr R ist durch ein starkes Blech M an dem Scharniere, welches die Rahmen A und B verbindet, befestigt. Dieses Blech ist in das Rohr hinein bis etwa in die Mitte desselben fortgesetzt, wodurch bewirkt wird, dass links im Gesichtsfeld ein halbkreisförmiger Ausschnitt von A, rechts ein solcher von B erscheint und beide Ausschnitte können also leicht und sicher in Bezug auf ihre Helligkeit ver-

glichen werden. Die Beleuchtung von B durch die Lampe L geschah nicht direct, um nicht mit allzu grossen Helligkeiten operiren zu müssen. Es wurde vielmehr L zur Abhaltung falschen Lichtes in eine gut geschwärzte Blechhülse gesteckt, welche in der Höhe der Flamme eine kreisrunde Oeffnung von etwa $1^1/_2$ cm Durchmesser erhielt. Durch diese Oeffnung fiel das Licht auf die davor stehende Glasplatte G und von dieser auf B. G war ausserdem von den auf der Innenseite mit weissem Papier beklebten Pappendeckelstücken P umgeben, wodurch ein einfaches Mittel vorhanden war, die Stärke der Beleuchtung von B nach Belieben zu verändern. Das kleine Gegengewicht g balancirt den rechtsseitigen Theil des ganzen Apparates aus.

Alle Theile des Apparates waren entweder sorgfältig geschwärzt oder mit schwarzem Sammtpapier bedeckt. Von letzterem ist ein kleines, aber wesentliches Stück in der Figur unterhalb M sichtbar. Ueberhaupt war, wie bei allen photometrischen Experimenten, die völlige Abhaltung falschen Lichtes ein recht schwieriges Problem. Es gelang dies schliesslich durch Aufstellung geschwärzter Schirme in passenden Entfernungen, ferner durch schwarze Tücher u. dergl., welche über einzelne Theile des Instrumentes gedeckt wurden.

Die zweite in der Figur nicht abgebildete Petroleumlampe bewegte sich in einem geschwärzten Holzkasten von 130 cm Länge, 10 cm Breite und 18 cm Höhe. Die Stellung der Lampe war an einem in Centimeter getheilten Massstabe direct ablesbar. Die Entfernung des Nullpunktes dieser Theilung vom Centrum des Apparates wurde selbstverständlich für jede Reihe sorgfältig ermittelt. Ebenso selbstverständlich ist es, dass auch hier auf die Fernhaltung aller Reflexe etc. geachtet worden ist. Um auch den Fall der Gleichheit von i und ε (im Folgenden ist dieser Fall mit $i = -\varepsilon$ bezeichnet) beobachten zu können, wurde bei Q ein Spiegel befestigt, der das Licht der beweglichen Lampe nach A reflectirte. Ein Theil seiner

Belegung war, um dem Auge des Beobachters freie Aussicht auf A zu gewähren, entfernt worden. Ueber diese Anordnung wird weiter unten noch gesprochen.

Am Schluss dieses Aufsatzes sind die Mittelzahlen der beobachteten Entfernungen l der beweglichen Lampe von A gegeben, für welche gleiche scheinbare Helligkeit von A und B erzielt wurde. Jede solche Zahl ist das Mittel aus mindestens 4 Einstellungen und zwar wurde, um eine etwaige Veränderlichkeit der Lampenhelligkeit nicht zu übersehen, so verfahren, dass in der ersten Hälfte jeder Beobachtungsreihe in einer bestimmten Richtung (z. B. $i + \varepsilon$ wachsend oder bei constantem ε, i wachsend) vorwärts, dann in der zweiten Hälfte derselben Reihe bei denselben Winkelwerthen derselbe Weg in umgekehrter Richtung zurückgelegt wurde. Es hat sich hiebei von Neuem die bekannte Thatsache herausgestellt, dass die Helligkeit von mit Rundbrennern ausgestatteten Petroleumlampen einen hohen Grad von Constanz hat, wenn nur für gehörige Luftzufuhr gesorgt wird.

Zur Erklärung der Zusammenstellung der directen Beobachtungsresultate werden nur wenige Bemerkungen nöthig sein. Der Winkel ε wurde positiv angesetzt, wenn die Richtung von A nach dem Auge rechts (vom Beobachter aus) von der Normale der Platte A sich befand. Im anderen Falle wurde ε negativ angenommen. Für i ist die umgekehrte Zählweise adoptirt worden. Wenn also $i = \varepsilon$, so ist dies die Lage, wie sie bei der regelmässigen Reflexion vorkommt; $i = -\varepsilon$ bedeutet dagegen völlige Gleichheit des Incidenz- und Emanationswinkels.

Der Apparat liess mit besonderer Bequemlichkeit folgende 3 Arten von Beobachtungsreihen ausführen:

1. Spiegelbeobachtungen, die also $i = -\varepsilon$ voraussetzen,
2. Messungen, bei welchen $i + \varepsilon$ constant gelassen wird,
3. solche, bei denen ε constant bleibt und i variirt.

In der That sind im Folgenden nur diese 3 Messungsreihen in Anwendung gekommen. Der Umfang, in welchem die Reihen 2) und 3) ausgeführt werden konnten, sind aus der Mittheilung der directen Beobachtungsresultate zu ersehen.

Aus den gemessenen Grössen l findet man die Helligkeiten in einer willkürlichen Scala ausgedrückt sofort, indem diese proportional dem Quadrat von l sind. Da die Intensität der Lampen natürlich nur innerhalb einer Reihe als constant angesehen werden kann, so ist eine Verbindung der einzelnen Reihen nothwendig, die im Folgenden gegeben werden soll. Hierbei wird es, wie überhaupt bei der Reduction von photometrischen Beobachtungen, zweckmässig sein, immer die Logarithmen der Helligkeiten anzugeben. Dies soll im Folgenden ausnahmslos geschehen. Alle Zahlen werden auf 3 Stellen angegeben und die Kennziffer wird hierbei als unwesentlich fortgelassen. Ein Zweifel kann dadurch nirgends entstehen.

2.

Zunächst sollen die Resultate der mit dem Spiegel ausgeführten Messungen gegeben werden[1]. Ich habe gleich die Logarithmen der beiden Helligkeiten, welche den Emanationswinkeln $+\varepsilon$ und $-\varepsilon$ entsprechen, in ein Mittel vereinigt. Es kommt das auf die Annahme hinaus, dass die betreffende Substanz sich unter sonst gleichen Umständen nach allen Seiten hin gleich verhält. Es erscheint dies von vorneherein plausibel, auch sprechen alle angestellten Messungen dafür, dass diese Annahme wenigstens annähernd erfüllt ist.

Zur Vergleichung habe ich in der folgenden Zusammenstellung auch $\log \cos \varepsilon$ angegeben. Wäre das Lambert'sche Gesetz den Beobachtungen entsprechend, so müssten die an-

1) Näheres über die betreffenden Substanzen findet sich in Art. 7.

geführten Zahlen nahe mit log cos ε übereinstimmen, weil mit Ausnahme von zwei Stoffen durch Hinzufügung einer Constanten die Helligkeitslogarithmen gleich so angesetzt sind, dass für $i = \varepsilon = 0$ dieser Logarithmus gleich 1000 wird.

Resultate der Beobachtungen mit dem Spiegel.

$i = -\varepsilon$	log cos i	1. Gyps	2. Porzellan	3. Weisser Marmor			4. Alabaster, durchschein.	5. Bräunliches Glaspapier	6. Getrockn. Lehm
				1.	2.	3.			
0°	1000	1000	1000	1000	934	1000	1000	1000	1000
10	993	991	999	904	904	986	990	982	982
20	973	974	978	862	859	969	966	964	971
30	938	947	953	825	819	916	938	916	937
40	884	890	906	775	762	867	897	862	905
50	808	813	851	692	694	798	845	825	862
60	699	733	762	583	576	698	774	689	812
70	534	—	—	400	401	532	605	564	743

$i = -\varepsilon$	7. Rother Ziegelstein	8. Weisse Kreide	9. Sandstein					
			1.	2a.	2.	3.	4.	5.
0°	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
10	990	981	985	994	990	994	996	988
20	977	956	975	984	974	985	983	977
30	965	919	947	968	953	958	969	952
40	932	870	914	945	914	925	941	919
50	898	810	873	919	866	879	908	867
60	841	712	821	848	810	816	854	800
70	780	613	731	769	708	735	760	723

$i = -\varepsilon$	10. Rothweisser Kalkstein	11. Milchglas			12. Gelbes, rauhes Papier	13. Schiefer		
		1.	2.	3.		1.	2.	3.
0°	1000	1000	1000	1000	1000	1029	1000	1000
10	989	955	991	990	983	976	973	971
20	973	932	967	973	941	942	932	930
30	927	895	925	947	882	897	888	897
40	867	845	875	881	819	868	859	865
50	789	772	806	805	730	825	832	812
60	695	664	708	697	620	772	775	764
70	543	491	551	533	464	709	716	702

Wenngleich auf den ersten Blick ersichtlich ist, welche Substanzen dem Lambert'schen Gesetz entsprechen und welche nicht, so wird vielleicht doch eine Uebersicht hierüber erleichtert, wenn folgende kleine Rechnung angestellt wird. Zu den Zahlen, welche derselben Substanz angehören, wird eine Constante addirt, die so gewählt wird, dass die auf diese Weise reducirten Helligkeitslogarithmen im Mittel gleich dem Mittel aller zugehörigen $\log \cos \varepsilon$ sind. Bildet man dann das Mittel aus allen absoluten Werthen der Differenzen zwischen den reducirten Helligkeitslogarithmen und den betreffenden $\log \cos \varepsilon$ und bezeichnet diese Zahl mit ϑ, so wird dieses ϑ immerhin einen Ueberblick gewähren, wie weit das Lambert'sche Gesetz den Beobachtungen entspricht.

Ich habe nun ϑ für die im Vorigen aufgeführten Substanzen abgeleitet. Es ergibt sich für:

Gyps	$\vartheta = 8$	Glaspapier	14	Schiefer	38		57
Porzellan	18	Lehm	58	Kalkstein	8		68
	27	Ziegel	64		9		49
Marmor	16	Kreide	21	Milchglas	7	Sandstein	54
	6	Papier	23		3		66
Alabaster	28						50

Zum Vergleich mag daran erinnert werden, dass 1 % der Helligkeit 4.3 Einheiten in den angeführten Logarithmen ausmacht. Es ergibt sich daraus, dass eigentlich nur bei Kalkstein, Milchglas und Gyps das Lambert'sche Gesetz als Näherung an die Wahrheit betrachtet werden darf. In den meisten andern Fällen sind die Abweichungen so stark, dass von einer Annäherung kaum mehr die Rede sein kann. Aber auch in den zuerst erwähnten Fällen tragen die Abweichungen durchaus den Charakter systematischer Fehler.

3.

Ich gehe nun zu der Bearbeitung der Reihen über, für welche $i + \varepsilon = \text{Const.}$ und $\varepsilon = \text{Const.}$ war. Die Durch-

beobachtung solcher Reihen, wenn sie einigermassen vollständig sein sollen, erfordert ziemlich viel Zeit. Es wurden deshalb nur einige der im Vorigen benutzten Substanzen vorgenommen. Ich glaube aber, dass dieses Material genügen dürfte, die an die Spitze dieses Aufsatzes gestellten Sätze ausreichend zu stützen. Ausgewählt für diesen Zweck wurden:

Lehm, Milchglas, Sandstein, Schiefer, Gyps und Porzellan.

Zuerst habe ich zu zeigen, wie die Einzelresultate ausgeglichen worden sind.

Es war dies strenge und in sehr einfacher Weise im Sinne der Methode der kleinsten Quadrate möglich und zwar bei den vier zuerst genannten Substanzen auf rein rechnerischem Wege, während bei den zwei letzten Substanzen die Anordnung der Beobachtungen infolge eines Versehens, das natürlich die Sicherheit des Endresultates nicht beeinträchtigt, wenigstens theilweise eine Interpolation durch ein graphisches Verfahren nöthig machte. Der erste Weg hat den offenbaren Vortheil, dass er jede Willkür ausschliesst und auf ganz strengem Wege die Beurtheilung der Genauigkeit der Beobachtungen ermöglicht. Auch ist es hierbei ganz gleichgültig, ob sich die Helligkeiten mit i und ε stetig oder unstetig ändern. Das Letztere kann sehr wohl eintreten, wärend natürlich die graphische Interpolation nur bei stetigen Aenderungen angewandt werden kann.

Es erscheint nun am zweckmässigsten, wenn ich das angewandte Ausgleichungsverfahren nicht durch allgemeine Symbole kennzeichne, sondern gleich an einem ganz bestimmten Beispiele in Anwendung bringe. Ich wähle hierzu ganz willkürlich die an getrocknetem Lehm angestellten Beobachtungsreihen.

Die aus den Beobachtungsdaten folgenden Helligkeitslogarithmen sind hier:

ε	i	(1)
$+80^0$	-70^0	533
$+60$	-50	675
$+40$	-30	729
$+20$	-10	796
0	$+10$	814
-20	$+30$	755
-40	$+50$	661
-60	$+70$	522
		5485

ε	i	(2)
$+80^0$	-50^0	606
$+60$	-30	728
$+40$	-10	767
$+20$	$+10$	796
0	$+30$	731
-20	$+50$	626
-40	$+70$	393
		4647

ε	i	(3)
$+80^0$	-30^0	689
$+60$	-10	761
$+40$	$+10$	762
$+20$	$+30$	736
0	$+50$	601
-20	$+70$	359
		3908

ε	i	(4)
$+80^0$	-10^0	717
$+60$	$+10$	783
$+40$	$+30$	747
$+20$	$+50$	619
0	$+70$	346
		3212

ε	i	(5)
$+80^0$	$+10^0$	769
$+60$	$+30$	792
$+40$	$+50$	695
$+20$	$+70$	405
		2661

ε	i	(6)
$+80^0$	$+30^0$	802
$+60$	$+50$	743
$+40$	$+70$	458
		2003

$\varepsilon = +80^0$ i	(*a*)
-70^0	498
-50	571
-30	629
-10	698
$+10$	755
$+30$	758
$+50$	736
	4645

$\varepsilon = +60^0$ i	(*b*)
-50^0	652
-30	706
-10	739
$+10$	766
$+30$	764
$+50$	690
$+70$	533
	4850

$\varepsilon = +40^0$ i	(*c*)
-30^0	831
-10	872
$+10$	875
$+30$	840
$+50$	752
$+70$	530
	4700

$\varepsilon = -20^0$ i	(*d*)
-10^0	881
$+10$	879
$+30$	822
$+50$	699
$+70$	454
	3735

$\varepsilon = +0^0$ i	(*e*)
$+10^0$	879
$+30$	817
$+50$	695
$+70$	427
	2818

$\varepsilon = -20^0$ i	(*f*)
$+30^0$	836
$+50$	693
$+70$	415
	1944

Ich bezeichne nun mit — (1), — (2) etc., — (a), — (b) etc. die Correctionen, welche die mit denselben Symbolen bezeichneten Reihen zu erhalten haben. Diese Correctionen sind zum grössten Theile gleich der Reduction auf gleiche Lichtstärke der benutzten Lampen. Die ausgeglichenen Helligkeitswerthe, deren beobachtete Grössen in der Reihe (1) enthalten sind, seien der Reihe nach $(1a)$, $(1b)$ etc. bis $(1h)$, die der zweiten Reihe $(2a)$, $(2b)$ etc., schliesslich dieselben Werthe in den Reihen (a) etc. $(a1)$, $(a2)$ etc. so ist selbstverständlich

$$(1a) = (a1);\ (2a) = (a2) \text{ etc.}$$
$$(2a) = (a2);\ (2b) = (b2) \text{ etc.}$$

Die strengen Bedingungsgleichungen lassen sich leicht formiren. Ich schreibe nur die aus der Reihe (1) hervorgehenden in extenso hin:

$$(1) + (1a) = 533$$
$$(1) + (1b) = 675$$
$$(1) + (1c) = 729$$
$$(1) + (1d) = 796$$
$$(1) + (1e) = 814$$
$$(1) + (1f) = 755$$
$$(1) + (1g) = 661$$
$$(1) + (1h) = 522$$

Hieraus ergeben sich folgende Normalgleichungen:

$$\left.\begin{aligned}
8(1) + \big((1a) + (1b) + \ldots\ldots + (1h)\big) &= 5485\\
7(2) + \big((2a) + (2b) + \ldots\ldots + (2g)\big) &= 4647\\
6(3) + \big((3a) + (3b) + \ldots\ldots + (3f)\big) &= 3908\\
5(4) + \big((4a) + (4b) + \ldots\ldots + (4e)\big) &= 3212\\
4(5) + \big((5a) + \ldots\ldots\ldots\ldots + (5d)\big) &= 2661\\
3(6) + \big((5a) + (5b) + (5c)\big) \qquad &= 2003\\
\hline
&\ 21916
\end{aligned}\right\} A.$$

$$\left.\begin{array}{ll}
7\,(a) + \{(a1) + (a2) + \ldots.\,(a7)\} & = 4645 \\
7\,(b) + \{(b1) + (b2) + \ldots.\,(b7)\} & = 4850 \\
6\,(c) + \{(c1) + \ldots\ldots. + (c6)\} & = 4700 \\
5\,(d) + \{(d1) + \ldots\ldots. + (d5)\} & = 3735 \\
4\,(e) + \{(e1) + \ldots\ldots. + (e4)\} & = 2818 \\
3\,(f) + \{(f1) + (f2) + (f3)\} & = 1944 \\
\hline
& 22692
\end{array}\right\} A.$$

$2\,(a1) + (1) + (a) = 1031$	$2\,(a2) + (2) + (a) = 1177$
$2\,(b1) + (1) + (b) = 1327$	$2\,(b2) + (2) + (b) = 1434$
$2\,(c1) + (1) + (c) = 1560$	$2\,(c2) + (2) + (c) = 1639$
$2\,(d1) + (1) + (d) = 1677$	$2\,(d2) + (2) + (d) = 1675$
$2\,(e1) + (1) + (e) = 1693$	$2\,(e2) + (2) + (e) = 1548$
$2\,(f1) + (1) + (f) = 1591$	$2\,(f2) + (2) + (f) = 1319$
$(g1) + (1) = 661$	$(g2) + (2) = 393$
$(h1) + (1) = 522$	9185
10062	

$2\,(a3) + (3) + (a) = 1318$	$2\,(a4) + (4) + (a) = 1415$
$2\,(b3) + (3) + (b) = 1500$	$2\,(b4) + (4) + (b) = 1549$
$2\,(c3) + (3) + (c) = 1637$	$2\,(c4) + (4) + (c) = 1587$
$2\,(d3) + (3) + (d) = 1558$	$2\,(d4) + (4) + (d) = 1318$
$2\,(e3) + (3) + (e) = 1296$	$2\,(e4) + (4) + (e) = 773$
$2\,(f3) + (3) + (f) = 774$	6642
8083	

$$\begin{array}{ll}
2\,(a5) + (5) + (a) & = 1524 \\
2\,(b5) + (5) + (b) & = 1556 \\
2\,(c5) + (5) + (c) & = 1447 \\
2\,(d5) + (5) + (d) & = 859 \\
\hline
& 5386
\end{array}$$

$2\,(a6) + (6) + (a) = 1560$	$(a7) + (a) = 736$
$2\,(b6) + (6) + (b) = 1433$	$(b7) + (b) = 533$
$2\,(c6) + (6) + (c) = 988$	1269
3981	

Man kann hieraus sehr leicht die Symbole $(1\,a)$, $(1\,b)$ etc. eliminiren und sieht zugleich, dass nach Bestimmung der Correctionen (a), (b) etc., (1), (2) etc. und nachdem diese an die Helligkeitslogarithmen angebracht sind, die wahrscheinlichsten Werthe der Letzteren einfach die Mittel derjenigen Werthe sind, die demselben i und ε entsprechen.

Die erwähnte Elimination ergibt ohne weiters:

$$
\begin{aligned}
6\,(1) - \left[(a) + (b) + \ldots + (f)\right] &= -\ 275 \\
6\,(2) - \left[(a) + (b) + \ldots + (f)\right] &= -\ 284 \\
6\,(3) - \left[(a) + (b) + \ldots + (f)\right] &= -\ 267 \\
5\,(4) - \left[(a) + \ldots\ldots + (e)\right] &= -\ 218 \\
4\,(5) - \left[(a) + \ldots + (d)\right] &= -\ \ 64 \\
3\,(6) - \left[(a) + (b) + (c)\right] &= +\ \ 25 \\
\hline
&-1083
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
6\,(a) - \left[(1) + (2) + \ldots + (6)\right] &= -\ 207 \\
6\,(b) - \left[(1) + \ldots\ldots\ldots + (6)\right] &= -\ 165 \\
6\,(c) - \left[(1) + \ldots\ldots\ldots + (6)\right] &= +\ 542 \\
5\,(d) - \left[(1) + \ldots\ldots + (5)\right] &= +\ 383 \\
4\,(e) - \left[(1) + \ldots + (4)\right] &= +\ 326 \\
3\,(f) - \left[(1) + (2) + (3)\right] &= +\ 204 \\
\hline
&+1083
\end{aligned}
$$

Die Summe aller Zahlen ist identisch $= 0$. Man kann also, was a priori klar war, eine der Unbekannten (1), (2) etc. (a), (b) etc. beliebig annehmen.

Ich habe

$$(1) = 0$$

gesetzt. Dann ergibt eine höchst einfache Rechnung:

(1) = 0	(*a*) = + 28
(2) = + 2	(*b*) = + 21
(3) = − 1	(*c*) = − 97
(4) = + 2	(*d*) = − 79
(5) = − 16	(*e*) = − 81
(6) = − 24	(*f*) = − 68

Und hiermit die Werthe der ausgeglichenen Helligkeitslogarithmen:

ε	i	(1)		ε	i	(2)	
80°	− 70°	533	525	80°	− 50°	608	599
60	− 50	675	673	60	− 30	730	727
40	− 30	729	734	40	− 10	769	775
20	− 10	796	802	20	+ 10	798	800
0	+ 10	814	798	0	+ 30	733	736
− 20	+ 30	755	768	20	+ 50	628	625
− 40	+ 50	661		40	+ 70	395	
− 60	+ 70	522					

ε	i	(3)		ε	i	(4)	
80°	− 30°	688	657	80°	− 10°	719	727
60	− 10	760	760	60	+ 10	785	787
40	+ 10	761	778	40	+ 30	749	743
20	+ 30	735	743	20	+ 50	621	620
0	+ 50	600	614	0	+ 70	348	346
− 20	+ 70	358	347				

ε	i	(5)		ε	i	(6)		ε	i	(7)
80°	+ 10°	753	783	80°	+ 30°	778	786	80°	+ 50°	764
60	+ 30	776	785	60	+ 50	719	711	60	+ 70	554
40	+ 50	679	655	40	+ 70	434	433			
20	+ 70	389	375							

Das arithmetische Mittel aus je zwei nebeneinanderstehenden Zahlen ist der w a h r s c h e i n l i c h s t e Werth der Helligkeitslogarithmen. Wie man sieht, ist die Uebereinstimmung eine ganz vorzügliche.

Auf diese oder wenigstens ganz ähnliche Weise wurden die an den vier zuerst genannten Substanzen angestellten Be-

obachtungen berechnet. Bei Porzellan und Gyps wurden durch Curvenzeichnen aus den beiderlei Reihen zunächst die Helligkeiten bestimmt, welche denselben Werthen von i und ε entsprechen und dann nach der soeben auseinandergesetzten Methode ausgeglichen.

Die im Folgenden mitgetheilten Tabellen, deren Anordnung keiner Erklärung bedarf, sind dann aus den ausgeglichenen Zahlen zusammengestellt worden. Es wurde auch hierbei eine Verschiedenheit der beiden Seiten der Platte, von der Normale aus, nicht angenommen, d. h. es wurde die Helligkeit, welche $+i$ und $+\varepsilon$ zugehört, gleich gesetzt derjenigen, welche bei den Winkeln $-i$ und $-\varepsilon$ stattfindet u. s. f.

Um zugleich einen Ueberblick über die völlig ausreichende Genauigkeit der Beobachtungen zu erhalten, wurde wieder die Grösse ϑ berechnet, d. i. das Mittel aller absoluten Fehlergrössen.

1. Lehm.

i \ $\varepsilon =$	-0^0	-20^0	-40^0	-60^0	-80^0	
-70	347	382	434	554	—	
-50	607	621	667	715	764	
-30	735	739	746	781	782	
-10	806	799	770	786	768	
$+10$	806	799	772	760	723	$\vartheta = 4.5 = 1^0/_0$
$+30$	735	762	732	729	678	
$+50$	607	627	661	674	604	
$+70$	347	353	395	522	529	

2. Milchglas. (dicke Platte).

i \ $\varepsilon =$	-0^0	-20^0	-40^0	-60^0	-80^0	
-70^0	498	539	641	880	—	
-50	781	819	879	953	1002	
-30	940	937	971	981	940	
-10	992	997	989	984	937	
$+10$	992	986	954	972	904	$\vartheta = 4.6 = 1^0/_0$
$+30$	940	929	895	890	824	
$+50$	781	787	776	754	670	
$+70$	498	503	524	545	412	

3. Sandstein IV.

i \ $\varepsilon =$	-0^0	-20^0	-40^0	-60^0	-80^0
-70^0	522	505	529	566	683
-50	764	753	741	759	793
-30	883	848	855	839	849
-10	937	905	885	882	854
$+10$	937	916	899	877	850
$+30$	883	909	883	863	802
$+50$	764	783	834	822	729
$+70$	522	534	572	664	660

$\vartheta = 6 = 1^1/_2{}^0/_0$

4. Schiefer.

i \ $\varepsilon =$	-0^0	-10^0	-20^0	-30^0	-40^0	-50^0	-60^0	-70^0	-80^0
-80^0	—	318	502	638	693	807	—	—	—
-70	639	658	759	942	939	1024	1209	—	—
-60	812	812	868	965	1031	1136	1248	1338	—
-50	909	936	969	1007	1093	1162	1257	1310	1341
-40	972	1002	1031	1062	1106	1161	1203	1261	1241
-30	1020	1004	1070	1111	1123	1120	1157	1183	1168
-20	1078	1087	1106	1086	1113	1103	1109	1129	1097
-10	1130	1110	1100	1090	1093	1080	1086	1091	1052
0	—	1129	1097	1065	1064	1054	1054	1061	1041
$+10$	1130	—	1080	1057	1022	1033	1034	1036	1019
$+20$	1078	1086	—	1045	1004	1004	1006	1005	990
$+30$	1020	1023	1045	—	984	984	989	959	956
$+40$	972	966	969	996	—	969	952	933	916
$+50$	909	911	899	912	957	—	921	904	873
$+60$	812	792	811	813	831	874	—	871	831
$+70$	639	639	646	667	692	682	780	—	818
$+80$	—	—	363	348	388	431	—	651	—

$\vartheta = 7 = 1^3/_4{}^0/_0$, [1])

1) Wurde nicht aus allen Abweichungen berechnet.

5. Gyps.

i	$\varepsilon =$ -0^0	-10^0	-20^0	-30^0	-40^0	-50^0	-60^0	-70^0	-80_0
-75^0	352	361	366	364	367	—	480	—	—
-65	523	535	548	544	566	559	622	—	—
-55	658	645	659	671	670	689	698	—	—
-45	745	738	727	735	749	741	755	774	766
-35	814	803	794	778	784	801	794	796	782
-25	875	840	836	828	824	823	824	817	798
-15	927	—	861	852	844	840	841	821	811
-5	—	—	881	868	854	846	849	840	808
$+5$	—	—	882	—	851	843	847	825	801
$+15$	927	—	—	—	823	845	826	795	769
$+25$	875	—	—	—	798	—	791	768	736
$+35$	814	—	810	—	—	—	732	710	682
$+45$	745	740	750	—	—	—	675	—	598
$+55$	658	661	659	—	—	—	—	—	527
$+65$	523	519	531	539	—	—	—	—	432
$+75$	352	357	—	331	346	—	—	—	—

$\vartheta = 4.1 = 1^0/_0$. Hier muss ϑ natürlich kleiner sein als in den späteren Fällen, weil durch Curvenzeichnen schon eine theilweise Ausgleichung stattgefunden hat.

6. Porzellan.

i	$\varepsilon =$ -0^0	-10^0	-20^0	-30^0	-40^0	-50^0	-60^0	-70^0	-80_0
-80^0	—	233	—	—	—	—	—	—	—
-70	491	482	527	518	—	—	—	—	—
-60	654	665	646	699	706	—	—	—	—
-50	745	744	784	779	789	841	—	—	—
-40	831	830	831	869	856	867	899	—	906
-30	893	—	909	896	923	903	895	922	—
-20	922	950	912	935	930	958	925	910	901
-10	943	952	965	—	959	940	987	946	898
0	—	—	959	975	970	955	949	976	919
$+10$	943	—	936	949	960	—	938	914	911
$+20$	922	—	—	—	934	932	908	895	841
$+30$	893	876	886	—	889	882	889	—	825
$+40$	831	848	836	—	—	—	803	806	744
$+50$	745	—	779	762	792	—	731	723	683
$+60$	654	651	661	668	669	—	—	—	533
$+70$	491	497	503	—	529	525	—	—	359
$+80$	—	341	—	—	—	—	238	—	—

$\vartheta = 3 = 0.7^0/_0$

Auch bei Porzellan hat, wie schon erwähnt, eine theilweise auf graphischem Wege erhaltene Ausgleichung stattgefunden, wodurch das kleine ϑ erklärt ist.

Von einer Mittheilung weiterer Ausgleichungsresultate sehe ich, obwohl ich dieselben durchgeführt habe, ab. Die mitgetheilten Tabellen reichen in vielen Fällen aus, um durch Curvenzeichnen in beliebig engen Intervallen interpoliren zu können. Auch möchte es nicht zweckmässig sein, die Abweichungen, welche die Zahlen von einem ganz regelmässigen Verlaufe zeigen, zu verdecken. Diese übersteigen sehr oft den reinen Beobachtungsfehler an Grösse und beweisen, dass ein völlig stetiger Verlauf der Helligkeitscurve nicht stattfindet. Das darf nicht verwundern, denn auch das anscheinend sehr homogene Material ist es thatsächlich weder an der Oberfläche noch in den der Oberfläche nahe gelegenen Schichten, die jedenfalls an der Lichtreflexion theilnehmen.

Auf den ersten Blick ist zu ersehen, dass die Helligkeiten im Allgemeinen bedeutend grösser sind, sobald Incidenz- und Emanationswinkel beide negative Werthe haben. Es entspricht das dem Fall, dass beide Winkel auf derselben Seite der Normalen liegen. Subtrahirt man vom Logarithmus der Helligkeit für die Werthe $-i$ und $-\varepsilon$ den für die Werthe $+i$ und $-\varepsilon$, so werden die Mittelwerthe für die einzelnen ε einen Ueberblick über die Grösse der stattfindenden Reflexe geben. Ich finde nun für diese Mittelwerthe:

	Lehm	Milchglas	Sandstein
$\varepsilon = 20^0$	0	+ 22	− 34
40	+ 14	+ 89	− 45
60	+ 35	+ 159	− 54
80	+ 77	+ 157	+ 34

	Schiefer	Porzellan	Gyps
$\varepsilon = 10^0$	+ 14	− 32	+ 1
20	+ 69	+ 10	− 5
30	+ 136	+ 24	(+ 19)
40	+ 172	+ 6	+ 18
50	+ 207	+ 24	(− 1)
60	+ 223	+ 42	+ 38
70	+ 267	+ 24	+ 44
80	+ 191	+ 70	+ 76

Die Schwankungen in diesen Mittelwerthen sind zum grössten Theile dadurch verursacht, dass nicht bei allen dieselben Incidenzwinkel i vorkamen und im Allgemeinen bekanntlich die Stärke der Reflexe am grössten ist, wenn sowohl i als auch $-\varepsilon$ gross ist. Es ist ja bekannt, dass selbst Stoffe wie Gyps, Porzellan etc. bei sehr grossen Werthen von i und $-\varepsilon$ völlig wie Spiegel reflectiren.

Die Mittelzahlen für Gyps sind an sich sehr unsicher, weil oft nur wenige Differenzen benutzt werden konnten. Die unsichersten von Allen sind die in Klammern gesetzten. Aus den mitgetheilten Zahlen dürfte nun zu Genüge hervorgehen, dass die Reflexe zum Theil sehr bedeutend sind, dabei aber doch bei den verschiedenen Substanzen sehr verschieden.

Bei einem Stoffe, dem Sandsteine, findet gerade das Umgekehrte statt. Die negativen Vorzeichen der obigen Zahlen zeigen dies an.

Schon nach diesen Bemerkungen ist es klar, dass alle Theorien, welche die Helligkeiten nur von den Cosinussen von i und ε abhängig sein lassen, der Wirklichkeit nicht entsprechen können, weil sie von den so bedeutenden Reflexen keine Rechenschaft geben. Es könnte nun aber doch noch die Möglichkeit in den Vordergrund gestellt werden, dass solange i und $-\varepsilon$ in demselben Quadranten liegen, etwa das Lambert'sche Gesetz den beobachteten Thatsachen

wenigstens annähernd genügen könnte. Ich will dies in einer Form untersuchen, durch welche auch dann noch die Uebersicht erleichtert wird, wenn man sich nicht mehr allein auf eine Vergleichung mit Lambert's Gesetz (das ja doch nur aus historischen Rücksichten hier immer in den Vordergrund gestellt wird) beschränkt.

Ich habe nun alle beobachteten, in den vorhergehenden Tabellen aufgeführten Helligkeiten mit dem Lambert'schen Gesetze verglichen. Dabei zeigte sich sofort, dass man nicht daran denken kann, für $\varepsilon = 80^0$ von einer Aehnlichkeit im Verlaufe beider Zahlenreihen zu sprechen. Da nun bei so grossen ε in der That Verhältnisse stattfinden, die von einer jeden Theorie nur äusserst schwierig berücksichtigt werden können, habe ich nur einen möglichst guten Anschluss der Beobachtungen an das Lambert'sche Gesetz für Werthe von $\varepsilon < 80^0$ gesucht. Hierauf habe ich das bereits oben erklärte ϑ auch mit Ausschluss der Werthe für $\varepsilon = 80^0$ berechnet. Es ist noch zu erwähnen, dass in den Fällen, wo Beobachtungen für $i > 70^0$ vorliegen, auch diese Werthe bei der Berechnung von ϑ ausgeschlossen wurden. Aber auch so sind die gefundenen Werthe von ϑ derart, dass von einem Anschluss des Lambert'schen Gesetzes an die Beobachtungen wohl nicht die Rede sein kann, ganz abgesehen davon, dass die bei der Berechnung von ϑ ausgeschlossenen Helligkeiten in den allermeisten Fällen gar keine Aehnlichkeit mehr mit den aus jenem Gesetze gefolgerten haben.

Ich glaube also mit Recht, den oben ausgesprochenen Satz als durch die in München angestellten Beobachtungen erwiesen ansehen zu dürfen, dass nämlich das Lambert'sche Gesetz nur in Ausnahmefällen als eine Annäherung an die Wahrheit gelten darf.

Ich führe nun für die einzelnen Stoffe die Zahlen an, die zu log cos i (Lambert's Gesetz) addirt werden müssen, um die beobachteten Helligkeitslogarithmen zu geben:

1. Lehm.

i	$\varepsilon =$ − 0°	− 20°	− 40°	− 60°	− 80°
+ 10°	− 11	− 18	− 45	− 57	− 94
+ 30	− 27	0	− 30	− 23	− 84
+ 50	− 25	− 5	+ 29	+ 42	− 28
+ 70	− 11	− 5	+ 37	+ 164	+ 171

$\vartheta = 33$

2. Milchglas.

i	$\varepsilon =$ − 0°	− 20°	− 40°	− 60°	− 80°
+ 10°	+ 22	+ 16	− 16	+ 2	− 66
+ 30	+ 25	+ 14	− 20	− 25	− 91
+ 50	− 4	+ 2	− 9	− 32	− 115
+ 70	− 13	− 9	+ 13	+ 34	− 99

$\vartheta = 16$

3. Sandstein.

i	$\varepsilon =$ − 0°	− 20°	− 40°	− 60°	− 80°
+ 10°	− 29	− 50	− 67	− 89	− 126
+ 30	− 28	− 2	− 28	− 58	− 109
+ 50	− 17	+ 2	+ 53	+ 41	− 50
+ 70	+ 15	+ 27	+ 65	+ 157	+ 153

$\vartheta = 46$

4. Schiefer.

i	$\varepsilon =$ − 0°	− 10°	− 20°	− 30°	− 40°	− 50°	− 60°	− 70°	− 80°
+ 0°	—	—	+ 7	− 25	− 26	− 36	− 36	− 29	− 49
+ 10	+ 47	+ 39	+ 3	− 26	− 61	− 50	− 49	− 47	− 64
+ 20	+ 15	+ 23	—	− 18	− 59	− 59	− 57	− 58	− 73
+ 30	− 8	− 5	+ 17	—	− 44	− 44	− 37	− 69	− 72
+ 40	− 2	− 8	− 5	+ 22	—	− 5	− 22	− 41	− 67
+ 50	+ 11	− 13	+ 1	+ 14	+ 59	—	+ 23	+ 4	− 25
+ 60	+ 23	+ 3	+ 22	+ 24	+ 42	+ 85	—	+ 82	+ 42
+ 70	+ 15	+ 15	+ 22	+ 43	+ 68	+ 58	+ 156	—	+ 74
+ 80	—	—	+ 33	+ 18	+ 58	+ 101	—	+ 32	—

$\vartheta = 33$

5. Gyps.

i	$\varepsilon =$ − 0°	− 10°	− 20°	− 30°	− 40°	− 50°	− 60°	− 70°	− 80°
+ 5°	—	—	+ 16	—	− 15	− 23	− 19	− 41	− 65
+ 15	+ 74	—	—	—	− 30	− 8	− 27	− 58	− 84
+ 25	+ 50	—	—	—	− 27	—	− 34	− 57	− 90
+ 35	+ 33	—	+ 29	—	—	—	− 49	− 71	− 99
+ 45	+ 27	+ 22	+ 32	—	—	—	− 53	—	− 120
+ 55	+ 31	+ 34	+ 32	—	—	—	—	—	− 100
+ 65	+ 29	+ 25	+ 37	+ 45	—	—	—	—	− 62
+ 75	+ 61	+ 76	—	+ 50	+ 65	—	—	—	—

$\vartheta = 35$

6. Porzellan.

i	$\varepsilon =$ − 0°	− 10°	− 20°	− 30	− 40°	− 50	− 60°	− 70°	− 80°
+ 0°	—	—	+ 5	+ 21	+ 16	+ 1	− 5	+ 22	− 35
+ 10	− 4	—	− 11	+ 2	+ 13	—	− 9	− 33	− 36
+ 20	− 5	—	—	—	+ 7	+ 5	− 19	− 32	− 86
+ 30	+ 1	− 16	− 6	—	− 3	− 10	− 3	—	− 67
+ 40	− 7	+ 10	− 2	—	—	—	− 35	− 32	− 94
+ 50	− 17	—	+ 17	0	+ 30	—	− 11	− 39	− 79
+ 60	− 1	− 2	+ 8	+ 15	+ 16	—	—	—	− 120
+ 70	+ 2	+ 9	+ 15	—	+ 41	+ 37	—	—	− 129
+ 80	—	+ 153	—	—	—	—	+ 50	—	—

$\vartheta = 14.$

4.

Von Wichtigkeit ist die Prüfung, ob die Spiegelbeobachtungen an jenen Substanzen, welche im Artikel (2) vorkommen, Resultate geliefert haben, die mit den zuletzt gefundenen übereinstimmen.

Mit Hülfe der Tabellen auf S. 216 ff. kann man allerdings in manchen Fällen, so bei Gyps und Porzellan, für grössere Werthe von i nur mit mässiger Sicherheit die Helligkeiten für $i = -\varepsilon$ interpoliren. Man erhält so Zahlen, die sich von den für dieselbe Substanz in Artikel 2 ge-

fundenen nur durch eine additive Constante unterscheiden sollen.

Ich habe diese Interpolation ausgeführt, indem ich die im letzten Artikel gefundenen Zahlen graphisch durch stetig verlaufende Curven darstellte und dann aus diesen Curven nach einem Verfahren, dessen Auseinandersetzung kaum nöthig sein dürfte, die Helligkeitslogarithmen T (wobei zur Vermeidung grosser Zahlen eine passend erscheinende Constante addirt worden ist) entnommen. Ich führe nun die solchergestalt sich ergebenden Differenzen $T - S$ an, wo S der betreffende in Artikel 2 gefundene Helligkeitslogarithmus ist, wie er aus den Spiegelversuchen hervorgegangen ist.

$T - S$

$i = -\varepsilon$	Lehm	Milchglas	Sandstein	Schiefer	Gyps	Porzellan
10°	0	0	0	0	0	0
20	− 4	− 3	+ 1	− 2	− 5	+ 8
30	− 8	− 6	− 1	− 7	− 15	− 16
40	− 27	− 40	− 12	− 18	− 35	− 6
50	− 18	− 48	− 12	− 23	− 60	− 23
60	− 23	− 44	− 24	− 42	− 85 :	− 68 :
70	− 38	− 7	− 10	− 59	—	—

Diese Differenzen geben nun zu verschiedenen Bemerkungen Anlass. Die Genauigkeit der einzelnen Messungen, sowie der Verlauf der Zahlen $T - S$ dürfte es sofort klar machen, dass es sich hier nicht um zufällige Beobachtungsfehler handeln kann. Mit grosser Sicherheit ergibt sich vielmehr, dass die Spiegelversuche für grössere i durchschnittlich zu grosse Helligkeiten ergeben haben. Die Differenzen sind allerdings mit Ausnahme von Gyps und Porzellan, namentlich an den mit : bezeichneten Stellen, wo der Verlauf der Curve nur eine höchst unsichere Interpolation gestattete, nicht sehr gross. Jedoch übersteigen dieselben die voraussichtlichen Beobachtungsfehler bei Weitem und treten ausserdem in durchaus systematischer Weise auf. Es

müssen also entweder die Spiegelversuche oder die Interpolation aus den in Artikel 3 berechneten ausführlicheren Reihen systematische Fehler aufweisen. Nach der ganzen Art der Beobachtungsmethode glaube ich nicht, dass in den Resultaten des Artikel 3 irgend welche constante Fehler stecken können und ich war anfangs geneigt, den Spiegelversuchen nur ein geringes Gewicht zuzuschreiben. Dass diese in der That nicht völlig einwurfsfrei sind, werde ich näher begründen. Trotzdem aber wird man doch nicht ohne weiters überall, wo diese eine stärkere Abweichung zeigen, alles den Mängeln der angewandten Beobachtungsmethode zuschreiben dürfen. Es lassen sich nämlich Möglichkeiten anführen, die die gefundenen Differenzen sehr wohl erklären können. Wären diese Möglichkeiten nicht vorhanden, so hätte ich wahrscheinlich die Resultate der Spiegelversuche ganz unterdrückt, obwohl ich glaube, dass dieselben unter allen Umständen ein gewisses Interesse verdienen.

Ueberblicken wir zuerst die Umstände, welche die Resultate der Spiegelversuche in systematischer Weise beeinflussen können, so könnten hier etwa folgende Eventualitäten in Frage kommen:

1. Die linearen Abmessungen (l) könnten immer in demselben Sinne fehlerhaft ausgefallen sein. Wenn aber bedacht wird, dass es hier auf die Abmessung der gebrochenen Linie: Lampe — Spiegel — Platte ankommt und infolge der mehrfachen Verstellungen, welche der Apparat erfahren hat, sehr oft eine Aenderung der immer möglichst genau bestimmten Reductionsgrössen eingetreten ist, so muss diese Eventualität als sehr wenig wahrscheinlich abgewiesen werden.

2. Soll die Bedingung $i = -\varepsilon$ wirklich erfüllt sein, so muss die Normale des kleinen Spiegels, den Winkel zwischen den Richtungen nach der Lichtquelle und dem be-

leuchteten Theile der Platte halbiren. Hier genügt aber eine ungefähre Orientirung. Es können nämlich zweierlei Abweichungen von der genannten Lage auftreten. Erstens kann die Spiegelnormale ein klein wenig ausserhalb der durch die genannten beiden Richtungen definirten Ebene liegen. Zweitens aber kann die Spiegelnormale innerhalb der Ebene den erwähnten Winkel nicht genau halbiren. Der erste Fehler verfälscht nur die kleineren Winkelwerthe von i in merkbarem Betrage und wird, da die Helligkeit in diesem Falle stets wenig variirt, nicht von Belang sein können. Der zweite Fehler aber verschwindet, wenn man die bei positivem und einem gleich grossen negativen Werthe von i gemessenen Helligkeiten in ein Mittel vereinigt. Aus diesem Grunde wurden die Messungen stets völlig symmetrisch zu beiden Seiten der Normale der Platte ausgeführt. In den am Schlusse mitgetheilten Zahlen müsste also eine solche Fehlerquelle bemerkbar sein und im Mittel würde eine solche nahezu verschwinden. Die Beobachtungen zeigen überdies nichts Aehnliches.

3. Es ist nicht zu leugnen, dass nicht bei allen Einstellungen genau dieselben Spiegeltheile wirksam sind und da der angewandte Spiegel gewiss keiner war, der den höchsten Anforderungen entsprechen könnte, so können sehr wohl systematische Fehler dadurch verursacht worden sein. Daraus aber, dass wenn man die Abweichungen $T - S$ nach den abgelesenen l ordnet, ein ganz offenbarer Gang nicht ersichtlich ist, möchte ich doch schliessen, dass dieser Fehler nicht sehr bedeutend gewesen sein kann. Immerhin liegt hier in der That ein Punkt vor, welcher ernstere Zweifel an der völligen Richtigkeit der Spiegelbeobachtungen zulässt. Ich bin auch geneigt einen Theil der Abweichungen bei Porzellan und Gyps hierin zu suchen. Trotzdem möchte ich aber noch auf einen Umstand aufmerksam machen, der dieselbe Wirkung haben kann. Es ist sehr wohl möglich, dass

die Helligkeitscurven in der Nähe der Stellen $i = -\varepsilon$ anders geformt sein können, als die Interpolation aus den obigen Tabellen ergiebt. Mit andern Worten, die dort gewählten Intervalle sind in diesem Falle nicht ausreichend zu einer genügend zuverlässigen Interpolation. Ein ganz ähnliches Vorkommen zeigt, wie ich nachgewiesen habe,[1]) der Saturnring. Die Helligkeitscurve desselben zeigt in der Nähe der Stelle $i = -\varepsilon$ ein Anwachsen, auf das man durch Interpolation nicht schliessen würde. Dass ähnliche Verhältnisse auch bei den zerstreut reflectirenden Oberflächen vorkommen können, dürfte kaum zu bezweifeln sein.

5.

Es ist schon oben bemerkt worden, dass die optischen Vorgänge an zerstreut reflectirenden Substanzen sehr verwickelter Natur sind und dass es nicht wahrscheinlich ist, die beobachteten Eigenthümlichkeiten solcher Substanzen im Einzelnen durch eine allgemeine Theorie erklären zu können. Ganz von selbst drängt sich die Vorstellung auf, dass sowohl regelmässige Reflexionen an der Oberfläche der genannten Substanzen, als auch ein Zurückwerfen des Lichtes aus tiefer gelegenen Schichten stattfindet. Beide Vorgänge treten zu gleicher Zeit und in mehr oder weniger coordinirter Weise auf, weshalb es im Allgemeinen der Wirklichkeit nicht entsprechen dürfte, wenn nur einer derselben zur Erklärung der beobachteten Erscheinungen herangezogen wird. Im Allgemeinen werden nur Stoffe, die einen gewissen Grad von Rauhigkeit an der betrachteten Oberfläche zeigen, zu den zerstreut reflectirenden gerechnet werden, die Grenze aber, wo dies stattfindet, kann wohl in der Theorie, nicht aber in der Praxis definirt werden. Man weiss seit

1) Zur Theorie der Beleuchtung der grossen Planeten. Denkschriften der Münchener Akademie der Wissenschaften 1887.

Fresnel, dass bei grossen Einfalls- und Reflexionswinkeln Oberflächen von erheblicher Rauhigkeit vollständige Spiegelbilder ausgedehnterer Objecte liefern, woraus man den Schluss ziehen wird, dass solche Reflexionen, wenn auch nur von sehr kleinen Theilen der Fläche, auch bei andern Einfallswinkeln stattfinden werden. Solche Reflexionen werden sich dadurch bemerkbar machen, dass die betrachtete Fläche einen gewissen Glanz zeigt. In der Natur kommen alle Zwischenstufen zwischen vollkommen matten bis spiegelglatten Oberflächen vor, vielleicht nur mit der Ausnahme, dass beide Enden dieser Reihe niemals auftreten. Dass aber bei vielen Stoffen das Licht in gewisse Tiefen eindringt, ist schon durch das Vorhandensein der specifischen Körperfarbe erwiesen. Instructiv in dieser Beziehung ist die Betrachtung pulverisirter Farbstoffe. Je feiner das Pulver, desto weisslicher erscheint seine Farbe, weil das Licht eben nur von den obersten Schichten zurückgeworfen wird.

Bisher wurde die Photometrie zerstreut reflectirender Substanzen theoretisch nur in den beiden erwähnten einseitigen Richtungen verfolgt. Als die in ihrer Art consequentesten Betrachtungen sind die von Bouguer und neuerdings von Lommel angestellten anzusehen. Während jener Physiker die ganze Erscheinung auf einzelne regelmässige Reflexionen zurückzuführen sucht, verfolgt dieser die Bedingungen, welche die mit dem Eindringen des Lichtes in die Substanz auftretende Absorption nach sich zieht.

Ich möchte hier die Bouguer'sche Vorstellung, der in der Hauptsache freilich nur eine historische Bedeutung beigemessen werden kann, auf etwas allgemeinerer Grundlage verfolgen.

Die Oberfläche der zerstreut reflectirenden Substanz werde als eine Ebene betrachtet. Diese Ebene bezeichnet zwar die Grenze zwischen Substanz und Luft, aber sie thut es nur (wegen der Rauhheit der Oberfläche) im Grossen und

Ganzen. Die einzelnen Flächenelemente können über dieselbe hinausragen oder dieselbe auch nicht erreichen. Jedenfalls steht nichts im Wege, anzunehmen, dass die Flächenelemente als kleine Spiegel angesehen werden, welche sehr verschiedene und innerhalb gewisser Grenzen beliebige Neigungen gegen die genannte Ebene haben. Wird angenommen, dass diese Spiegel nach dem gewöhnlichen Reflexionsgesetz wirken, so werden nur jene Licht dem Beobachter zusenden, deren Normale den Winkel: Lichtquelle — Spiegel — Beobachter halbiren. Der letztere Winkel werde mit x bezeichnet, während n die Anzahl der kleinen Spiegel sei, welche die genannte Bedingung erfüllen. Dann wird das ganze betrachtete Flächenstück, wenn Licht und Beobachter in grosser Entfernung angenommen werden, die Lichtmenge

$$q = k\,n\,f\left(\frac{x}{2}\right)$$

dem Beobachter zusenden, wo k eine Constante ist und f die Abhängigkeit der Intensität des reflectirten Lichtstrahles vom Einfallswinkel $\frac{x}{2}$ ausdrückt. Bezeichnet ferner δ den Winkel der Normale der wirksamen Spiegel mit der Normalen der Grenzebene der Substanz und ω das Azimuth derselben in Bezug auf dieselbe Ebene und von einem beliebigen Anfang gerechnet, so wird

$$n = \varphi(\delta, \omega)$$

und das Functionszeichen φ ist für die betreffende Substanz characteristisch, weil es die Häufigkeit der verschiedenen Spiegelrichtungen angiebt. Es ergibt sich jetzt:

$$q = k\,\varphi(\delta, \omega)\; f\left(\frac{x}{2}\right) \tag{1}$$

Es erübrigt nur noch, δ und ω durch die üblichen Grössen anzugeben. Ist ω_0 das Aizmuth des unter dem

Incidenzwinkel i einfallenden Strahlenbündels, $A + \omega_0$ und ε dieselben Grössen für die reflectirten Strahlen, so ergiebt sich sofort:

$$\cos x = \cos i \cos \varepsilon + \sin i \sin \varepsilon \cos A$$

$$\sqrt{2} \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{1 + \cos i \cos \varepsilon + \sin i \sin \varepsilon \cos A}$$

und mit Hilfe dieser Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} 2 \cos \frac{x}{2} \sin \delta \sin (\omega - \omega_0) &= \sin \varepsilon \sin A \\ 2 \cos \frac{x}{2} \sin \delta \cos (\omega - \omega_0) &= \sin i + \sin \varepsilon \cos A \\ 2 \cos \frac{x}{2} \cos \delta \qquad\qquad &= \cos i + \cos \varepsilon \end{aligned}\right\}$$

Bei den in den früheren Artikeln besprochenen Beobachtungen war $A = 0$ oder 180^0. Im ersten Falle ist

$$\delta = \frac{i + \varepsilon}{2}; \; x = \pm (i - \varepsilon)$$

Im zweiten Falle hat man

$$\delta = \pm \left(\frac{i - \varepsilon}{2}\right); \; x = i + \varepsilon$$

Die Beleuchtungsgesetze stellen sich also in den beiden Formen dar:

$$\left.\begin{aligned} q &= k \, \varphi \left(\frac{i + \varepsilon}{2}\right) f \left[\pm \left(\frac{i - \varepsilon}{2}\right)\right] \\ \text{oder} \quad q &= k \, \varphi \left[\pm \left(\frac{i - \varepsilon}{2}\right)\right] f \left(\frac{i + \varepsilon}{2}\right) \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

Hierin ist φ eine ganz willkürliche Function, während dies f nur insoweit ist, als man die Abhängigkeit der Intensität des reflectirten Lichtes von dem Einfallswinkel beliebig voraussetzen darf. Weitere Folgerungen an die an-

gestellten Betrachtungen zu knüpfen, scheint mir nicht am Platze. Die von Lommel[1]) zuerst consequent durchgeführte Absorptionstheorie führt auf die Formel

$$q = \gamma \cdot \frac{\cos i \cos \varepsilon}{k \cos i + \cos \varepsilon} \tag{3}$$

worin k eine positive constante Zahl bedeutet. Kürzlich[2]) hat derselbe Physiker die Vorstellungen, welche der Formel (3) zu Grunde liegen, verallgemeinert, indem er die Annahme verfolgte, dass jedes Volumenelement des in Frage kommenden Stoffes nicht nur von der Lichtquelle, sondern auch von den benachbarten Volumenelementen beleuchtet wird. Wie es scheint lässt sich dieser Vorgang nicht durch eine leicht berechenbare Formel ausdrücken. Begnügt man sich indessen mit den beiden ersten Gliedern einer gewissen Reihenentwicklung, zu der das Problem von selbst auffordert, so ergibt sich der Ausdruck (das in (3) vorkommende $k = 1$ gesetzt):

$$q = \gamma \cdot \frac{\cos i \cos \varepsilon}{\cos i + \cos \varepsilon} \left\{ 1 + \mu \log \left[(1 + \cos i)^{\cos i} (1 + \cos \varepsilon)^{\cos \varepsilon} \right] \right\} \tag{4}$$

Die Formeln (3) und (4) setzen eine ganz bestimmte Eigenschaft der einzelnen Theile der betrachteten Substanz voraus, nämlich, dass sie die Fähigkeit haben sollen, das empfangene Licht nach allen Seiten mit gleicher Intensität abzugeben; ferner ist die Annahme gemacht worden, dass die Absorption in allen Richtungen gleich stark sei. Es dürfte nun wohl kaum einem Zweifel unterliegen, dass diese Annahme alle in der Natur vorkommenden Fälle nicht umfassen kann. Lässt man sie aber fallen, so sieht man sofort,

---

1) Wiedemann's Annalen Bd. 10, S. 449 ff.; vergleiche auch: Vierteljahrsschr. d. Astron. Ges. Bd. 21, p. 217.

2) Sitzungsberichte der math.-phys. Classe der k. Akademie in München 1887 p. 95.

dass man ganz ohne Rechnung die Behauptung aufstellen kann: die Berücksichtigung nur der Absorption, auch ohne Rücksichtsnahme auf eine Oberflächenreflexion, erklärt jedes beobachtete photometrische Verhalten, wenn nur über die Art der Lichtabgabe in den tiefer gelegenen Schichten passende Annahmen gemacht werden. Ohne bestimmte Annahmen wird man wohl keine eigentliche Theorie der Beleuchtung zerstreut reflectirender Substanzen, die erst durch die Beobachtung verificirt werden soll, ausarbeiten können. Aber auch die gewöhnlichen photometrischen Beobachtungen, wie sie z. B. hier vorliegen, werden die physikalischen Vorgänge, welche bei der Beleuchtung der genannten Stoffe eintreten, kaum aufhellen können. Diese Vorgänge sind bisher noch wenig studirt worden und dürfen als noch sehr wenig bekannt bezeichnet werden.

Schiesslich wäre noch zu erwähnen, was ich schon vor längerer Zeit an verschiedenen Orten wiederholt hervorgehoben habe und was auch sonst ziemlich allgemein bekannt, wenngleich von manchen Seiten immer noch nicht gehörig berücksichtigt worden ist, dass das sogenannte Lambert'sche Gesetz bisher weder theoretisch aus zulässigen Betrachtungen abgeleitet worden ist, noch sich, wie die mitgetheilten Beobachtungen ergeben, empirisch bestätigt. Von einigem formalen Interesse wird es vielleicht sein, wenn ich hervorhebe, dass es sich nicht als specieller Fall aus den Bouguer'schen Vorstellungen, wie manchmal behauptet worden, ergibt. Es lässt sich leicht zeigen, dass die Formel (2) durch passende Wahl von φ und f nicht in die Lambert'sche Formel übergeführt werden kann, ausser für ganz specielle Werthe von i und ε.

6.

Zum Schlusse wird es nicht unpassend sein, noch einige Bemerkungen speciell über die Rolle, welche die Beleuchtung

zerstreut reflectirender Substanzen in der Astronomie spielt, zu machen.

Dass die weitgehenden Schlüsse in Bezug auf die physikalischen Eigenschaften der Planetenoberflächen, welche bis jetzt beinahe ausschliesslich auf Grundlage der Lambert'schen Formel und hieraus abgeleiteter Albedowerthe aufgebaut worden sind, zum grössten Theile illusorisch sind, habe ich an einem andern Orte[1]) näher beleuchtet. Die Photometrie der Planeten (mit Ausnahme einiger Fälle, zu denen ich das Saturnsystem[2]) rechne) bietet in der That solche Schwierigkeiten dar, dass ein Zweifel an der Möglichkeit der endgültigen Bewältigung derselben gerechtfertigt sein dürfte. Nur wenn der Planet von einer verhältnissmässig dichten Atmosphäre umgeben ist, dürften die Umstände günstiger liegen. Dort wird mit einiger Wahrscheinlichkeit das einfache Absorptionsgesetz (3) oder (4) den thatsächlichen Verhältnissen annähernd entsprechen, obwohl eine einwurfsfreie Begründung dieser Meinung bis jetzt noch nicht ausführbar ist. Dagegen wird eine theoretische Berechnung der Abhängigkeit der von einem Planeten ausgesandten Lichtmenge von der Phase kaum möglich sein, wenn jene in der Hauptsache von einer festen, etwa unserer Erde ähnlichen Oberfläche herrührt. Man stelle sich nur vor, welche photometrischen Verhältnisse unsere Erde einem Beobachter z. B. auf dem Planeten Mars darbieten muss! Die Oberfläche der Erde, wird zum grossen Theile von Wassermassen bedeckt, welche das Licht nicht nur zerstreut reflectiren, sondern auch zum grossen Theil nach den gewöhnlichen Spiegelgesetzen zurückwerfen. Aber auch der letztere Vorgang geschieht hier unter sehr verwickelten Umständen, denn die Meere bilden durchaus keine

---

1) Vierteljahresschrift der Astron. Ges. 21.

2) Zur Theorie der Beleuchtung der grossen Planeten etc. a. a. O.

glatten Flächen, sondern befinden sich fortwährend in einem Zustande mehr oder weniger grosser Unruhe. Welch' complicirte Lichtreflexe an einer unruhigen Wasserfläche auftreten, davon kann man sich aber, wenigstens im kleinen Massstabe, oft genug überzeugen. Hierzu kommen noch die anderen heterogenen Theile der Erdoberfläche mit ihren verschiedenen Farben- und Helligkeitsabstufungen. Welchen verschiedenen Anblick gewähren nicht ausgedehnte Schneemassen, bewaldete, mit Gras bedeckte oder sterile Landstriche etc., von den nicht zu vernachlässigenden Gebirgszügen mit ihren Schatten gar nicht zu reden. Nach welch' verschiedenen Gesetzen solche, in einiger Entfernung durchaus das Aussehen zerstreut reflectirender Flächen darbietende Landstrecken das Licht zurückwerfen, davon kann man sich sehr leicht durch den Augenschein überzeugen. Geht man über eine mit frisch gefallenem Schnee bedeckte Ebene, welche vom Monde[1]) beleuchtet wird, so fällt es auf den ersten Blick auf, dass die in gleichem Azimuth mit dem Mond sich befindenden Theile bei weitem am hellsten erscheinen. Von hier nimmt die Helligkeit nach beiden Richtungen ab und erreicht ihr Minimum in einem von dem früheren um 180° verschiedene Azimuthe. Gerade das Gegentheil bemerkt man mit gleicher Deutlichkeit, wenn man die Helligkeitsvertheilung auf einem etwa mit kurz geschnittenem Gras oder Stoppeln bewachsenen oder auch mit frisch aufgeworfener Ackererde bedeckten Felde studirt. Hier sind ganz entschieden diejenigen Theile die am wenigsten hellen, welche sich mit dem Monde in gleichem Azimuthe befinden und die Helligkeit nimmt von hier aus bis zum diametral gelegenen Puncte fortwährend zu. Eine Erklärung

---

1) Mondbeleuchtung ist günstiger als der helle Sonnenschein, weil bei ihr die Einzelheiten mehr zu Gunsten der allgemeinen Erscheinung in den Hintergrund treten.

dieser Erscheinung ist leicht gegeben. Sie beruht auf ganz gleichen Ueberlegungen, welche bekanntlich zur Erklärung des sogenannten „Heiligenscheines", der um den Kopf der Schattenfigur eines Beobachters auf freiem Felde unter Umständen bemerkt wird, [1]) herangezogen werden. Ein ähnliches Vorkommnis wurde oben am Sandstein beobachtet. — Nach dem Gesagten wird aber die von der Erde ausgesandte Lichtquantität sich in äusserst complicirter Weise zusammensetzen. Sie wird offenbar eine Periode von nahe 24 Stunden aufweisen und wenn die Beobachtungen so ausgeführt sind, dass diese Periode durch andere Umstände verwischt erscheint, wird sich in den Messungen ein gewisser mittlerer Zustand der Erdoberfläche aussprechen. Was wir aber darunter in physikalischem Sinne zu verstehen hätten, ist kaum zu definiren. Nur soviel ist sicher, dass ein solcher mittlerer Zustand photometrisch so zum Ausdruck kommen wird, dass ein Rückschluss auf die speciellere Beschaffenheit der Erdoberfläche kaum möglich sein dürfte.

Was hier von der Erde gesagt wurde, deren Lichtquantitäten einem Marsbewohner eine nicht sicher zu erklärende Lichtcurve darbieten werden, gilt voraussichtlich in ähnlicher Weise für den Beobachter auf der Erde, wenn derselbe die Planeten Mercur, Venus und Mars betrachtet, die wahrscheinlich keine sehr dichte Atmosphäre haben. Die Lichtcurven, welche die Abhängigkeit der Lichtmenge von der Phase angeben, werden hier in sehr verschiedener Form auftreten und eine dem betreffenden Planeten eigenthümliche Gestalt annehmen. Die Beobachtungen scheinen dies bei Mercur und Venus zu bestätigen und machen es also wenig

---

2) Vergl. u. A. v. Winterfeld: Gilbert's Annal. XVIII pg. 57, 1804; Brandes an demselben Orte XIX pg. 366; Lommel: Poggendorff's Annalen Bd. 150 pg. 10.

wahrscheinlich in Bezug auf diese Planeten mit Sicherheit mehr aussagen zu können, als dass bei ihnen keine so dichte Atmosphäre vorhanden ist, welche im Stande wäre die von den festen Oberflächentheilen ausgesandten Lichtmengen wesentlich zu verdecken.

7. Die Beobachtungen.

1. Lehm.

ε	i	l	ε	i	l	ε	i	l
+ 80°	− 70°	58.4	+ 80°	− 50°	63.5	+ 80°	− 30°	69.9
+ 60	− 50	68.8	+ 60	− 30	73.1	+ 60	− 10	75.9
+ 40	− 30	73.2	+ 40	− 10	76.5	+ 40	+ 10	76.0
+ 20	− 10	79.1	+ 20	+ 10	79.1	+ 20	+ 30	73.8
0	+ 10	80.7	0	+ 30	73.4	0	+ 50	63.2
− 20	+ 30	75.4	− 20	+ 50	65.0	− 20	+ 70	47.8
− 40	+ 50	67.7	− 40	+ 70	49.7			
− 60	+ 70	57.7						

ε	i	l	ε	i	l	ε	i	l
+ 80°	− 10°	72.2	+ 80°	+ 10°	76.6	+ 80°	+ 30	79.6
+ 60	+ 10	77.9	+ 60	+ 30	78.7	+ 60	+ 50	74.4
+ 40	+ 30	74.7	+ 40	+ 50	70.4	+ 40	+ 70	53.6
+ 20	+ 50	64.5	+ 20	+ 70	50.4			
0	+ 70	47.1						

$\varepsilon = +80^0$		$\varepsilon = +60^0$		$\varepsilon = +40^0$	
i	l	i	l	i	l
− 70°	56.1	− 50°	67.0	− 30°	82.3
− 50	61.0	− 30	71.3	− 10	86.3
− 30	65.2	− 10	74.0	+ 10	86.6
− 10	70.6	+ 10	76.4	+ 30	83.2
+ 10	75.4	+ 30	76.2	+ 50	75.2
+ 30	75.7	+ 50	70.0	+ 70	58.2
+ 50	73.8	+ 70	58.4		

$\varepsilon = +20^0$		$\varepsilon = 0^0$		$\varepsilon = -20^0$	
i	l	i	l	i	l
-10^0	87.2	$+10^0$	87.0	$+30^0$	82.8
$+10$	87.0	$+30$	81.0	$+50$	70.2
$+30$	81.5	$+50$	70.4	$+70$	51.0
$+50$	70.7	$+70$	51.7		
$+70$	53.3				

2. **Milchglas** (dicke Platte).

ε	i	l	ε	i	l	ε	i	l
$+80^0$	-70^0	51.1	$+80^0$	-50^0	69.2	$+80^0$	-30^0	74.3
$+60$	-50	75.6	$+60$	-30	87.6	$+60$	-10	88.5
$+40$	-30	89.6	$+40$	-10	95.0	$+40$	$+10$	90.0
$+20$	-10	98.2	$+20$	$+10$	99.6	$+20$	$+30$	84.8
0	$+10$	98.2	0	$+30$	93.1	0	$+50$	71.4
-20	$+30$	91.1	-20	$+50$	78.4	-20	$+70$	52.3
-40	$+50$	77.3	-40	$+70$	57.9			
-60	$+70$	59.2						

ε	i	l	ε	i	l	ε	i	l
$+80^0$	-10^0	82.6	$+80^0$	$+10^0$	83.6	$+80^0$	$+30^0$	86.9
$+60$	$+10$	91.4	$+60$	$+30$	90.2	$+60$	$+50$	88.5
$+40$	$+30$	88.4	$+40$	$+50$	80.0	$+40$	$+70$	61.6
$+20$	$+50$	74.6	$+20$	$+70$	54.7			
0	$+70$	52.4						

$\varepsilon = +80^0$		$\varepsilon = +60^0$		$\varepsilon = +40^0$	
i	l	i	l	i	l
-70^0	46.4	-50^0	71.4	-30^0	76.4
-50	62.2	-30	84.3	-10	82.7
-30	74.8	-10	92.4	$+10$	86.6
-10	82.4	$+10$	92.8	$+30$	85.3
$+10$	87.3	$+30$	92.6	$+50$	75.8
$+30$	85.5	$+50$	90.6	$+70$	57.6
$+50$	92.2	$+70$	82.9		

ε = + 20°	
i	*l*
− 10°	87.4
+ 10	88.5
+ 30	83.0
+ 50	72.4
+ 70	51.4

ε = 0°	
i	*l*
+ 10°	88.4
+ 30	82.8
+ 50	68.7
+ 70	49.1

ε = − 20°	
i	*l*
+ 30°	81.9
+ 50	68.7
+ 70	49.1

3. Sandstein IV.

ε	*i*	*l*
+ 80°	− 70°	62.2
+ 60	− 50	75.0
+ 40	− 30	81.2
+ 20	− 10	85.6
0	+ 10	88.2
− 20	+ 30	84.3
− 40	+ 50	77.1
− 60	+ 70	63.4

ε	*i*	*l*
+ 80°	− 50°	69.7
+ 60	− 30	80.8
+ 40	− 10	85.2
+ 20	+ 10	85.5
0	+ 30	81.8
− 20	+ 50	74.4
− 40	+ 70	58.1

ε	*i*	*l*
+ 80°	30°	79.3
+ 60	− 10	84.3
+ 40	+ 10	84.7
+ 20	+ 30	81.6
0	+ 50	74.7
− 20	+ 70	56.5

ε	*i*	*l*
+ 80°	− 10°	80.2
+ 60	+ 10	83.2
+ 40	+ 30	81.4
+ 20	+ 50	72.3
0	+ 70	54.6

ε	*i*	*l*
+ 80°	+ 10°	80.9
+ 60	+ 30	80.1
+ 40	+ 50	71.1
+ 20	+ 70	52.9

ε	*i*	*l*
+ 80°	+ 30°	78.8
+ 60	+ 50	72.1
+ 40	+ 70	54.2

ε = + 80°	
i	*l*
− 70°	75.2
− 50	80.1
− 30	87.3
− 10	92.4
+ 10	92.2
+ 30	92.4
+ 50	86.4
+ 70	76.1

ε = + 60°	
i	*l*
− 50°	92.8
− 30	96.5
− 10	97.6
+ 10	98.4
+ 30	92.4
+ 50	84.2
+ 70	68.2

ε = + 40°	
i	*l*
− 30°	88.0
− 10	88.7
+ 10	88.4
+ 30	84.3
+ 50	74.1
+ 70	58.8

$\varepsilon = +20^0$		$\varepsilon = 0^0$		$\varepsilon = -20^0$	
i	l				
-10^0	92.0	$+10^0$	94.2	$+30^0$	94.5
$+10$	91.5	$+30$	91.3	$+50$	81.7
$+30$	86.3	$+50$	78.0	$+70$	62.0
$+50$	76.6	$+70$	60.0		
$+70$	59.1				

4. Schiefer.

ε	i	l	ε	i	l	ε	i	l
$+80^0$	-70^0	73.6	$+80^0$	-60^0	56.8	$+80^0$	-50^0	66.1
$+70$	-60	79.5	$+70$	-50	62.2	$+70$	-40	71.6
$+60$	-50	84.1	$+60$	-40	64.2	$+60$	-30	74.1
$+50$	-40	88.4	$+50$	-30	67.2	$+50$	-20	75.5
$+40$	-30	92.7	$+40$	-20	69.9	$+40$	-10	77.9
$+30$	-20	97.5	$+30$	-10	73.3	$+30$	0	81.5
$+20$	-10	102.3	$+20$	0	76.9	$+20$	$+10$	83.9
$+10$	0	107.4	$+10$	$+10$	77.9	$+10$	$+20$	83.6
0	$+10$	106.9	0	$+20$	74.5	0	$+30$	77.4
-10	$+20$	102.2	-10	$+30$	70.5	-10	$+40$	72.8
-20	$+30$	98.0	-20	$+40$	65.8	-20	$+50$	67.4
-30	$+40$	92.8	-30	$+50$	61.4	-30	$+60$	60.6
-40	$+50$	88.1	-40	$+60$	55.9	-40	$+70$	52.9
-50	$+60$	80.0	-50	$+70$	47.6	-50	$+80$	39.3
-60	$+70$	71.8						
-70	$+80$	61.9						

ε	i	l	ε	i	l	ε	i	l
$+80^0$	-40^0	72.1	$+80^0$	-30^0	78.3	$+80^0$	-20^0	76.0
$+70$	-30	75.9	$+70$	-20	82.8	$+70$	-10	81.6
$+60$	-20	79.7	$+60$	-10	85.6	$+60$	0	82.5
$+50$	-10	82.4	$+50$	0	87.4	$+50$	$+10$	85.4
$+40$	0	86.2	$+40$	$+10$	89.9	$+40$	$+20$	87.9
$+30$	$+10$	88.6	$+30$	$+20$	90.5	$+30$	$+30$	88.3
$+20$	$+20$	90.5	$+20$	$+30$	88.8	$+20$	$+40$	81.4
$+10$	$+30$	84.0	$+10$	$+40$	82.1	$+10$	$+50$	72.2
0	$+40$	78.6	0	$+50$	73.5	0	$+60$	63.4
-10	$+50$	72.1	-10	$+60$	64.5	-10	$+70$	51.3
-20	$+60$	63.9	-20	$+70$	53.5	-20	$+80$	35.1
-30	$+70$	54.7	-30	$+80$	36.9			
-40	$+80$	37.4						

ε	i	l
+ 80°	− 10°	82.6
+ 70	0	86.8
+ 60	+ 10	89.7
+ 50	+ 20	91.3
+ 40	+ 30	91.1
+ 30	+ 40	86.4
+ 20	+ 50	76.7
+ 10	+ 60	64.8
0	+ 70	52.4

ε	i	l
+ 80°	+ 0°	85.2
70	10	89.6
60	20	91.5
50	30	91.7
40	40	90.2
30	50	81.1
20	60	67.6
10	70	54.3

ε	i	l
+ 80°	+ 10°	81.5
+ 70	+ 20	88.5
+ 60	+ 30	93.8
+ 50	+ 40	93.7
+ 40	+ 50	86.5
+ 30	+ 60	74.5
+ 20	+ 70	58.1
+ 10	+ 80	39.6

ε	i	l
+ 80°	+ 20°	87.9
+ 70	+ 30	95.9
+ 60	+ 40	99.6
+ 50	+ 50	96.2
+ 40	+ 60	81.5
+ 30	+ 70	65.5
+ 20	+ 80	44.6

ε	i	l
+ 80°	+ 30°	93.4
+ 70	+ 40	102.1
+ 60	+ 50	103.9
+ 50	+ 60	92.6
+ 40	+ 70	72.9
+ 30	+ 80	50.7

ε	i	l
+ 80°	+ 40°	118.2
+ 70	+ 50	127.0
+ 60	+ 60	116.8
+ 50	+ 70	92.7
+ 40	+ 80	62.2

ε	i	l
+ 80°	+ 50°	131.6
+ 70	+ 60	128.0
+ 60	+ 70	112.1
+ 50	+ 80	72.1

ε = + 80°	
i	l
− 70°	81.8
− 60	81.8
− 50	85.4
− 40	91.2
− 30	94.5
− 20	100.0
− 10	101.7
0	103.9
+ 10	107.1
+ 20	112.0
+ 30	121.4
+ 40	131.7
+ 50	148.0

ε = + 70°	
i	l
− 60°	84.2
− 50	86.0
− 40	90.0
− 30	93.1
− 20	97.2
− 10	100.5
0	103.7
+ 10	107.7
+ 20	114.3
+ 30	121.6
+ 40	130.4
+ 50	139.3
+ 60	146.9

ε = + 60°	
i	l
− 50°	82.3
− 40	86.0
− 30	89.3
− 20	91.2
− 10	93.0
0	95.7
+ 10	98.2
+ 20	101.5
+ 30	106.3
+ 40	113.2
+ 50	120.0
+ 60	121.3
+ 70	115.2

$\varepsilon = +50^0$		$\varepsilon = +40^0$		$\varepsilon = +20^0$	
i	l	i	l	i	l
-40^0	91.0	-30^0	82.6	-10^0	101.8
-30	91.7	-20	84.9	0	104.4
-20	94.3	-10	87.7	$+10$	106.3
-10	97.5	0	92.0	$+20$	105.3
0	99.1	$+10$	96.7	$+30$	101.3
$+10$	102.1	$+20$	98.3	$+40$	95.9
$+20$	104.1	$+30$	100.4	$+50$	91.4
$+30$	107.8	$+40$	97.6	$+60$	82.2
$+40$	111.5	$+50$	95.1	$+70$	71.5
$+50$	110.9	$+60$	90.0	$+80$	52.5
$+60$	105.9	$+70$	78.7		
$+70$	94.8	$+80$	60.6		
$+80$	73.8				

$\varepsilon = 0^0$		$\varepsilon = -20^0$		$\varepsilon = -30^0$	
i	l	i	l	i	l
$+10^0$	100.6	$+30^0$	97.2	$+40^0$	95.2
$+20$	94.8	$+40$	90.0	$+50$	87.9
$+30$	88.1	$+50$	82.4	$+60$	78.1
$+40$	81.9	$+60$	74.9	$+70$	65.3
$+50$	77.9	$+70$	62.8	$+80$	47.6
$+60$	68.5	$+80$	47.3		
$+70$	57.5				

$\varepsilon = -40^0$	
i	l
$+50^0$	89.4
$+60$	78.1
$+70$	66.0
$+80$	49.0

5. Gyps.

ε	i	l
+ 80°	− 45°	62.2
+ 75	− 40	67.0
+ 70	− 35	70.8
+ 65	− 30	75.3
+ 60	− 25	80.3
+ 55	− 20	82.1
+ 45	− 10	84.3
+ 35	0	86.0
+ 25	+ 10	84.7
+ 15	+ 20	84.4
+ 5	+ 30	82.6
0	+ 35	80.3
− 5	+ 40	76.4
− 10	+ 45	74.8
− 15	+ 50	71.3
− 20	+ 55	67.5
− 25	+ 60	63.7
− 30	+ 65	58.8
− 35	+ 70	53.9
− 40	+ 75	47 1

ε	i	l
+ 75°	− 30°	74 8
+ 70	− 25	78.3
+ 65	− 20	80.0
+ 55	− 10	83.9
+ 45	0	86.8
+ 35	+ 10	86.3
+ 25	+ 20	85.6
+ 15	+ 30	83.5
+ 10	+ 35	82.2
+ 5	+ 40	79.3
0	+ 45	75.3
− 5	+ 50	73.1
− 10	+ 55	70.1
− 15	+ 60	63.5
− 20	+ 65	59.5
− 25	+ 70	54.6
− 30	+ 75	47.8

ε	i	l
+ 80°	− 25°	68.3
+ 75	− 20	70.1
+ 65	− 10	74.8
+ 55	0	76.4
+ 45	+ 10	78.2
+ 35	+ 20	77.0
+ 30	+ 25	75.9
+ 25	+ 30	74.4
+ 20	+ 35	73.4
+ 15	+ 40	71.3
+ 10	+ 45	68.9
+ 5	+ 50	66.1
0	+ 55	62.1
− 5	+ 60	57.6
− 10	+ 65	53.2
− 15	+ 70	47.2

ε	i	l
+ 80°	− 15°	83.2
+ 75	− 10	86.1
+ 65	0	90.8
+ 55	+ 10	90.5
+ 45	+ 20	88.2
+ 35	+ 30	86.3
+ 25	+ 40	82.1
+ 15	+ 50	77.1
+ 10	+ 55	72.2
+ 5	+ 60	67.7
0	+ 65	63.4
− 5	+ 70	57.4
− 10	+ 75	51.7
− 15	+ 80	43.5

ε	i	l
+ 80°	− 5°	90.5
+ 75	0	94.8
+ 65	+ 10	95.2
+ 55	+ 20	92.5
+ 45	+ 30	90.3
+ 35	+ 40	87.3
+ 25	+ 50	79.2
+ 20	+ 55	75.6
+ 15	+ 60	70.4
+ 10	+ 65	67.2
+ 5	+ 70	61.2
0	+ 75	54.2
− 5	+ 80	45.6

ε	i	l
+ 80°	+ 5°	86.4
+ 75	+ 10	86.8
+ 70	+ 15	87.5
+ 65	+ 20	86.2
+ 55	+ 30	85.6
+ 45	+ 40	82.5
+ 40	+ 45	80.5
+ 35	+ 50	76.8
+ 30	+ 55	73.5
+ 25	+ 60	68.8
+ 20	+ 65	63.6
+ 15	+ 70	58.6
+ 10	+ 75	51.0
+ 5	+ 80	43.5

ε	i	l
+80°	+15°	89.0
+75	+20	89.2
+70	+25	88.5
+65	+30	87.2
+60	+35	86.7
+55	+40	84.4
+50	+45	81.5
+45	+50	78.8
+40	+55	74.2
+35	+60	70.2
+30	+65	65.8
+25	+70	59.5
+20	+75	52.9
+15	+80	42.7

ε	i	l
+80°	+25°	88.6
+75	+30	87.8
+70	+35	87.7
+65	+40	86.4
+60	+45	83.9
+55	+50	82.3
+50	+55	77.9
+45	+60	73.4
+40	+65	66.4
+35	+70	61.0
+30	+75	53.4
+25	+80	45.2

ε	i	l
+80°	+35°	85.6
+75	+40	86.8
+70	+45	84.3
+65	+50	82.6
+60	+55	76.9
+55	+60	72.7
+50	+65	66.8
+45	+70	60.8
+40	+75	53.3
+35	+80	45.1

ε = +80°

i	l
−70°	48.6
−60	54.9
−50	61.2
−40	66.3
−30	70.9
−20	74.7
−10	77.5
0	78.6
+10	78.8
+20	78.7
+30	78.8
+40	77.3
+50	76.1
+60	73.8
+70	74.2

ε = +60°

i	l
−50°	70.6
−40	75.2
−30	79.2
−20	85.2
−10	88.0
0	88.4
+10	88.2
+20	87.4
+30	85.4
+40	81.1
+50	77.4
+60	72.5
+70	64.5
+80	50.1

ε = +40°

i	l
−30°	79.6
−20	81.9
0	85.4
+20	84.8
+40	78.8
+60	67.9
+70	55.8

ε = +20°

i	l
−10°	88.8
0	89.6
+20	86.0
+40	77.8
+60	65.4
+70	54.1

ε = 0°

i	l
+10°	91.5
+30	84.0
+50	71.7
+70	51.6

ε = −20°

i	l
+30°	84.5
+50	73.0
+70	52.3

ε = −40°

i	
+50°	72.2
+70	53.3

6. Porzellan.

ε	i	l
+70°	−50°	69.4
+60	−40	76.1
+50	−30	83.4
+40	−20	87.5
+30	−10	90.1
+20	+0	92.0
+10	+10	90.4
0	+20	87.5
−10	+30	82.8
−20	+40	79.1
−30	+50	72.6
−40	+60	65.2
−50	+70	55.3
−60	+80	39.7

ε	i	l
+80°	−50°	59.7
+70	−40	68.8
+60	−30	75.7
+50	−20	79.5
+40	−10	82.1
+30	0	83.6
+20	+10	82.6
+10	+20	81.2
0	+30	76.0
−10	+40	71.4
−20	+50	66.7
−30	+60	58.7
−40	+70	50.0

ε	i	l
+80°	−40°	64.2
+70	−30	70.8
+60	−20	76.9
+50	−10	79.6
+40	0	81.8
+30	+10	80.4
+20	+20	78.3
+10	+30	75.3
0	+40	70.4
−10	+50	64.9
−20	+60	57.8
−30	+70	49.4

ε	i	l
+80°	−30°	71.7
+70	−20	77.7
+60	−10	81.7
+50	0	83.3
+40	+10	83.7
+30	+20	81.4
+20	+30	79.0
+10	+40	72.1
0	+50	65.4
−10	+60	58.7
−20	+70	49.5
−25	+75	41.4

ε	i	l
+80°	−20°	73.3
+70	−10	79.4
+60	0	82.6
+50	+10	81.8
+40	+20	80.5
+30	+30	77.7
+20	+40	72.3
+10	+50	65.2
0	+60	58.7
−10	+70	49.1
−15	+75	41.9

ε	i	l
+80°	−10°	76.5
+70	0	82.4
+60	+10	83.5
+50	+20	80.7
+40	+30	77.6
+30	+40	72.9
+20	+50	66.1
+10	+60	57.6
0	+70	47.2
−5	+75	39.7

ε	i	l
+80°	0°	82.2
+70	+10	84.7
+60	+20	82.8
+50	+30	80.7
+40	+40	77.3
+30	+50	70.0
+20	+60	59.4
+10	+70	49.7
+5	+75	42.0

ε	i	l
+80°	+10°	83.8
+75	+15	84.2
+70	+20	85.0
+65	+25	84.7
+60	+30	83.6
+55	+35	82.6
+50	+40	80.9
+45	+45	78.3
+40	+50	74.0
+35	+55	69.8
+30	+60	66.7
+25	+65	60.6
+20	+70	54.7
+15	+75	47.3
+10	+80	39.0

ε	i	l
+80°	+20°	83.9
+70	+30	86.3
+60	+40	84.0
+50	+50	78.6
+40	+60	67.6
+30	+70	54.2
+25	+75	44.9

ε	i	l
+ 80°	+ 30°	85.2
+ 70	+ 40	87.4
+ 60	+ 50	82.6
+ 50	+ 60	72.7
+ 40	+ 70	57.7
+ 30	+ 80	38.8

ε = + 80°

i	l
− 70°	48.2
− 60	58.9
− 40	75.1
− 20	83.6
− 0	91.8
+ 20	90.4
+ 40	90.5

ε = + 60°

i	l
− 50°	75.0
− 40	81.5
− 20	92.0
0	96.4
+ 20	93.8
+ 40	91.1

ε = + 40°

i	l
− 30°	94.4
− 20	100.7
0	103.9
+ 20	99.3
+ 40	90.0
+ 60	76.0
+ 80	49.5

ε = + 20°

i	l
− 10°	98.8
0	100.3
+ 20	96 0
+ 40	87.3
+ 60	71.5
+ 70	61.7

ε = 0°

i	l
+ 10°	96.1
+ 20	93.6
+ 40	84.4
+ 60	69.0
+ 70	57.1

ε = − 20°

i	l
+ 30°	84.7
+ 40	80.0
+ 60	65.4
+ 70	54.5

ε = − 40°

i	l
+ 50°	73.6
+ 60	63.9
+ 70	54.4

Beobachtungen mit dem Spiegel.

$\varepsilon = -i$	Porzellan	Gyps	Marmor 1.	Marmor 2.	Marmor 3.	Alabaster	Glaspapier	Lehm	Ziegelstein
+ 70°	—	—	38.5	46.4	44.0	45.9	42.2	52.8	59.4
+ 60	62.1	59.8	47.6	56.5	52.9	52.2	49.3	56.9	63.6
+ 50	69.6	65.6	53.9	65.2	59.6	56 5	54.5	60.5	67.8
+ 40	73.9	71.9	59.5	70.1	64.4	58.9	59.5	63.3	70.0
+ 30	78.4	75.9	63.7	74.5	68.2	62.1	63.5	66.2	72.6
+ 20	80.5	77.9	65.4	78.8	71.4	64.2	66.8	68.9	74.2
+ 10	81.5	79.5	68.7	83.6	73.5	66.0	68.0	69.6	75.5
0	81.2	80.0	76.4	85.4	74.5	67.1	69.2	71.2	76.0
— 10	80.3	78.6	68.1	82.8	73.2	66.3	67.6	69.9	74.7
— 20	77.7	77.2	65.0	78.3	70.8	64.9	66.0	68.8	73.9
— 30	75.4	74.2	61.2	75.5	67.0	62.8	62.1	66.2	73.3
— 40	71.8	68.9	58.4	70 4	63.4	60.2	58.6	64.3	70.5
— 50	66.3	64.0	53.3	64.6	58.5	55.7	53.6	60.9	67.3
— 60	61.4	57.7	47.0	57.0	52.3	51.2	47.5	57.7	63.0
— 70	—	—	38.0	46.3	42.9	43.3	41.5	53.1	58.6

$\varepsilon = -i$	Kreide	Sandstein 1.	Sandstein 2a.	Sandstein 2.	Sandstein 3.	Sandstein 4.	Sandstein 5.	Kalkstein
+ 70°	60.5	57.3	51.6	57.3	64.2	49.9	58.3	41.8
+ 60	67.8	63.3	57.0	62.4	69.8	55.5	63.3	49.9
+ 50	75.9	67.6	61.6	66.7	74.8	59.3	68.2	55.0
+ 40	81.6	70.7	65.2	70.1	79.1	61.1	72.8	60.6
+ 30	85.9	73.6	68.1	71.4	82.3	63.2	75.4	65.0
+ 20	89.6	76.7	69.4	73.2	83.7	64.3	77.4	68.6
+ 10	92.4	77.3	71.4	74.0	84.7	65.4	78.4	69.6
0	94.6	78.4	71.9	74.6	85.4	65.8	79.5	70.6
— 10	92.8	76.9	70.8	74.2	85.0	65.6	78.4	69.8
— 20	90.2	75.6	70.1	73.2	84.1	64.8	77.4	68.3
— 30	86.4	73.8	68.2	72.3	80.4	63.8	75.1	64.9
— 40	81.3	71.4	65.0	70.1	77.6	61.8	72.0	60.5
— 50	76.1	67.9	61.6	67.6	73.8	59.1	68.2	55.7
— 60	68.0	64.3	58.6	62.9	68 3	55.7	63.0	49.4
— 70	60.6	57.7	51.2	57.0	61.8	50.0	57.2	41.6

$\varepsilon = -i$	Milchglas			Schiefer			Papier	
	1.	2.	3.	1.	2.	3.	1.	2.
+ 70	46.5	45.1	49.4	55.1	60.2	57.6	46.0	44.0
+ 60	56.2	53.4	59.5	59.3	65.1	62.1	55.0	53.3
+ 50	63.6	60.3	67.1	63.2	69.1	65.7	61.7	60.3
+ 40	69.3	64.8	73.1	66.7	71.0	70.0	67.7	66.9
+ 30	73.7	68.4	78.5	68.8	73 9	72.5	73.3	71.7
+ 20	76.8	71.8	80.4	72.4	77.3	75.0	78.1	77.0
+ 10	78.5	73.8	81.8	75.7	81.4	78.3	80.9	80.2
0	82.4	74.3	82.6	80.0	83.7	81.0	82.5	81.6
— 10	78.0	73.5	81.5	75.0	80.7	78.4	—	79.8
— 20	75.5	71.2	79.7	72.4	77.5	74.5	—	75.4
— 30	72.3	67.9	76.8	68.7	73.1	71.4	—	70.8
— 40	68.6	63.9	71.0	66.3	71.2	68.7	—	65.6
— 50	63.2	58.5	64.9	63.3	68.8	64.8	—	59.3
— 60	55.7	52.8	57.1	59.8	65.5	61.6	—	52.1
— 70	45.2	43.6	47.1	55.7	60.5	57.4	—	44.0

Bemerkungen:

Alle Substanzen wurden so abgeschliffen, dass sie möglichst matt erschienen. Oefters, so bei Gyps, Marmor, Schiefer, treten namentlich bei grossen i und $-\varepsilon$ störende Reflexe auf.

Marmor: Die zweite Reihe ist eine Wiederholung der ersten. Bei der 3. Reihe wurde der Marmor neu abgeschliffen, so dass er weniger Reflexe zeigte. In diesem Zustande sind mit ihm die ausführlicheren Reihen beobachtet.

Alabaster war sehr durchscheinend.

Glaspapier war von bräunlich gelber Farbe.

Lehm war an der Luft gut getrocknet, der Ziegelstein hart gebrannt, roth.

Von Sandstein lagen 5 Varietäten vor:
der 1. war von feinkörniger Structur und röthlich,
der 2. braungraue und grobkörnige war am Tage der Reihe 2. feucht. Am nächsten Tage war er trocken geworden und hatte seine Farbe in Folge dessen ein wenig verändert. In diesem Zustande wurde an ihm die Reihe 2 beobachtet.

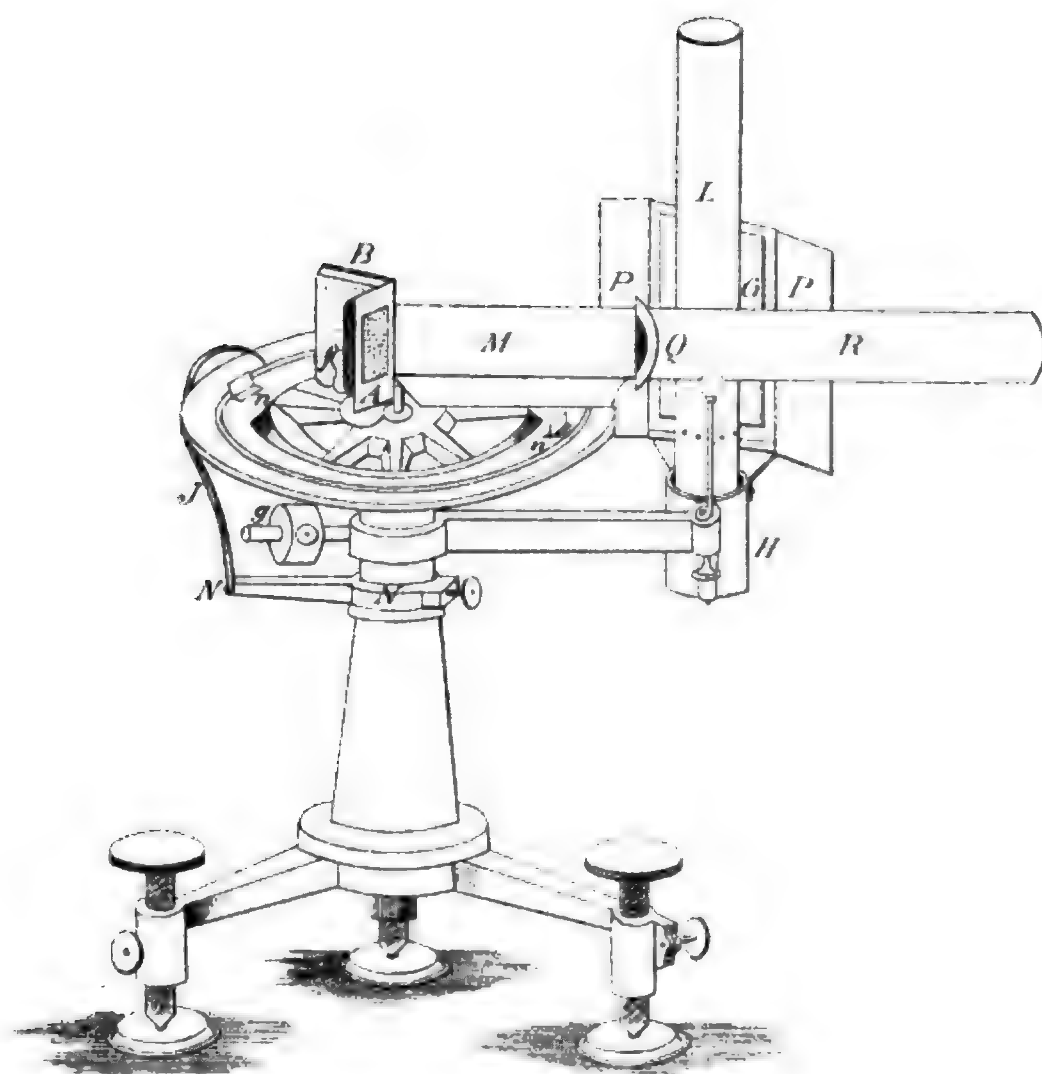
Die Reihe 3 bezieht sich auf einen feinkörnigen röthlichgrauen, die 4. Reihe auf einen graugrünen, mittelkörnigen, die 5. Reihe schliesslich auf einen ebensolchen ziemlich dunkel (grau) gefärbten Sandstein.

Der Kalkstein hatte eine röthliche Färbung.

Das Milchglas lag in dicken und dünnen Platten vor. 1 und 2 ist dieselbe dickere Platte; sie wurde vor der 2. Messungsreihe neu abgeschliffen, weil sie bei der ersten noch störende Reflexe zeigte. In diesem letzteren Zustande sind auch die ausführlichen Messungen gemacht.

Der Schiefer war ein schöner blaugrauer Schiefer, wie er zum Dachdecken benutzt wird. Die Platten wurden durch Reiben aneinander rauh gemacht. Die Reihen 2 und 3 beziehen sich auf dieselben Platten, nachdem diese noch einmal abgerieben und der dadurch entstandene Staub abgewischt worden war. 3 ist nur eine Wiederholung von 2.

Das gelbliche Papier wurde durch Reiben mit einem Radirgummi rauh gemacht. In die Zusammenstellung auf pag. 208 wurde nur die 2. Reihe aufgenommen.


L
B
P
G
P
M
Q
R
J
g
H
N
N

Elektrometrische Untersuchungen.

Zweite Abhandlung [1])

von

H. Götz und A. Kurz in Augsburg.

(Eingelaufen 5. Mai.)

Nickel, Cadmium, Aluminium, Magnesium im destillierten Wasser.

§ 1. Nickel, frisch bezogen.

Ni_1 poliert, Ni_2 rauh. Dieses Metall, wieder allgemein auch mit M bezeichnet, bildet in Drahtform den positiven Pol des galvanischen Elementes (bezw. „Doppelelementes")

$$M \| Zn,$$

dessen Flüssigkeit schon genannt und dessen Zinkdraht wiederum vor und nach jedem Versuche frisch poliert wurde.

Diese Potentialdifferenz hub an mit dem Werte + 5,35, das ist wenig mehr als dies beim Eisen (statt des Nickels) der Fall war und wenig mehr als die Hälfte der anfänglichen Potentialdifferenz $Cu \| Zn$ (s. genannte Abh.). Vom 8. Juli bis 16. August stieg die Potentialdifferenz des Ni bis ungefähr 8,8, wobei Ni_2 meist etwas höher stand als Ni_1. Von da ab bis 19. November im destillierten Wasser geblieben, zeigte

$$Ni_1 \| Zn = 9,1 \qquad Ni_2 \| Zn = 8,8.$$

---

1) Die erste siehe im vorjährigen Bande S. 195—219. Ausser den dort schon genannten Abhandlungen einschlägigen Inhaltes von unserer Seite kamen seither noch hinzu im Centralblatte für Elektrotechnik „Gegen die Contakttheorie" S. 10, 176 u. 375 im heurigen Jahre; insbesondere die letzte Abhandlung „Messung elektromotorischer Kräfte an Hydro-Elementen" zeigt das *Cu, Fe, Pb, Zn* im Grundwasser.

Dieses Steigen von rund $5^1/_2$ bis 9 vollzog sich von $5^1/_2$ bis 7 schon in der ersten Stunde, in den folgenden Tagen schwankte die Ablesung zwischen 7 und 8, später zwischen 8 und gegen 9.

Eine unterdessen notwendig gewordene Revision der Ladungssäule erhöhte die Empfindlichkeit unseres Instrumentes im Verhältnisse 8 zu 9 (s. § 11 der 1. Abhandlung), was bei den vorhin angegebenen Endwerten schon in Abzug gebracht wurde.

Zweite Versuchsreihe: Beide Drähte wurden mehrmals stark ausgeglüht, dann der erstere poliert, der zweite rauh gemacht. Es wurde beobachtet successive

Ni_1:	7,62	9,40	9,74	9,57	9,41	9,59	9,51
Ni_2:	6,67	9,33	9,66	9,80	9,86	9,60	9,85,

von welchen Zahlen, wie auch fürderhin, nichts mehr gemäss dem vorletzten Absatze abgezogen wurde. Auch mit Rücksicht hierauf verbleiben noch die Anfangswerte höher als vorhin, die Endwerte aber nahe gleich wie vorhin.

Dritte Versuchsreihe: Ni_1 mit O beladen und poliert: dessen Oberfläche erschien mit einer starken Oxydschichte bedeckt. Ni_2 mit H beladen.

Ni_1:	6,44	7,46	9,43	9,27	9,34	9,79	9,99	9,53
Ni_2:	6,31	7,09	9,43	9,38	9,58	9,38	10,05	9,69.

Vierte Versuchsreihe: Ni_1 mit O beladen und die Oxydhaut belassen; beim Herausnehmen war der Draht ganz schwarz; eine halbe Stunde später war die Oxydhaut verschwunden, die Metallfläche blank. Ni_2 wie vorhin mit H beladen

Ni_1:	9,95	9,79	9,88	10,39
Ni_2:	6,69	7,61	7,87	8,76.

Alsdann wurde Ni_1 mit O beladen innerhalb des Wassers, Ni_2 belassen:

Ni_1:	8,91	9,91	10,44	10,27	10,39	10,07	10,10	10,51
Ni_2:	—	9,18	9,69	9,40	9,71	9,92	9,70	9,90.

Fünfte Versuchsreihe: Ni_1 und Ni_2 wurden im elektrolytisch entwickelten O 48 Stunden belassen; Ni_1 vorher poliert, Ni_2 nicht abgerieben; bei Ni_1 war keine Oxydhaut sichtbar, bei Ni_2 aber schon.

Die Zahlen zeigten keinen wesentlichen Unterschied zwischen Ni_1 und Ni_2 und schwankten unregelmässig zwischen 9,0 und 9,8.

Am Schlusse herausgenommen; es zeigte sich keine Spur von Oxydhaut.

§ 2. Cadmium.

Cd_1 poliert: Steigen von 1,7 bis 3,3, hernach Sinken bis 2,4.

Cd_2 rauh: Schwanken zwischen 1,6 und 2,1, Steigen bis 2,3, zuletzt 2,1.

Zweite Versuchsreihe: Beide in Oel gekocht, was sie brüchig machte, derart, dass der Cd_2-Draht bis auf die halbe Länge ungefähr abgebrochen ist.

Cd_1 frisch poliert: Hält sich am ersten Tage auf 3,6, und sinkt am nächsten Tage auf 3,0, welchen Wert es 3 Wochen lang beibehält.

Cd_2 frisch rauh gemacht: Sinkt rasch von 3,6 auf 3,0 und auf 2,8 am nächsten Tage; letzteren Wert ungefähr behielt es mehrere Wochen bei.

Sodann, in den nächsten 5 Wochen, zeigte Cd_1 Schwankungen zwischen 3,0 und 2,6, Cd_2 solche von 2,8 bis 2,6.

Das destillierte Wasser erneuert:

Cd_1 steigt von 2,8 allmählig bis 3,3.

Cd_2 von dem merklich kleineren Anfangswerte 2,1 auf 2,7.

§ 3. Aluminium, frisch bezogen.

Al_1 poliert: 1,15 1,62 1,77 1,65 2,42 innerhalb der 1. Halbstunde.

Al_2 rauh: 1,41 1,58 1,94 2,76 innerhalb der 1. Halbstunde.

Al_1 3,09, Al_2 3,75 drei Tage später,
7,7 6,2 drei Monate später.

Zweite Versuchsreihe: Beide Drähte in Oel gekocht, der erste aber 5 Tage hernach an der Luft, der zweite diese Zeit im Oel geblieben, hernach beziehungsweise frisch poliert und frisch rauh gemacht.

	Am ersten Tage:			2 und je 1 Tag später:					
Al_1	1,29	1,67	1,83;	4,17	4,96	5,20	5,39	5,38	5,77
Al_2	−0,70	+0,53	0,68;	4,50	5,27	5,15	5,34	5,52	5,69

Nach diesem raschen Steigen erfolgte in den weiteren Tagen:

Al_1: Schwanken und eine geringe Abnahme, auf 4,5
Al_2: 5,27 5,48 5,11 5,63 5,36 5,37 3,29 2,87 2,56 3,17.
also beim zweiten Drahte eine plötzliche starke Abnahme.

Dritte Versuchsreihe: Al_1 und Al_2 zwei Tage in elektrolytischem O; beim ersten zeigten sich Spuren von Oxydation, beim zweiten eine starke Oxydation.

Al_1: 4,81, Schwanken auf und ab bis zu 7,8.
Al_2: 5,33, langsame Abnahme und geringeres Schwanken bis 3,6.

Hernach wurden beide Drähte je übernacht in der Luft gelassen:

Al_1:	6,10	7,28	8,25	8,11	8,17	4,79	5,34	7,99	8,43.
Al_2:	3,73	7,77	6,48	7,24	7,88	8,29	8,32	8,90	8,41.

Am folgenden Tage waren beide im Wasser geblieben, hernach aber wieder in der Luft:

Al_1:	5,12	4,79	6,22	8,12	8,24.
Al_2:	5,53	8,28	9,47	9,16	9,52.

§ 4. Magnesium, frisch bezogen.

	Mg_1 poliert		Mg_2 rauh
20. Juli	— 4,15	21. Juli	— 4,02
5′ später	— 3,35		— 3,58
10′ „	— 3,38		— 3,69
30′ „	— 3,53	20′ spät.	— 3,40
21. Juli	— 5,34		—
22. „	— 5,84		— 4.80

Uebernacht in Luft geblieben:

28. Juli	— 7,87	— 8,10
29. „	— 8,54	— 8,15
30. „	— 8,99	— 9,29
1. Aug.	— 9,22	— 9,40

In Wasser geblieben:

2. „	— 5,78	— 5,47

In Luft geblieben:

3. „	— 8,04	— 8,53
4. „	— 8,94	— 9,28

Uebernacht in Luft, ins Wasser O geleitet:

5. Aug.	— 9,46	— 9,41

Ebenso:

6. „	— 9,76	— 9.46

In Luft geblieben:

8. „	— 9,52	— 9,18

In Wasser geblieben:

12. „	— 6,05	— 5,56
13. „	— 5,89	— 5,54
14. „	— 5,27	— 5,09

Seit August im Wasser geblieben, zeigte sich am

10. Nov.	— 7,20	— 6,54

25. „ In Oel gekocht und dann beziehungsweise

	poliert	rauh gemacht
	— 4,79	— 4,50
5′ später	— 4,33	— 4,06
10′ „	— 4,13	— 3,91
60′ „	—	— 3,32
26. Nov.	— 5,80	—
28. „	— 7,00	— 5,70

Und bis zum 25. Jan. schwankten beide in der Nähe der zwei letztangegebenen Werte, aber auch gleichwerdend, wie z. B. am

3. Jan.	— 6,92	— 6,96
25. „	— 6,19	— 5,90

In Wasser geblieben:

30. „	— 7,33	— 7,54

In Luft geblieben:

31. „	— 9,15	— 9,08

In Wasser geblieben:

1. Febr.	— 7,52	— 7,81

In Luft geblieben:

3. „	— 9,04	— 9,22

Beide stiegen bis zum

9. „	— 10,84	— 10,85

In Wasser geblieben:

10. „	— 7,04	— 7,20

Beide schwankten von da bis zum Minimum am

11. Febr.	— 6,41	— 6,68

Am 14. Februar abgeschlossen.

Diskussion der §§ 1 bis 4.

Sauerstoff-Aufnahme macht elektronegativ, Abgabe positiv. Jene O-Aufnahme mag nun Oxydation sein, wie bei den unedlen Metallen, oder Adhäsion und Condensation (Okklusion) wie bei den Edelmetallen. S. § 12 die Ergebnisse unserer ersten Mitteilung.

Zwischen diesen beiden Arten von Metallen steht das Kupfer, als Halbedelmetall; s. § 5 l. c. Das Nickel nun neigt noch mehr zu den Edelmetallen; eine Oxydation desselben, auf gewöhnlichem Wege, trat im destillierten Wasser nicht ein und auch die elektrolytisch hervorgerufene Oxydhaut verschwand binnen wenigen Stunden. Der niedere Anfangswert von 5 bis 6 Skalenteilen bekundet die bedeutende Gier nach Sauerstoff und das rasche Ansteigen auf 7, 9 und 10 zeugt von einer gewissen Sättigung mit diesem Gase; bei den Edelmetallen dagegen geschah dieses Ansteigen bis 11, nahe 12; s. §§ 7–9 l. c. Durch Ausglühen wird die Potentialdifferenz gegen das *Zn* wieder erniedrigt, wenn auch nicht zu jenem Anfangswerte. Elektrolytische Beladung mit *H* sowie mit *O* zeigt keinen merklichen Einfluss, also ist eine *H*-Katalyse nicht wahrscheinlich; vom *O* war schon vorhin die Rede.

Der Verlauf beim Cadmium ist nahezu derselbe wie beim *Zn*; s. § 6 l. c.

Das Aluminium reiht sich merkwürdiger Weise keiner der beiden obengenannten Klassen von Metallen ein. Die starke Zunahme von 1,2 bis 6 oder 7 im gewöhnlichen Zustande, und diejenige von 1,3 bis 5,8 und — 0,7 bis 5,7 im gekochten Zustande weisen auf eine kräftige *O*-Katalyse hin wie bei den Edelmetallen. Die darauffolgende Abnahme auf 4,5, beziehungsweise 2,6 beweisen die nun eingetretene Oxydation der unedlen Metalle. Mit zunehmender Dicke der Oxydschichte tritt nach mehrwöchentlichen Schwankungen wieder ein bedeutendes Ansteigen der Potentialdifferenzen ein. Die nahe bei 5 liegenden Einzelwerte der letzten Zeilen lassen erkennen, dass bei längerem Verweilen im Wasser jeweils die Oxydschichte durchbrochen wird und abfällt. Was die Stellung des *Al* in der Spannungsreihe betrifft, zu deren Beurteilung sich bloss die, ziemlich verschiedenen, Anfangswerte wie + 1,3 und 0,7 eignen, so zeigt sich dieses

Metall dem *Zn* am nächsten. Die Rauhheit der Oberfläche endlich macht dasselbe zur *O*-Aufnahme sehr geeignet, daher das anfänglich raschere Anwachsen bei Al_2 und das nachher stärkere Sinken desselben.

Die bisher besprochenen Metalle vermögen bei gewöhnlicher Temperatur das Wasser nicht zu zersetzen und haben also ihren *O*-Bedarf aus dem im Wasser absorbierten Vorrate entnommen. Das Magnesium aber zersetzt das Wasser ziemlich energisch und der Draht überzieht sich nach wenigen Minuten dicht mit *H*-Bläschen. Die anfänglich von — 4 auf — 3 steigenden Werte (nochmals am 25. November) deuten auf eine wenn auch schwache *O*-Katalyse hin; das darauffolgende Fallen auf — 6 (im Januar auf — 7) auf eine stärkere Oxydation. Ein Ansteigen, etwa in Folge einer schützenden Oxydschichte, kommt hier nicht vor, wahrscheinlich weil die genannten *H*-Bläschen solche stets durchbrechen. Uebernacht in Luft geblieben zeigt sich (hernach im Wasser) das *Mg* viel stärker negativ als sonst. Es wird nämlich da die Umgebung des Drahtes stark *H*-haltig und deshalb ebenfalls sehr *O*-gierig. Das ist eine *H*-Polarisation des Wassers. —

Die Untersuchungen werden noch fortgesetzt.

Herr P. Groth hält einen Vortrag über die Elasticität der Krystalle, in welchem er seine in der Sitzung vom 5. Juli 1884 (s. Sitzungsber. 1884, S. 280 u. 285) ausgesprochenen Bemerkungen dahin berichtigt, dass inzwischen die von Herrn W. Voigt aus der Elasticitätstheorie der krystallinischen Medien gezogenen Schlüsse vollständig bestätigt worden sind, sowohl durch Untersuchungen des Genannten selbst, als auch durch die im hiesigen mineralogischen Institute ausgeführte Arbeit des Herrn H. Vater über die Elasticität hexagonaler Krystalle. Namentlich ist jetzt der Nachweis experimentell geführt, dass, wenn in einer Ebene drei geometrisch und physikalisch gleichwerthige Richtungen existiren (wie in der Basis bei hexagonalen, in der Oktaëderfläche bei regulären Krystallen), der Elasticitätscoëfficient für alle Richtungen in dieser Ebene denselben Werth, die Elasticitätsfläche also nach einer solchen Ebene einen Kreisschnitt besitzt.

Der Vortragende legte zur Erläuterung dieser Verhältnisse geeignete Modelle der Elasticitätsflächen vor, nämlich diejenige

1. des Flussspath (als Beispiel eines regulären Krystalls),
2. des Quarz (als Beispiel eines hexagonalen Krystalls),
3. des Baryt (als Beispiel eines rhombischen Krystalls),

auf Grund der Messungen des Herrn W. Voigt von Herrn Dr. S. Finsterwalder angefertigt und in Gyps vervielfältigt.

Zugleich legt der Vortragende die folgende, aus Veranlassung der Construction dieser Modelle entstandene Arbeit vor.

Ueber die Verteilung der Biegungselasticität in dreifach symmetrischen Krystallen.

Von S. Finsterwalder.

(Mit Tafel II.)

(Eingelaufen 5. Mai.)

Die Abhängigkeit des für die Biegung oder Dehnung eines dünnen Stäbchens aus Krystallsubstanz massgebenden Elasticitätscoëfficienten von der Orientierung der Längsdimension desselben in Bezug auf die Axen des Krystalles hat Herr W. Voigt durch eine allgemeine Formel ausgedrückt[1]). Gehört der Krystall einem dreifach symmetrischen Systeme an, so gilt nachstehende vereinfachte Beziehung zwischen dem Elasticitätscoefficienten ϱ und den Richtungscosinus α, β, γ, welche die Lage der Längsdimension des Stäbchens zu dem (in diesem Falle rechtwinkeligen) Axensystem bestimmen:

$$\varrho = a_{11}\alpha^4 + a_{22}\beta^4 + a_{33}\gamma^4 + 2(a_{12}\alpha\beta + a_{13}\alpha\gamma + a_{23}\beta\gamma) \quad 1)$$

Hiebei stellen die Coefficienten $a_{11} \ldots a_{23}$ gewisse Aggregate der 9 Elasticitätsconstanten solcher Systeme dar.

Die in dieser Relation enthaltene Abhängigkeit lässt sich auf einfache Weise durch eine Fläche F veranschaulichen, die dadurch definiert ist, dass man in obiger Gleichung (1) ϱ, α, β, γ als räumliche Polarcoordinaten deutet.

1) Wiedemanns Annalen Bd. 16. pg. 404.

α, β, γ erfüllen natürlich immer die Bedingung:

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1.$$

In den folgenden Zeilen soll versucht werden, auf geometrischem Wege durch Abbildung der Fläche in eine Ebene die Verteilung der grössten und kleinsten Werte des Elasticitätscoefficienten übersichtlich darzustellen.

Schreiben wir zunächst die Gleichung (1) vermöge der Substitutionen: $x = \varrho \cdot \alpha$, $y = \varrho \cdot \beta$, $z = \varrho \cdot \gamma$ in rechtwinklige Coordinaten um, so lautet sie:

$$\varrho^5 = a_{11}\, x^4 + a_{22}\, y^4 + a_{33}\, z^4 + 2\,(a_{12}\, xy + a_{13}\, xz + a_{23}\, yz) \quad 2)$$

$$\varrho^2 = x^2 + y^2 + z^2 \quad 3)$$

Um zur Kenntnis der Maxima und Minima des Radiusvectors ϱ der Fläche zu gelangen, denken wir uns dieselbe durch eine Schar concentrischer Kugeln mit dem Ursprung als Mittelpunkt geschnitten. Man kann sich die Fläche dann auch erzeugt denken durch die Schnitte der vermöge des Parameters ϱ zusammengehörigen Flächen 2) und Kugeln 3). Jedem Werte von ϱ entspricht eine sphärische Curve auf der Fläche und alle diese Curven wollen wir vom Ursprung aus auf eine Kugel S vom Radius 1 projicieren. Das so auf der Kugel S erhaltene Curvensystem ist dann für die Verteilung der gesuchten Maxima und Minima in der Art massgebend, dass jedem Doppelpunkt mit conjugiert-imaginären Zweigen, eines von beiden entspricht, jedem gewöhnlichen Knotenpunkt dagegen ein intermediärer Wert, der gleichzeitig den Uebergang zwischen zwei Maxima und zwei Minima vermittelt.

Zur bequemen Discussion des Curvensystemes denken wir uns zunächst den Raum der x, y, z dadurch in einen zweiten der X, Y, Z abgebildet, dass wir $x^2 = X$, $y^2 = Y$, $z^2 = Z$ setzen. Hiebei gehen die concentrischen Kugeln:

$$x^2 + y^2 + z^2 = \varrho^2 \quad \ldots\ldots \quad 3)$$

in die Parallelebenen: $X + Y + Z = \varrho^2 \quad \ldots\ldots \quad 4)$ über.

Die Flächen (2) bilden sich in folgendes System von Flächen 2. Ordnung ab:

$$a_{11}X^2+a_{22}Y^2+a_{33}Z^2+2(a_{12}XY+a_{13}XZ+a_{23}YZ)=\varrho^5 \quad 5)$$

Letztere haben alle den gemeinsamen Asymptotenkegel:

$$a_{11}X^2+a_{22}Y^2+a_{33}Z^2+2(a_{12}XY+a_{13}XZ+a_{23}YZ)=0 \quad 6)$$

Sie sind daher einander ähnlich und liegen ähnlich und ihre Schnitte mit den Parallelebenen (4) geben Curven 2. Ordnung von derselben Eigenschaft.

Da durch die Transformation: $x^2=X$, $y^2=Y$, $z^2=Z$ die Eigenschaft der Punkte, auf Geraden durch den Ursprung zu liegen nicht geändert wird, so kann man das Bild der Curvenschar der Kugel S einfach erhalten, indem man die ähnlichen Kegelschnitte der Ebenen (4) vom Ursprung aus auf die Ebene $P: X+Y+Z=1$, das Bild von S, projiciert. Da ferner die Mittelpunkte aller Kegelschnitte auf einer Geraden durch den Ursprung (der conjugierten zur Schnittlinie der Ebenen (4) in Bezug auf die Flächen (5)) liegen, so werden ihre Projectionen auf P ein gemeinsames Centrum haben und, da sie ausserdem bei der Projection ähnlich und in ähnlicher Lage bleiben, wird das System der Kegelschnitte, welches das Bild der Curvenschar auf der Kugel S darstellt, ein solches mit gemeinsamen (reellen oder imaginären) Asymptoten.

Die Fläche F lässt sich demnach auf die Ebene P so abbilden, dass ihren Schnitten mit concentrischen Kugeln um den Ursprung ein System von Kegelschnitten mit gemeinsamen Asymptoten entspricht.

Diese Abbildung ist keineswegs eindeutig; es wird vielmehr der reelle Teil der Kugel S und, da die Fläche F eindeutig auf die Kugel bezogen ist, auch der reelle Teil der Fläche auf das Dreieck der Ebene P, das von den drei Coordinatenebenen begrenzt wird, derart bezogen, dass einem

Punkt innerhalb des Dreieckes 8 symmetrisch auf die Oktanten der Kugel S oder der Fläche F verteilte Punkte entsprechen. Für Punkte von P ausserhalb des Dreieckes existieren nur imaginäre zugehörige Punkte von S uud F. Den Seiten des Dreieckes entsprechen die durch die Coordinatenebenen ausgeschnittenen grössten Kreise auf der Kugel.

Mit Ausnahme der Seiten und Ecken des Dreieckes ist die Abbildung stetig; wie sie sich in der Nähe derselben verhält, lässt sich unschwer zeigen.

Einer Geraden der Ebene P, die durch die Gleichung $aX + bY + cZ = 0$ bestimmt ist, entspricht auf der Kugel der sphärische Kegelschnitt, den der Kegel

$$ax^2 + by^2 + cz^2 = 0 \text{ ausschneidet.}$$

Während die Gerade die Seiten des Dreieckes unter beliebigen Winkeln schneidet, durchsetzt der sphärische Kegelschnitt die drei entsprechenden Kreise der Kugel (seine Hauptschnitte) stets unter rechtem Winkel. Ein Büschel von Geraden, das sein Centrum auf dem Dreiecksumfange liegen hat, bildet sich demnach in ein Büschel von Kegelschnitten ab, die sich in den Endpunkten einer Axe berühren. Was über das Verhalten des Bildes einer Geraden in der Nähe einer Dreiecksseite ausgesagt wurde, lässt sich im Allgemeinen auf eine beliebige Curve übertragen, welche die Gerade in ihrem Schnittpunkt mit der Dreieckseite berührt. Durch die Abbildung werden also Winkel, welche Curven mit einer Seite des Dreieckes der Ebene P einschliessen, stets in rechte Winkel auf der Kugel S verwandelt[1]). Dieser Satz erleidet eine Ausnahme, wenn der erstgenannte Winkel gleich 0 ist, d. h. die Curve eine Seite des Dreiecks berührt. Was in diesem Falle geschieht, lässt sich wieder an einem speciellen Beispiel einsehen. Wie vorhin an Stelle der Curve die berührende

1) Vergl. Fig. I u. II.

Gerade substituiert wurde, können wir nun irgend einen, die Curve in Berührpunkt osculierenden Kegelschnitt betrachten, dem wir noch die Bedingung auferlegen wollen, dass er die beiden anderen Seiten des Dreieckes berühre. Ein solcher berührt dann alle drei Seiten des Dreieckes und wird durch eine Gleichung von folgender Form ausgedrückt:

$$a^2 X^2 + b^2 Y^2 + c^2 Z^2 - 2\,(ab\,XY + ac\,XZ + bc\,YZ) = 0 \qquad 7)$$

Das entsprechende Gebilde auf der Kugel hat zur Gleichung:

$$a^2 x^4 + b^2 y^4 + c^2 z^4 - 2\,(ab\,x^2 y^2 + ac\,x^2 z^2 + bc\,y^2 z^2) = 0 \qquad 8)$$

oder:

$$((x\sqrt{a} + y\sqrt{b} + z\sqrt{c})\,(x\sqrt{a} - y\sqrt{b} - z\sqrt{c})\,\cdot$$
$$(-x\sqrt{a} + y\sqrt{b} - z\sqrt{z})\,(-x\sqrt{a} - y\sqrt{b} + z\sqrt{c}) = 0 \qquad 9)$$

Es sind das 4 grösste Kreise auf der Kugel, von denen je 3 in jedem Octanten ein Dreieck einschliessen, dessen Ecken den Berührpunkten des Kegelschnitts mit den Seiten des Dreieckes der Ebene P entsprechen. Daher: Berührt eine Curve der Ebene P eine Seite des Dreiecks, so hat die entsprechende Curve auf der Kugel einen Doppelpunkt[1]. Der Doppelpunkt hat reelle Zweige, wenn die Curve von innen (im Sinne des Dreieckes) berührt, und ist isoliert, wenn die Berührung von aussen stattfindet.

Geht endlich die Curve in der Ebene P durch eine Ecke des Dreieckes, verhält sie sich also in der Nähe wie die Gerade $aX + bY = 0$, so entspricht ihr auf der Kugel S eine Curve $ax^2 + by^2 = 0$ mit Doppelpunkt, der wieder reelle Tangenten hat, falls die erste Curve durch den eigentlichen Winkel des Dreieckes geht, aber isoliert ist, wenn dieselbe im Aussenwinkel des Dreieckes verläuft.

---

1) Vergl. Fig. IV u. V.

Da die Abbildung ausserhalb des Dreiecksumfanges unverzweigt ist, so werden allen Doppelpunkten des Curvensystemes der Ebene auch Doppelpunkte des Curvensystemes auf der Kugel entsprechen. Es kommen aber auf der Kugel solche neu hinzu, so oft eine Curve der Ebene eine Seite des Dreieckes berührt oder durch eine Ecke desselben geht.

Das Curvensystem der Ebene P, das wir zu betrachten haben, besteht aus Kegelschnitten mit gemeinsamen Asymptoten und hat also nur einen Doppelpunkt, den Schnitt der beiden Asymptoten. Ihm entsprechen 8 symmetrisch auf die Kugeloctanten verteilte Doppelpunkte der Curvenschar auf S. Jede Seite des Dreieckes wird von einer Curve des Systemes berührt; durch jede Ecke desselben geht eine solche. Den 3 Berührpunkten gehören 12 Doppelpunkte auf den 3 grössten Kreisen der Kugel, in welche sich die Seiten des Dreieckes abbilden, zu, den 3 Eckpunkten 6 Doppelpunkte in den Schnittpunkten dieser grössten Kreise. Wie viele von den 26 Doppelpunkten imaginär oder reell und von den letzteren wieder Knotenpunkte und isolierte Punkte sind, lässt sich durch Discussion der Lage des durch seine Asymptoten bestimmten Kegelschnittsystems gegen das Dreieck leicht entscheiden. Ohne alle möglichen Fälle, die bei verschiedener Wahl der Coefffcienten $a_{11} \ldots a_{23}$ eintreten und auf die Combination eines reellen oder conjugiert-imaginären Linienpaares mit einem gleichseitigen Dreieck hinauskommen, aufzählen zu wollen, beschränken wir uns hier auf die kurze Charakterisierung der vier dreifach-symmetrischen Krystallsysteme und die Besprechung zweier in der Natur vorkommenden Beispiele.

A. Rhombisches System. Für dasselbe gilt die ganz allgemeine Formel (1) ohne weitere Beziehung zwischen den Coefficienten. Zur Exemplificierung diene die dem Baryt entsprechende, für welche Herr W. Voigt[1]) die Constanten

1) W. Voigt: Bestimmung der Elasticitätsconstanten von Baryt und Topas. Göttinger Nachrichten 1887. pg. 624.

durch sorgfältige und umfassende Versuche bestimmt hat. Sie lautet demnach:

$$\varrho = [16{,}13\,\alpha^4 + 18{,}51\,\beta^4 + 10{,}42\,\gamma^4 + 2\,(8{,}88\,\alpha^2\beta^2 + \\ + 15{,}21\,\alpha^2\gamma^2 + 38{,}79\,\beta^2\gamma^2)]\cdot 10^{-8}$$

Das zu untersuchende Kegelschnittsystem hat die folgende Gleichungen:

$$16{,}13\,X^2 + 18{,}51\,Y^2 + 10{,}42\,Z^2 + 2\,[8{,}88\,XY + \\ + 15{,}21\,XZ + 38{,}79\,YZ] = \varrho;\ X + Y + Z = 1$$

Der Mittelpunkt desselben hat die Coordinaten: $X = 0{,}7388$, $Y = 0{,}0557$, $Z = 0{,}2054$ entsprechend den Winkeln $\alpha = 30^0\,44'$, $\beta = 76^0\,21'$, $\gamma = 63^0\,3'$.

Die Asymptoten sind reell und haben gegen das Dreieck die in Fig. I angegebene Lage. Wir haben es also in diesem speciellen Fall mit einem Hyperbelsystem zu thun. Den Asymptoten selbst entspricht der Parameter:

$$\varrho = 15{,}54 \cdot 10^{-8}.$$

Für $\varrho = 10{,}84 \cdot 10^{-8}$ berührt eine Hyperbel die Seite $Z = 0$ und zwar von aussen. Für $\varrho = 10{,}42 \cdot 10^{-8}$ geht eine solche durch den Punkt $X = 0$, $Y = 0$ und zwar durch den Aussenwinkel des Dreieckes.

Aehnliches gilt für $\varrho = 16{,}13 \cdot 10^{-8}$ und den Punkt $Y = 0$, $Z = 0$. Setzt man dagegen $\varrho = 18{,}51 \cdot 10^{-8}$ so geht die Hyperbel durch den Punkt $X = 0$, $Z = 0$, aber durch den eigentlichen Winkel des Dreieckes.

Für $\varrho = 26{,}93 \cdot 10^{-8}$ endlich findet Berührung der entsprechenden Hyperbel mit der Seite $X = 0$ von aussen statt. Die Seite $Y = 0$ wird innerhalb des Dreiecks von keiner Hyperbel berührt. (Vergl. Fig. I.)

Die Abbildung des Dreieckes auf einen Octanten der Kugel S ist durch Fig. II in stereographischer Projection dargestellt. Den beiden Asymptoten entsprechen nach Gleich-

ung (5) zwei sphärische Kegelschnitte, den Hyperbeln sphärische Raumcurven 8. Ordnung. Den Zusammenhang der Singularitäten der beiden Curvensysteme auf P und S sowie der Fläche F macht folgende Tabelle anschaulich:

	$\varrho \cdot 10^8$	Ebene P[1])	Kugel S	Fläche F
a	10,42	H. g. d. $X=0$ $Y=0$ v. a.	2 isol. P.	2 Minima
b	10,84	H. berührt $Z=0$ v. a.	4 isol. P.	4 Minima
c	15,54	H. zerf. i. Asympt.	8 Knotenp.	8 intermed. P.
d	16,18	H. g. d. $Y=0$ $Z=0$ v. a.	2 isol. P.	2 Maxima
e	18,51	H. g. d. $X=0$ $Z=0$ v. i.	2 Knotenp.	2 intermed. P.
f	26,93	H. berührt $X=0$ v. a.	4 isol. P.	4 Maxima

Von den 26 Doppelpunkten auf S sind demnach 22 reell; zwei Paare konjugiert imaginärer folgen aus dem Umstande, dass die Seite $Y=0$ des Dreieckes von der entsprechenden Hyperbel nur in ihrer Verlängerung berührt wird. Die Unterscheidung der Maxima und Minima des Radiusvector der Fläche F ergibt sich von selbst, da alle Stellen, wo solche oder intermediäre Werte statthaben können, bestimmt und die zugehörigen Parameterwerthe bekannt sind. Namentlich kann es keinem Zweifel unterliegen, dass der Parameterwert $\varrho = 15{,}54 \cdot 10^{-8}$ kein relatives Maximum ist, wie Herr W. Voigt l. c. pg. 625 angibt, sondern ein intermediärer Wert. Bezüglich der Form der Fläche, wie sie aus unserer Discussion folgt, sei auf Fig. III verwiesen, welche ein Bild der Fläche, sammt den Schnitten mit konzentrischen Kugeln in isometrischer Projection gibt.

1) Abgekürzt: H. = Hyperbel, g. d. = geht durch, v. a. = von aussen, v. i. = von innen. Die Buchstaben der ersten Columne beziehen sich auf die Figuren I, II u. III.

B. Quadratisches System. Die Formel für das quadratische System ergibt sich aus der allgemeinen, indem man $a_{11} = a_{22}$ und $a_{13} = a_{23}$ setzt. Dies bewirkt, dass das Kegelschnittsystem der Ebene P symmetrisch gegen die zur Seite $Z = 0$ des Dreiecks gehörige Höhe zu liegen kommt. Infolge dessen hat auch die Fläche F zwei weitere Symmetrieebenen.

C. Hexagonales System. Fügt man zu den Bedingungen für das quadratische System noch die neue $a_{12} = a_{11}$ hinzu, so erhält man die Formel für das hexagonale. Der Asymptotenkegel (6): $a_{11}(X+Y)^2 + a_{33}Z^2 + 2a_{13}(X+Y) = 0$ artet hiebei in ein Ebenenpaar aus:

$$\left(X + Y + \frac{a_{13} + \sqrt{a_{13}{}^2 - a_{11}a_{33}}}{a_{11}} Z\right) \cdot$$
$$\cdot \left(X + Y + \frac{a_{13} - \sqrt{a_{13}{}^2 - a_{11}a_{33}}}{a_{11}} Z\right) = 0,$$

die Flächen (5) gehen in Cylinder und das Kegelschnittsystem der Ebene P in eine Schar von Geraden parallel zur Seite $Z = 0$ über. Die Fläche F wird eine Rotationsfläche.

D. Reguläres System. Bei diesem gelten die Bedingungen: $a_{11} = a_{22} = a_{33}$ und $a_{12} = a_{13} = a_{23}$. Der Asymptotenkegel (6) wird dementsprechend ein Kreiskegel:

$$a_{11}(X^2 + Y^2 + Z^2) + 2\,a_{12}(XY + XZ + YZ) = 0,$$

dessen Axe die Gerade $X = Y = Z$ ist. Die Kegelschnittschar der Ebene P besteht aus concentrischen Kreisen um den Mittelpunkt des Dreieckes (Fig. IV). Einer von ihnen berührt gleichzeitig die 3 Seiten desselben. Ihm entsprechen daher nach Formel (8) und (9) auf der Kugel S und der Fläche F vier Kreise, welche in jedem Octanten ein gleichseitiges sphärisches Dreieck einschliessen (Fig. V). Daraus folgt die bekannte Thatsache, dass in den Ebenen des Octaeders der Elasticitätscoefficient der Biegung nach allen Richtungen hin der gleiche

ist. Die Figuren IV, V und VI sind nach den ebenfalls von Herrn W. Voigt [1]) ermittelten Zahlenwerten für Flussspath gezeichnet. Die Grösse des Elasticitätscoefficienten beträgt für die Punkte: a) 0,0717, b) 0,1050, c) 0,1716.

Zum Schlusse sei noch die Frage erledigt, ob die Eigenschaft der regulären Krystalle, in verschiedenen Ebenen einen nach allen Richtungen gleichen Elasticitätscoefficienten zu besitzen, den Krystallen dieses Systemes allein zukommt. Die erwähnte Eigenschaft drückt sich an der Fläche F durch das Vorhandensein von Kreisschnitten durch den Mittelpunkt aus. Sobald ein solcher vorkommt, dessen Ebene die Gleichung $\lambda x + \mu y + \nu z = 0$ habe, zieht die Symmetrie nach den drei Hauptebenen sofort das Vorhandensein dreier weiterer nach sich, deren Ebenengleichungen lauten: $\lambda x - \mu y - \nu z = 0$, $-\lambda x + \mu y - \nu z = 0$, $-\lambda x - \mu y + \nu z = 0$. Dann aber würde die linke Seite der Gleichung (1) den entsprechenden von (8) und (9) gleich sein, und ein Kegelschnitt des Systemes der Ebene P müsste alle drei Seiten des Dreieckes zugleich berühren. Obwohl dies im Allgemeinen natürlich nicht der Fall ist und speciell beim Baryt nicht zutrifft, besteht doch, geometrisch gesprochen, kein Grund, dass bei einem Krystalle des rhombischen oder quadratischen Systemes diese Besonderheit nicht gelegentlich auftreten könne, welche bei solchen des regulären Systemes immer vorhanden ist. Gegebenen Falles würden sich die drei Systeme immer noch dadurch unterscheiden, dass im Vierkant der vier Kreisschnittebenen beim ersten nur die vier Seiten, beim zweiten noch dazu die vier Winkel einander gleich sind, während beim dritten ausserdem die Seiten gleich $\frac{1}{3}\pi$ werden.

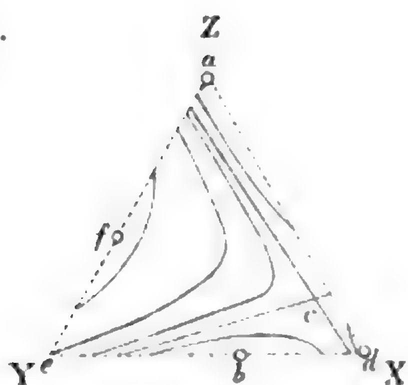
---

1) W. Voigt: Neue Bestimmungen der Elasticitätsconstanten von Steinsalz und Flussspath. Sitzungsber. d. k. preuss. Akad. 1884.

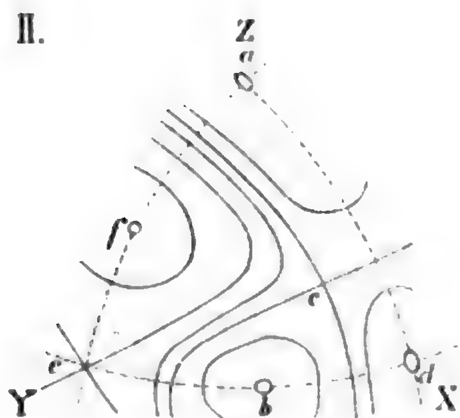
Rhombisches System:
Baryt:

Reguläres System:
Flussspath:

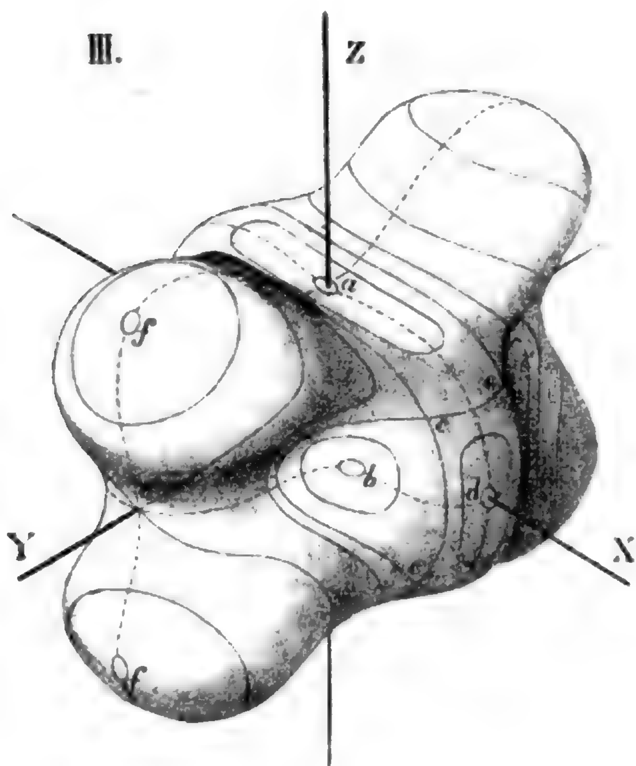
I.



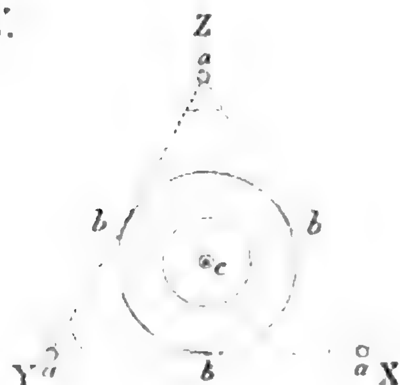
II.



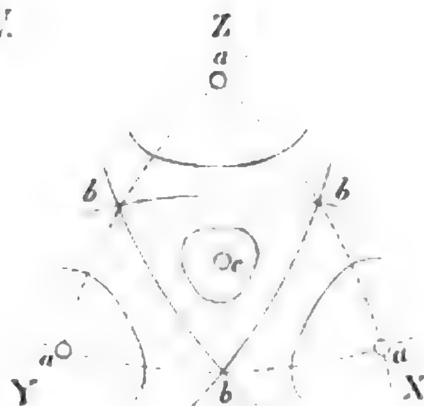
III.



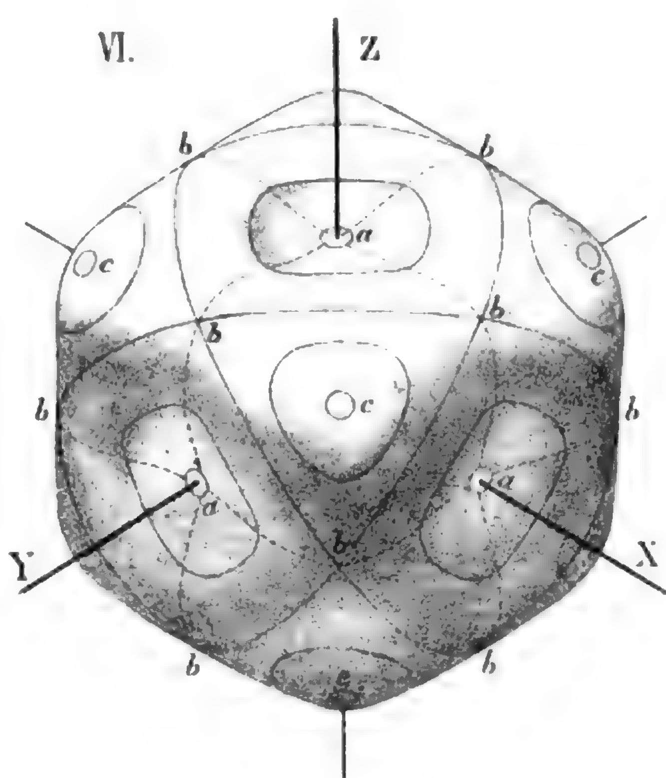
IV.



V.



VI.



Beiträge zur Naturphilosophie der alten Hindu.

Ein Versuch von Dr. Franz Hessler.

(Eingelaufen 5. Mai.)

Schon das Wort „Naturphilosophie“ hat keinen guten Klang, denn die deutsche Naturphilosophie ist sehr in Misskredit gekommen, da sie sich in Spekulationen verstiegen hat, die aller gesunden Grundlagen entbehrten. Anders verhält es sich jedoch mit den Naturphilosophemen der antiken Kulturvölker, denn sie hatten ihre Stützen in der Erfahrung und Naturanschauung.

Mit Ausnahme des Weisen von Königsberg haben sich alle deutschen Naturphilosophen in das Gebiet des Uebersinnlichen gewagt, vorzüglich Hegel und Schelling, obwohl sie aus Kant's Kritik der reinen Vernunft hätten ersehen sollen, dass mit metaphysischen Spitzfindigkeiten in der Naturphilosophie nichts Fassbares erreicht werden kann. — Auch hätte man von den Jonischen Naturphilosophen schon hinlängliche Belehrung schöpfen können, wie man es mit einer gesunden Naturphilosophie anzufangen habe. — Doch beschränken wir uns hier auf die Naturphilosophie der antiken Hindu. In diesem Gebiete haben sich besonders Colebrooke und Frank bewegt; ersterer in klarer Darstellung, letzterer in kaum verständlicher Weise, da dieser in seinem Vyāsa die Sanskrit-Texte mit aller Gewalt in Hegel'sches Philosophem umzumodeln versucht, und so eine oft sehr unverständliche Uebersetzung und eine erzwungene Erklärung

derselben liefert. Auch hat er vieles aus den Neuplatonikern, besonders aus Jamblichos und Porphyrios (über das Leben des Pythagoras) entlehnt und oft missverstanden. Auch kann ich seinen deutschen Styl ebenso wenig loben, als seinen lateinischen in seiner Chrestomathie. — Er hat alles Entstehende von einem Urgeistigen abgeleitet, anstatt von einem Urkörperlichen, und den Brahmaismus verkehrt, denn Gangādhara, der fest auf dem Brahmaismus steht, sagt ausdrücklich: „tschetanādayah śarīre utpadyante das Geistige und alles Uebrige (der Art) entsteht in dem Körper". —

Die antiken Sanskrit-Texte über Naturphilosophie sind sehr einfach und verständlich, weisen alle Zudringlichkeit gewundener Erklärungen ab, und sind weit entfernt von vielen Phantasmen einer neueren Anschauungsweise. Am besten ist es, die Sanskrit-Texte ganz wörtlich zu übersetzen. —

Ich will es hier versuchen, meine eigenen Ansichten über altindische Naturphilosophie in kurzem Umrisse darzulegen. Schon mein früherer Versuch „über Entwickelung und System der Natur" mag hierzu einiges beitragen.

In den frühesten Zeiten war die Verehrung der Natur vorherrschend, wie ganz klar in den Veden erkannt werden kann. Zwar ist es hier nicht zu klaren Begriffen gekommen, sondern es wurde die Natur am Firmamente, im Mittelreiche und auf der Erde ahnungsvoll und mit heiliger Pietät erschaut. Eigentliche Philosopheme entwickelten sich zwar nicht aus diesen Anschauungen, aber sie trugen dazu bei und so wurden die Veden, die heiligen Schriften der Hindu, die erste Grundlage von philosophischen Systemen, die man nach ihrem Ursprunge die Vedantinen nennt. Es werden wohl alle antiken Kulturvölker ihren ersten Anfang der Naturphilosophie in begeisterten Anschauungen der

Natur gemacht haben, worauf erst später die höhere Spekulation sich fortsetzte.

Besonders begeisternd sind die lyrischen Ergüsse an den Indra, den Gott des Mittelreiches, und an Agnis, den Feuergott. Erst später spekulirte man über den Ursprung der Dinge, de rerum natura. Aber da ging es den alten Hindu wie allen andern Völkern, man musste eine erste Ursache der Dinge annehmen, und so an die Naturforschung das Wunder einsetzen, eine ursachlose Grundursache (kārańam akārańam), und dies war die Grundlage des gesammten Universums, ihr Pradhāna, ihr summum numen. Dieses höchste Wesen war ihnen von doppelter Natur, es war aus sich selbst (svayambhū), ursachlos (ahetu), also absolut; es war zugleich geistig für das ideale Reich (paramātma) und fein körperlich für das Naturreich (sūkschma śarīra). Alle Philosopheme der alten und neuen Zeit scheitern an dieser letzten Grundursache, weil der Ursprung der Materialität nicht, und niemals begriffen werden kann. Was nämlich die Schwierigkeit des Ursprunges eines lebenden Organismus betrifft, so ist die Kant'sche Raupe zu bekannt, und müssen wir uns an die Moneren des Häckel halten. — Also an der letzten Grundursache scheitert alle Naturphilosophie. — Anders verhält es sich freilich mit der idealen oder geistigen Herausbildung des Urprinzips; hier kann die Phantasie leicht in das Uebersinnliche, Metaphysische, hinüberschweifen, natürlich in das Grund- und Bodenlose, wie Frank in seinem Vyāsa gethan hat.

Auf dem altindischen Boden stehend, sehen wir den feinen Leib (sūkschmaśarīra) des Urprinzips noch nicht sinnlich wahrnehmbar. Die Urelemente oder physischen Urprincipien (tanmātrāńi) entwickeln sich zuerst; freilich eine Annahme, die durch nichts erwiesen werden kann, also wieder ein Phantasiegebilde, weil man sich die 5 Naturelemente, grosse Wesen genannt (mahābhūtāni), nicht zu erklären ver-

mochte. Diese sollen nämlich aus den tanmātrāńi herausgesetzt worden sein. Freilich, nachdem man die 5 groben Naturelemente (sthūlabhūtāni) entwickelt und erkannt hatte, war es ein Leichtes, auf dieser Basis die chemische, physikalische und morphologische Welt zu construiren. (Hier muss ich, um Irrungen zu begegnen, bemerken, dass das Urprinzip der Welt auch das Brahmum (gen. neut.) heisst, aus dem erst der Brahma (gen. masc.) und die übrigen Götter abstammen.)

Ueber das Brahmum oder die Grundlage der Welt noch Folgendes: Der Aether, das fünfte oder vielmehr das erste und oberste Element, welches aus den physischen Urelementen (tanmātrāńi) zuerst herausgetreten ist, ist nach Manu's Gesetzbuch der Leib des Pradhāna oder des Brahmum (khan Brahma, tad eva asya mūrtti). Die Weltursachlichkeit ist das Wesen des Brahmum. Das Brahmum ist die ewige Wesenheit (Brahmam anantam sattvam). Das Brahum ist die höchste Ursache der Dinge (Paramakārańam Brahma). Das Brahmum ist auch der Allmacher (Sarvakrit), der grosse Herr (maheśvara). So ist das Wesen des Urprincipes hinlänglich charakterisirt. So erscheint das Brahmum als das wahre einzig Unzerstörbare, Unsichtbare, Ewige (ritameka akscharam Brahma avyaktam). — Durch Umwandlung (vikāra) und sich in die Aeusserlichkeit setzend (ahankāra) entwickelt sich die ganze sinnlich wahrnehmbare Welt. Dabei verliert aber das Brahmum nichts von seiner Wesenheit, sondern hält in sich gebunden alle Wesen, so wie diese sich wieder in dieses Urwesen auflösen. Das Brahmum hat in sich den Drang, geboren zu werden, und ausser sich das Universum zu setzen. So entsteht die sinnliche Welt, vom Unorganischen bis zum höchsten Organischen, dem Menschen.

Von diesem als der Summe aller vorausgehenden physischen Momente ist eine merkwürdige Stelle in der 6. und

7. Sloke des Īśa upanischad aufbewahrt, die aber auch vielfach missdeutet worden. Ich halte mich bei der Uebersetzung derselben an W. Carey: yas tu sarvāńi bhūtāni ātmanyeva anupasyati, sarvabhūteschu ātmānam, tato na vidschugupsate. „Wer alle Wesen in sich selbst sieht; und sich selbst in allen Wesen, der wird sofort nichts verachten.“ Dies heisst soviel: Im Menschen sind alle Naturstufen vom Uranfange der Dinge bis zur höchsten Ausprägung dargestellt. W. Jones übersetzt so: wer alle Wesen im Geiste, und den Geist in allen Wesen sieht, u. s. w.

Dieser Uebersetzung ist Frank gefolgt, die aber offenbar keinen Sinn hat.

Die hier angeführte Stelle ist aber auch dadurch bedeutungsvoll, dass sie die Descendenzlehre oder die Theorie der allmäligen Entwickelung der Dinge veranschaulicht und bestätiget, was Gangādhara, der Scholiast des Tscharaka, nachgewiesen hat, als er behauptet: „Alle Wesen sind durch die ewig sich bewegende Zeit allmälig umgebildet worden“. Klarer kann die Descendenztheorie nicht ausgesprochen werden. So haben die alten Hindu schon festgestellt, was den Forschern unserer Zeit erst durch Zuhilfenahme der Embryologie, vergleichenden Anatomie und vorzüglich der Paläontologie möglich geworden ist.

Der erste Grad der Ichsetzung (ahankāra) des Urwesens ist aus der Finsterniss heraus der Lichtäther: kam Brahma tad evāsya murti, der Aether ist das Brahmum selbst, nämlich dessen feiner Leib, i. e. der sūkschma śarīra, welcher jedoch unsichtbar ist, die Naturprinzipien (tanmātrāńi) aus sich erschliesst, aus welchen dann die grossen Wesen (mahābhūtāni), nämlich die fünf bekannten gröberen Naturelemente in der sinnlich warnehmbaren Welt zum Vorschein kommen. Ist man hier angelangt, dann setzt sich die weitere Naturevolution durch Verbindungen und Auflösungen in Ewigkeit fort, und so werden des Stoffes chemische Zusammensetzungen,

physikalische Wirkungen und morphologische Gestaltungen die Welt erfüllen (dravyaguṅakārmarūpāni). Dieser dreifachen Betrachtung der Naturwesen ist auch Häckel in seiner generellen Morphologie gefolgt, und in Wirklichkeit sind dies auch die wesentlichen Kategorien der physischen Welt. —

So viel über Naturphilosophie des Brahmaismus, die sich auf die Veden und Vedantinen gründet; hier ist aber die Literatur so umfangreich, dass sie sich schwer überblicken lässt. Ebenso zahlreich ist dieselbe in Betreff der von der orthodoxen Theorie abweichenden anderweitigen Systeme. Oben an steht hier der Buddhaismus, von dem heiligen Weisen Buddha gegründet. Die Bauddhen sind so zahlreich, dass keine religiöse Genossenschaft ihrer Anzahl gleich kommt. In naturphilosophischer Hinsicht haben sie sich weit vom Brahmaismus entfernt. Ihr oberstes Prinzip für die gesammte Natur ist die absolute Leere, der leere Raum, Sūnya, aus welcher alles in natura rerum sich entwickelt. Es ist zwar richtig, dass ihre Phantasie im Stande war, alles Vorhandene hinweg zu denken, zu annulliren und zu negiren, aber der Raum blieb ihnen übrig, der sich nicht hinweg denken lässt; ebenso bleibt die Zeit, und bewegt sich ewig fort. Also Raum und Zeit sind die Kategorien, durch welche sie die Dinge durch Ursachen und Wirkungen auf- und niedersteigen liessen. Auf diese Prinzipien stützt sich bekanntlich auch Kant, der den ganzen Kreislauf der Welt in Zeit, Raum und Causalitäten sich abwickeln lässt. So wiederholt sich oft das Antike im Modernen.

Die Bauddhen lassen aus dem tiefen Grunde der absoluten Leere, von der Finsterniss zum Lichte die Dinge heraussteigen und leugnen den absoluten Urgrund, das Pradhāna, des Brahmaismus. Der leere Raum ist ihnen das höchste Wesen, und die Zeit ist des Raumes

adhärirende Eigenschaft. An Frömmigkeit werden die Brahmanen von den Bauddhen weit übertroffen. Man kann den Buddhaismus füglich als eine Reformation des Brahmaismus ansehen; jedoch hat Ersterer von Letzterem vieles beibehalten. Auch hat der Buddhaismus durch seine Milde und Humanität für die Civilisation ausserordentlich gewirkt, vorzüglich unter den halbverwilderten mongolischen Völkerstämmen. Jedoch ist nicht zu leugnen, dass er durch seine ascetischen Einrichtungen dem Mysticismus viel Vorschub geleistet hat. —

Ein zweiter grosser Abfall vom Brahmaismus ist der Dschainismus. Die Dschainen, von ihrem Stifter Dschina benannt, verwerfen das höchste Wesen (Pradhāna) der Brahmanen und die absolute Leere (Sūnya) der Bauddhen, und nehmen die gesammte Natur, das Universum, als absolut von Ewigkeit her an, was an David Strauss „der alte und neue Glaube“ erinnert, der in seiner kritischen Untersuchung zu demselben Resultate gelangt ist. Abermals ein Beispiel, wie alte und neuere Denker unbewusst öfter einander begegnen.

Die Brahmanen lassen ihr Urprinzip von dem Verlangen zu schaffen ergriffen sein: „Ich möchte Vieles sein (bahu syam); ich will geboren werden (pradschāyeya)“, was dann auch in Zeit und Raum geschieht: „Alle Wesen sind durch die ewig sich bewegende Zeit nach und nach hervorgetreten und umgebildet worden“.

Dasselbe geschah auch den Bauddhen, aber nicht durch das Grundprinzip, Pradhāna, sondern aus der Tiefe des absoluten leeren Raumes, Sūnya; während die Dschainen beide Grundlagen der Natur (prakriti) gänzlich negirten, und diese als absolut für sich bestehend annahmen. —

Unter den vielen philosophischen Systemen der alten Hindu ist vorzüglich das des Kapila, Sankhya, Zahlensystem, genannt, hervorzuheben, welches viele Aehnlich-

keit mit der Lehre des Pythagoras hat. Dieses System ist sehr gründlich von Colebrooke, asiat. trans., behandelt. Kapila hat das Physische gänzlich vom Geistigen getrennt; beides steht einander fremd gegenüber. Das geistige Element ist ihm nichts anderes, als die Erregung der Materie; der Geist und Verstand nimmt zwar das Körperliche wahr, aber bestimmt es nicht zum Handeln, da dieses sich selbst anregt, zum Handeln und Wirken antreibt, und die geistigen Verrichtungen sohin nichts anderes, als nur Regungen des materiellen Leibes sind. Er setzt seine Geister ausserhalb der wirklichen Welt, und lässt das Geistige von Ewigkeit her, wie das Leibliche selbstständig neben einander her gehen, wie die bekannte prästabilirte Harmonie. Er ist folglich vom Brahmaismus und den Vedanten gänzlich getrennt. —

Ich übergehe die Unzahl von naturphilosophischen Abhandlungen in der Sanskritliteratur und will nur noch einige kurz berühren:

Die Tschārvāken, sowie auch die Lokayatiker verwerfen alles Geistige, sowohl das Urprinzip (Pradhāna), als auch die daraus entwickelten Götter und Geister, und nehmen nur die sinnlich wahrnehmbare Welt als Wirklichkeit an. Endlich die Nāstiker löschen gänzlich alles Bestehende aus, und erklären geradezu, dass auch die sinnlich wahrnehmbare Welt, ja, dass das ganze Universum nichts als nur eine Täuschung sei.

Gangādhara hat sich viele Mühe gegeben, die Nāstiker zu widerlegen, und hat dabei sich zum Oefteren auf das medicinische System des Suśruta berufen, welches ihm viele naturphilosophische Anhaltspunkte zu diesem Zwecke darbot.

So hat die altindische Naturphilosophie nach allen Richtungen hin versucht, den Weltprozess zu erklären, um herauszufinden, wie sich das Ideale zum Realen und umgekehrt verhält, bis endlich Gangādhara zu dem Resultate ge-

langte, dass die ganze ideale Welt aus der realen hervorgehe. —

Was die Poeten vom Ursprunge der Dinge gefabelt haben, lasse ich hier fallen, besonders wie dies im Eingange des Mahābhārata erwähnt wird. —

Zum Schlusse will ich noch einige Aphorismen im Originaltexte mit meiner Uebersetzung anfügen, die in näherer Beziehung zur altindischen Naturphilosophie stehen:

Yat kāryam tad vināśi, svakāraṅe līyate, was Wirkung ist, ist vergänglich, und löst sich in seiner eigenen Ursache wieder auf. Hier gilt der alte Satz: die Wirkung ist schon in der Ursache enthalten.

Tisra eva devatā . . . . agnir vayūs sūryah, drei Götter gibt es, das Feuer (Licht), die Luft und die Sonne. Nach Gangādhara sind dies die Urgötter, und erst später, als man über den Naturkultus hinaus zum Brahmaismus überging, ist nur von einem einzigen Gotte, der Sonne, die Rede.

Kham brahmam (gen. neut.) tad evāsya mūrti, der Aether ist das Brahmum, das ist eben sein Leib. Das Urwesen, pradhāna, enthält einen ätherischen Leib, aus dem sich eben die ganze sinnliche Welt entwickelt, wie eben gesagt, aus der Ursache entwickelt sich die Wirkung oder, was dasselbe ist, die Wirkung ist schon in ihrer Ursache enthalten.

Brahmam (gen. neutr.) eva pradschapatir, das Brahmum ist eben der Geschöpfe Herr, das heisst, das Urprinzip ist in allen seinen Entwickelungsmomenten noch wirksam.

Adimatparam brahmam na sat tannāsad utschyate, ursprünglich wird das Brahmum nicht als seiend, und dasselbe auch nicht als nicht seiend genannt. Wie schon früher erwähnt, war das Brahmum vor der Herausentwickelung in die sinnliche Welt für diese nicht seiend, nach dieser Entwickelung aber seiend.

Lokā ātmaprabhā, die durch sich selbst glänzenden Welten. Hier bin ich versucht, an den Fixsternenhimmel

zu denken, denn nur die Sonnen oder Fixsterne haben ihr eigenes und kein erborgtes Licht.

Agnirdevarūpatayā pariṅatāni, durch die Gestaltungen des Gottes Agnis geschehen die Umwandlungen (Umbildungen), d. h. je nach der Beleuchtung werden die morphologischen Erscheinungen dem Gesichtssinne wahrnehmbar.

Yastu sarvāṅi bhūtānyātmanyevānupaśyti etc. Dieser Aphorismus ist schon oben erörtert worden und will hier der Nachsatz nur noch erwähnt werden: „wer dieses einsieht, verachtet nichts mehr", sondern hält alles in der Natur für gleichwerthig.

Tritschtih, sthiti, pralaya, das Entstehen, Bestehen und Vergehen ist der Charakter des Universums. Dabei ist aber zu verstehen, dass das Vergehen (pralaya) immer wieder ein neues Entstehen zur Folge hat, und zwar in Ewigkeit fort. (Gangādhara.)

Tamo nudah prakritiprerakah, das Dunkel vertreibend, die Natur erregend ist (das Urwesen). Aus der Finsterniss entwickelt sich das Licht, wie wir dies auch bei Hesiod sehen (Theogonie vers. 124).

Manas sendriyam, der Verstand ist in den Sinnen enthalten. Ueber die Sinnenwahrnehmungen hinaus nimmt Gangādhara keine Erkenntniss an; man vergleiche auch Kant's Kritik der reinen Vernunft.

Vrihad aṅd'am abhūt, es entstand ein grosses Ei; yugasyādau, im Anfange der Weltperiode; ekam pradschānām vidscham, der einzige Same der Geschöpfe. Poetische Auffassung von dem Uranfange der Wesen. —

Damit schliesse ich also in fünf kleinen Sitzungsberichten den Auszug aus einer grösseren Abhandlung über Naturwissenschaft und Medicin der alten Inder, welche später erscheinen soll.

Studien über den feineren Bau des Geschmacksorganes.

Von Dr. F. Hermann,
Privatdozent und Assistent an dem anat. Institut der Universität Erlangen.

(Mit Tafel III u. IV.)

(Eingelaufen 26. April.)

In einer kleinen, im Jahre 1851 erschienenen Arbeit über „die Haut einiger Süsswasserfische" erwähnte Leydig[1]) in der Epidermis der Cutispapillen vorkommende becherförmige Bildungen, an deren Basis er Nerven herantreten sah, und die er deshalb als eine neue Art sensibler Endorgane betrachtete. Diese Entdeckung Leydig's scheint zunächst wenig Aufmerksamkeit gefunden zu haben, denn es vergingen über zehn Jahre, bis ein anderer Autor, F. E. Schultze[2]), sich wieder mit den erwähnten Gebilden beschäftigte. Waren es nach Leydig nur verlängerte, „contractilen Faserzellen" ähnliche Zellen, welche die Epidermisbecher zusammensetzen, so zeigte Schultze, dass denselben ein complicirterer Bau zukomme. Er konnte nachweisen, dass es zweierlei Zellen sind, die sich an dem Aufbau der uns interessirenden Organe beteiligen, erstens lange, einfache, mehr peripher gelegene Cylinderzellen, welche mit ausgefranzten Enden der Cutis aufsitzen, und dann fadenförmige Gebilde, welche aus einer kernhaltigen Mitte, einem peripheren, stark lichtbrechenden,

1) Zeitschrift für wissensch. Zoologie Bd. III.
2) Zeitschrift für wissensch. Zoologie Bd. XII. 1863. pag. 218.

stäbchenförmigen und einem centralen varikösen Fortsatze bestehen. Wenn es F. E. Schultze auch nicht gelungen war, den direkten Zusammenhang dieser Gebilde mit feinsten Nervenfasern zu beobachten, so ähnelten dieselben doch so sehr den von M. Schultze[1]) abgebildeten Riechzellen, dass es keinem Zweifel unterliegen konnte, es handle sich hier um die Neuroepithelien der becherförmigen Endorgane. Leydig[2]) hatte dieselben mit den Sinneshügeln oder Seitenorganen zusammengeworfen und mit dem Namen „Organe eines sechsten Sinnes“ belegt; mit der Entdeckung stäbchenförmiger Neuroepithelien musste aber notwendiger Weise eine Trennung von den Sinneshügeln eintreten, indem diese nicht stäbchenförmige sondern kurze birnförmige, die Epidermis nicht in ihrer ganzen Dicke durchsetzende Neuroepithelzellen beherbergen.

Ausser Leydig und F. E. Schultze haben sich nun eine Reihe anderer Forscher mit den becherförmigen Organen beschäftigt[3]) und sie bei den verschiedenen Classen der Wirbelthierreihe nachgewiesen. Den Fischen kommen sie in ihren sämmtlichen Familien zu; sie sind hier regellos über die Haut verbreitet, namentlich an den Flossen und am Kopfe, sowie vor allem an den Barteln und Lippen und ausserdem noch im Innern der Mundhöhle bis zum Oeso-

---

1) Untersuchungen über den Bau der Nasenschleimhaut. 1862.

2) Nova acta academiae Leop. Carol. Bd. 34 1868.

3) Jobert, Annales des sciences naturelles. T. 16. V. série. 1872.

Todaro, Medic. Centralblatt Nr. 15. 1872.

Bugnion, Recherches sur les organes sensitifs, qui se trouvent dans l'epiderme du Protèe et de l'Axolotl. Diss. inaug. Zürich 1873.

F. E. Schultze, Archiv f. mikr. Anat. Bd. VI. 1870.

Leydig, Die in Deutschland lebenden Arten der Saurier. Tübingen 1872.

Leydig, Archiv f. mikr. Anat. Bd. VIII. 1872.

Leydig, Beiträge zur Kenntniss der Hautsinnesorgane der Fische. Halle 1879.

phagus hinab. Bei den Amphibien sind sie in der äusseren Haut verschwunden und haben ihre Stelle nur mehr im Innern der Mundhöhle; bei den erwachsenen Anuren haben sie ausserdem ihre Gestalt geändert, aus den becherförmigen, knospenartigen Gebilden sind flache Scheiben hervorgegangen. Mögen sie aber auch ihre Gestalt, mögen sie ihre Zusammensetzung gewechselt haben, eines bleibt doch als charakteristisch vorhanden, die stäbchenförmigen Endzellen, deren peripherer Fortsatz allerdings hier gablig getheilt ist. Bei den Reptilien finden sie sich nur mehr in einzelnen Familien in der Mundhöhle, bei den Ophidiern und ausserdem in der ganzen Klasse der Vögel fehlen sie vollständig und werden hier durch die von Merkel, Grandry, Herbst etc. näher beschriebenen Tastzellen und Tastkörperchen ersetzt.

Im Jahre 1868 gelang es nun Lovén[1]) und Schwalbe[2]), unsere Organe auch in der Mundhöhle der Säugethiere aufzufinden; sie haben hier ihren Sitz auf den Papillae fungiformes, vallatae und foliatae, ausserdem am weichen Gaumen und im Kehlkopfe bis zu den falschen Stimmbändern. Aber nicht nur die einzelnen Wirbelthierfamilien mit Ausnahme der Ophidier und Vögel sind mit den knospenartigen Endorganen in höheren oder geringerem Grade ausgestattet, auch bei Wirbellosen sind gleiche oder ähnliche Gebilde aufgefunden worden; so wurden sie von Eissig[3]) bei den Capitelliden, von Flemming[4]) bei Cephalophoren nachgewiesen. Von besonderem Interesse, namentlich in physiologischer Beziehung scheinen mir endlich noch die Angaben von Blaue[5]) zu sein, der unter dem Namen Geruchsknospen

---

1) Archiv für mikr. Anat. Bd. IV. 1868.

2) Archiv für mikr. Anat. Bd. III u. IV. 1867/68.

3) Mittheilungen der zoolog. Station zu Neapel. Bd. I pag. 306.

4) Archiv für mikr. Anat. Bd. XXV.

5) Zoologischer Anzeiger. Jahrg. V 127. Archiv für Anatomie und Physiologie (anat. Abth.) Jahrg. 1884. Heft 3 u. 4.

bei verschiedenen Gattungen von Fischen und bei Amphibienlarven ganz die gleichen Bildungen als Endorgane des N. olfactorius beschreibt; nur haben sie hier die Tendenz, breiter, voluminöser zu werden, um allmählig bei höherer Entwicklung sich zu einem flächenhaft ausgebreiteten Geruchsepithel umzuformen.

An der Hand dieser kurzen Zusammenstellung wird ersichtlich, wie ausgedehnt einmal das Ausbreitungsgebiet der becherförmigen Organe innerhalb der Thierreihe ist, und dann wie verschiedenen Nerven dieselben als Endorgane aufsitzen. Bei den Fischen finden sie sich ja ausser in der Mundhöhle regellos über die gesammte Körperfläche zerstreut, bei höheren Thierformen stellen sie die Endorgane der Geschmacksempfindung dar, während wieder bei einigen Fischen und den Amphibien in ihrem Larvenleben die Fasern des N. olfactorius in ihnen enden.

In Erwägung dieser Thatsache scheint es mir nun nicht uninteressant, unsere Gebilde in ihrer weitverzweigten Entwicklung einer kurzen Untersuchung in Bezug auf ihre physiologische Bedeutung zu unterziehen. Ihr Entdecker, Leydig, hatte sie, wie oben bereits erwähnt, mit anderweitigen teils nervösen theils drüsenartigen Gebilden mit dem Namen „Organe des sechsten Sinnes“ belegt; diese Bezeichnung dürfte kaum eine gut gewählte sein, es scheint mir damit nicht viel mehr gesagt, als dass man sich über die physiologische Bedeutung mehr oder minder unklar ist und es möchte richtiger sein, sich die Frage vorzulegen: ist es nicht möglich, in den becherförmigen Organen die percipirenden Endorgane einer uns bekannten, geläufigen Sinnesempfindung zu finden? Diese Frage haben sich ja auch verschiedene Forscher, die sich mit dem Studium unserer Gebilde beschäftigten, gestellt, sind aber bei Beantwortung derselben keineswegs zu einer übereinstimmenden Meinung gelangt, vielmehr stehen immer noch unvermittelt zwei Ansichten gegenüber.

F. E. Schultze[1]) sagt über die Function der becherförmigen Gebilde folgendes:

„Man wird zugeben müssen, dass die frei ins Wasser hinausragenden zarten Endtheile für die Perception der im umgebenden Wasser gelösten Stoffe und deren chemischer Qualität besonders befähigt erscheinen. Der Umstand, dass die becherförmigen Organe nicht wie unsere Geschmacksorgane auf eine bestimmte Stelle localisirt, sondern durch die ganze Mundhöhle, die Innenseite der Kiemenbogen und über die ganze äussere Haut verbreitet sind, kann nicht befremden bei Thieren, welche nicht wie wir schmeckbare Lösungen allein mit der Zunge und dem Gaumen in Berührung bringen, sondern durch ihren Aufenthalt in diesen Lösungen selbst mit allen den Regionen, wo becherförmige Organe überhaupt vorkommen. Wir dürfen in dieser Einrichtung bei den Fischen sogar eine höhere Entwicklung des Geschmacksinnes insoferne erkennen, als bei diesen Thieren ein Schmecken auf weite Entfernung hin, ähnlich wie bei uns das Riechen, möglich wird. Denn dadurch, dass die im Wasser lösbaren, überhaupt Geschmacksempfindungen erregenden Substanzen nach allen Seiten hin durch das Wasser diffundiren oder auch durch Strömungen fortgeführt werden, gelangen Theilchen derselben in Lösung zur Körperoberfläche oder durch das Respiriren in die Mundhöhle der Fische und treffen hier auf die haarförmigen Enden der Geschmackszellen, können also im ersteren Falle vielleicht sogar ein Wahrnehmen der Gegend erzeugen, von welcher her eine schmeckbare Substanz diffundirt."

Wir sehen, Schultze lässt als adäquaten Reiz nur einen chemischen gelten und schreibt den Sinneszellen der becherförmigen Organe direkt Geschmacksempfindungen zu und zwar befände sich diese Fähigkeit bei den

---

1) Archiv für mikr. Anat. Bd. III pag. 154.

niederen Wirbelthieren in einer bei weitem intensiveren und extensiveren Entwicklung, als wir sie bei den höchsten Formen antreffen.

Ganz im Gegensatze dazu betrachtet Merkel[1]) die Endknospen, wie er die becherförmigen Organe nennt, bei den niederen Wirbelthieren ganz entschieden und zwar ausschliesslich als Tastorgane und stützt dies namentlich damit, dass es ein nothwendiges Postulat sei, die Fische mit Tastapparaten ausgerüstet zu wissen und dass ausser den Seitenorganen und Endknospen andere sensible Nervenendorgane nicht aufzufinden seien. Auch ihre Lage auf Flossen, Barteln etc. spreche für ihre Natur als Tastapparate. Nun geht aber Merkel noch einen Schritt weiter, indem er auch diejenigen Endknospen, welche von den Fischen bis herauf zu den Reptilien im Innern der Mundhöhle vorkommen, nur als Tastorgane gelten lässt und den N. glossopharyngeus genau wie den N. trigeminus als reinen Gefühlsnerven ansieht, wonach den genannten Thierklassen eine Perception chemischer Reize überhaupt unmöglich wäre. Erst bei den Säugethieren, wo ja alle animalen Verrichtungen complicirter werden, würde sich dann der N. glossopharyngeus aus einem rein sensiblen Nerven umwandeln zu einem Sinnesnerven und zwar speziell zu einem für chemische Reize ausgestatteten Sinnesnerven und erst bei dieser Thierklasse hätten wir es mit einem eigentlichen Geschmacksorgane zu thun. Nun scheinen aber neuere Beobachtungen ganz gegen die Merkel'sche Ansicht zu sprechen, namentlich sind es die schon erwähnten Angaben von Blaue[2]) und Versuche von Graber[3]) über die Perception chemischer

1) Die Endigungen der sensiblen Nerven in der Haut der Wirbeltiere. Rostock 1880. pag. 90—94.

2) a. a. O.

3) Biolog. Centralbatt Bd. V Nr. 16.

Reize durch die äussere Haut. Vor allem sind es eben nur wasserbewohnende Thiere, deren äussere Haut mit Endknospen ausgestattet ist und man muss doch unabweisbar verlangen, dass Wesen, die ihr ganzes Leben im Wasser zubringen, geeigenschaftet sein müssen, sich über die Qualität des Mediums, in dem sie leben, orientiren zu können und daher müssen Sinnesorgane vorhanden sein, welche in der chemischen Beschaffenheit des Mediums ihren ädäquaten Reiz finden. Dass eine solche Perception chemischer Qualitäten wirklich statt hat, dafür scheinen doch mit einiger Evidenz die Graberschen Versuche zu sprechen.

Auch der Fund von Blaue, dass Knospen als Endorgane des N. olfactorius auftreten, scheint darauf hinzudeuten, dass, wenigstens unter anderen, der adäquate Reiz ein chemischer ist. Es lässt sich nämlich, wenn wir den Folgerungen von Merkel folgen, doch nicht gut annehmen, dass plötzlich in der funktionellen Bedeutung der Endknospen eine solche Wandlung eintreten soll, je nachdem sie als Endorgane des N. olfactorius einerseits, des N. glossopharyngeus und der sensiblen Hautnerven andererseits fungiren; vielmehr halte ich es für mehr oder minder willkürlich, dass ein und dieselben Organe in der Nase auf chemische, in der Mundhöhle und auf der Körperhaut auf Tasteindrücke reagiren sollen.

Für die Säugethiere und den Menschen kann natürlich die funktionelle Bedeutung der Endknospen keine strittige sein, alte Erfahrungen und Untersuchungen haben zu Genüge festgestellt, dass hier eine Perception von Geschmacksreizen in den Bahnen des N. glossopharyngeus erfolgt, und ist es auch bisher noch nicht gelungen, wenigstens einwurfsfrei den Zusammenhang dieser Nervenfasern mit den Neuroepithelien der Endknospen unter dem Mikroscop direkt zu demonstriren, so haben doch Hönigschmied und Vintsch-

gau[1]) diesen Zusammenhang dadurch unanfechtbar bewiesen, dass sie die Endorgane durch Durchschneidung des N. glossopharyngeus in kurzer Zeit zum Verschwinden bringen konnten.

Dieser Excurs, in dem wir die mögliche physiologische Bedeutung der Endknospen klar zu machen versuchten, hat uns wieder zurückgeführt zu den Säugethieren und wir wollen uns nun an der Hand der einschlägigen Litteratur darüber orientiren, was bisher über den feineren Bau der Endknospen bei dieser Thierklasse bekannt geworden ist. Die Ansichten derjenigen beiden Autoren, Lovèn und Schwalbe, welche sie hier zuerst nachgewiesen haben, werden uns natürlich vor Allem interessiren müssen.

Lovèn[2]) findet die Geschmacksknospen zusammengesetzt aus „wenigstens zwei verschiedenen Arten von Elementen, theils aus modificirten Epithelien (Stütz- oder Deckzellen), theils aus eigenthümlichen stäbchenförmigen Zellen, welche aller Wahrscheinlichkeit nach als Nervenendgebilde aufzufassen sind“. Erstere sind länglich, platt, und machen, einander dachziegelförmig deckend, den äusseren und grössten Theil jeder Geschmacksknospe aus. Nach oben laufen diese Zellen in schmale Spitzen aus, welche gegen das in der äussersten Schicht des Epithels befindliche Loch (Geschmacksporus) convergieren, nach unten dagegen werden sie zu langen feinen, oft verästigten Fäden verjüngt, die, bald mit anderen cellulären Elementen sich verbinden, bald in die Schleimhaut eindringen, wo sie dem weiteren Verfolgen sich entziehen. Sie sind sehr blass, mit äusserst schwachem Umrisse und gewöhnlich mit einem ovalen Kerne versehen. Diese Zellen umgeben nun die eigentlichen Geschmacks-

1) Archiv für die gesammte Physiologie Bd. XIV u. Bd. XXIII 1880.

2) l. c. pag. 102 ff.

zellen. Die letzteren zeichnen sich von den umgebenden Gebilden durch ihren eigenthümlichen, matten Glanz aus und bestehen aus einem dickeren, ovalen, kernhaltigen Theil (Zellenkörper) und aus zwei davon entspringenden Ausläufern, von denen der eine gegen die Spitze der Knospe läuft und cylindrisch, stäbchenförmig ist, der zweite in der Gestalt eines langen feinen Fadens in die unterliegende Schleimhaut eindringt. Bei Untersuchung im frischen Zustand ist das ganze Gebilde fast vollkommen homogen, erst nach längerer Maceration erscheint ein homogener, jeder Spur eines Kernkörperchens entbehrender Kern. Der centrale Fortsatz ist ein feiner, gewöhnlich variköser Faden, der im frischen Zustand denselben matten Glanz zeigt wie die übrige Geschmackszelle und vollkommen dem Axencylinder eines Nervenfadens gleicht.“ Die Zahl der Geschmackszellen einer Knospe gibt Lovèn als 1—2 an.

Ich glaubte, die Angaben Lovèn's hier deswegen ausführlicher aufführen zu müssen, da es nun einfacher sein wird, das wenige, was andere Untersucher denselben zufügen konnten, einzureihen. Schwalbe[1]), der ja wie gesagt, die Endknospen gleichzeitig mit Lovèn bei den Säugethieren auffand, bestätigt des Letzteren Angaben im Grossen und Ganzen vollständig und sind es nur einige neue Punkte, die dieser Forscher hinzufügt. Schwalbe findet die Spitze der Knospen besetzt von „einem Kranze von feinen Härchen, die mit ihren Spitzen convergierend nach innen gerichtet sind und so gleichsam den Eingang zum Innern der Knospe schirmen“ und lässt diese Härchen den Stützzellen aufsitzen. Auch in Bezug auf die Geschmackszellen bringt er einiges Neue, er sieht den peripheren Fortsatz dieser Zellen nicht spitz mit einem Härchen, sondern abgestutzt aufhören und denselben in ein schmales, hellglänzendes, oben scharf

1) l. c. pag. 164 ff.

abgeschnitten endendes Stiftchen übergehen. Diese Zellen heisst er Stiftchenzellen und trennt sie von anderen, ihnen ähnlichen Gebilden, deren peripherer Fortsatz kürzer und gleichmässig breit ist und vorn abgestutzt ohne Stiftchenaufsatz endet; der Kern dieser Zellen enthält meist ein Kernkörperchen, der centrale Fortsatz lässt die bei den Stiftchenzellen geschilderten Varicositäten vermissen. Diese Gebilde belegt er mit dem Namen Stabzellen. Die Zahl der in den einzelnen Knospen enthaltenen Sinneszellen beträgt gewöhnlich 4—6, scheint aber bei dem Menschen grösser zu sein.

Auch die späteren Untersucher (v. Wyss, Krause, Engelmann, Hönigschmied etc.) wissen im Wesentlichen nicht viel Neues über die histologische Zusammensetzung der Geschmacksknospen zu melden und beschränken sich darauf, die Lovèn-Schwalbe'schen Angaben mit Ausnahme einiger weniger Punkte, so z. B. des „Härchenkranzes“ sowie der „Stabzellen“ Schwalbe's, zu bestätigen.

Nur Ranvier und Vintschgau fügen diesen Angaben einige Punkte bei. Ranvier[1]) macht darauf aufmerksam, dass die Stützzellen keineswegs blos in der Peripherie der Geschmacksknospen als Hülle für die central gelegenen Neuroepithelien vorhanden sind, sondern dass auch zwischen letzteren einzelne Stützzellen vorkommen, die Ranvier mit dem Namen „innere Stützzellen“ belegt.

Vintschgau[2]) fand bei seinen Untersuchungen über den Zusammenhang der Knospen mit den Endfasern des N. glossopharyngeus das Protoplasma der Deckzellen im Allgemeinen blass und kaum granulirt; es lassen sich jedoch, allerdings nur in sehr spärlicher Anzahl, Deckzellen nachweisen, deren Protoplasma nach Einwirkung von Osmium-

1) Ranvier, technisches Lehrbuch der Histologie Lief. 6 pag. 870.
2) Archiv f. d. gesammte Physiologie Bd. XXIII 1880. pag. 6—7.

säure stärker granulirt ist. Ausserdem kommen nun, manchmal in jeder Geschmacksknospe, einzelne Deckzellen zur Beobachtung, die von kleinen, durch Osmium schwarz gefärbten Körnchen durchsetzt sind. Diese Körnchen „sind um ein helles Centrum (Kern) abgelagert, oder dieselben lagern sich nur um eine Seite des hellen Kernes in Form eines Conus, oder schliesslich nach zwei entgegengesetzten Polen, so dass eine Art Spindel entsteht, in deren Mitte der Kern liegt. Die Längsaxe entspricht mehr oder weniger der Längsaxe der Deckzelle. Auch kommt es vor, dass man eine dunkle Kugel vor sich hat, deren Oberfläche ein maulbeerartiges Aussehen hat.“ Vintschgau nennt diese Bildungen „Körnchenhaufen“ und betrachtet die verschiedenen Bilder als Phasen eines einzigen Processes, einer Verfettung der Deckzellen, und hält es für denkbar, dass die Deckzellen einer fortwährenden Degeneration und Regeneration unterworfen sind“, ohne aber als Stütze seiner Vermuthung direkte Beobachtungen anführen zu können. Ranvier[1]) nun bestreitet diese Beobachtungen von Vintschgau auf das Entschiedenste und wirft diesem eine Verwechslung mit fetthaltigen Leucocyten vor, die man häufig das Innere der Geschmacksknospen durchwandern sieht, und von denen er glaubt, dass sie möglicherweise, ähnlich wie bei der Bildung der Stomata der serösen Membranen, bei der Bildung des Geschmacksporus eine Rolle spielen.

Bei einem Organe, das von vorneherein so sehr als nervöses Endorgan imponirte, wie die Geschmacksknospen, muss es selbstverständlich erscheinen, wenn sämmtliche Autoren sich darum bemühten, den Zusammenhang der Neuroepithelzelle mit der einzelnen Nervenfaser unter dem Mikroscop nachzuweisen. Allein so zahlreich die Bemühungen waren, so gering waren die Ergebnisse. Unter der macerirenden

1) l. c. pag. 873.

Wirkung sehr dünner ($^1/_{50}\,^0/_0$) Chromsäure war es allerdings Lovèn und Schwalbe gelungen, Nervenfasern in feine Fäden auslaufen zu sehen, „die den centralen Fortsätzen der Geschmackszellen absolut ähnlich sahen“, allein damit ist ja ein Zusammenhang ersterer mit letzteren noch nicht erwiesen. Und auch die späteren Versuche von Ranvier, Sertoli, Hönigschmied, Drasch unter Anwendung von Goldchlorid waren nicht glücklicher. Es fand sich, dass die Geschmacksknospen in ähnlicher Weise reducirend auf das Goldsalz einwirkten, wie die Nervensubstanz, es waren jedoch die Knospen in toto schwarz gefärbt und blieb dadurch die Frage nach dem Endschicksal der zutretenden Nervenfäserchen immer noch eine unentschiedene. Am vollkommensten scheint immer noch eine Abbildung in Stöhr's histologischem Lehrbuche zu sein; hier sieht man wenigstens einige schwarz gefärbte Fäserchen die im übrigen hell gebliebene Knospe der Länge nach durchsetzen, allein auch diese Zeichnung dünkt mir nicht ganz einwurfsfrei zu sein, da die durch Gold geschwärzten Fäserchen das bekannte Bild der Neuroepithelzelle absolut nicht mehr erkennen lassen.

Sertoli[1]), der seine Versuche an der Pap. vallata des Pferdes anstellte, lässt auch in dem indifferenten, die Knospen umgebenden Epithellager einen ausserordentlichen Reichthum feiner Fäden „einer aufgerichteten Mähne ähnelnd“ bis gegen die Oberfläche durchtreten und glaubt, dass es sich dabei um Geschmacksnervenfasern handle.

Abgesehen davon, dass auf den Abbildungen von Sertoli in der Schleimhaut gar vieles als Nervenfaser gezeichnet ist, was sich wohl sicher als Bindegewebe erweisen würde, bin ich natürlich weit davon entfernt, die Existenz dieser intraepithelialen Nervenfäserchen zu leugnen, sind dieselben

---

1) Moleschott, Untersuchungen zur Naturlehre Bd. XI pag. 403—415.

ja doch von den verschiedensten Autoren nachgewiesen worden, — nur gegen die Auffassung derselben als geschmacksempfindende Fasern möchte ich mich wenden. Betrachtet man die Abbildung von Sertoli etwas genauer, so sieht man die intraepithelialen Fasern gerade unter der Schichte verhornender Zellen mit kleinen Knöpfchen endigen. Nun wird man mir wohl darin beistimmen müssen, dass die Chancen für die Perception eines chemischen Reizes nicht eben günstig sich gestalten, wenn die percipirenden Nervenenden gewissermassen durch eine isolirende Schichte von der schmeckenden Substanz getrennt sind; denn wir müssen uns doch wohl gerade die obersten Schichten des Epithellagers aus zu spröden, wenig imbibitionsfähigen Elementen zusammengesetzt denken, als dass sie in der eminent kurzen Zeit, die zu einer Geschmacksempfindung nothwendig ist, sich gewissermassen mit der schmeckenden Flüssigkeit vollsaugen und so dieselbe zu den percipirenden Nervenenden fortleiten könnten. Drasch[1]), der sich ausführlich mit den Nerven der Geschmacksregion beschäftigt, lässt „die Mehrzahl der geschmacksempfindenden Fasern im Blattstroma selbst enden und nur eine geringe Menge derselben zu den Knospen umbiegen und in deren Innerem ihr Ende finden." Wer nun die Grössenverhältnisse der Pap. foliata nur einigermassen kennt, wird sich nicht verhehlen können, dass die Methode von Drasch, — Abtragen der einzelnen Papillenblätter mit einem feinen Messerchen und nachherige Färbung — für histologische Fragen so subtiler Natur, wie es das Studium der Nervenendigung ist, nicht eben geeignet erscheint. Aber, davon ganz zu schweigen, so gilt für die Ansicht von Drasch dasselbe, was ich gegen Sertoli einwenden zu müssen glaubte, in noch erhöhtem Massstabe. Drasch scheint sich zwar selbst

1) Sitzungsberichte der kaiserl. Academie der Wissenschaften III. Abth. Bd. 88. 1883.

die Frage nach dem Modus der Erregung dieser tief gelegenen Nervenenden vorgelegt zu haben, denn er sieht sich seiner Ansicht zu liebe veranlasst, die Geschmacksknospen selbst als „capilläre Vorrichtungen“ aufzufassen, eine Anschauung, über die ich offengestanden bis jetzt noch nicht ins Klare kommen konnte.

Wenn wir nun aus dem, was die verschiedenen Autoren über den Bau der Geschmacksknospen berichten, ein Gesammtbild entwerfen, so stimmen darin alle Angaben überein, dass die Geschmacksknospen aus zweierlei Zellen bestehen, von denen die einen als platte Gebilde in mehreren Schichten „wie die Blätter einer Zwiebel sich deckend“ einen Kelch darstellen, dessen Inneres von der zweiten Sorte von Zellen, den Neuroepithelien, ausgefüllt wird; von letzteren konnte zwar experimentell nachgewiesen werden, dass sie als Endgebilde des N. glossopharyngeus fungiren, direkt konnte jedoch bisher dieser Zusammenhang nicht eruirt werden.

Als ich bei Gelegenheit meiner[1]) „Studien über die Entwicklungsgeschichte des Geschmacksorganes“ mich über den Bau des Geschmacksknospen zu orientieren suchte, war es mir schon klar geworden, dass das obige Bild der Wirklichkeit nicht vollkommen entsprechen könne und ich beschloss daher unter Zuhilfenahme der modernen histologischen Methoden der Frage nach der Struktur dieser nervösen Endapparate näher zu treten, Untersuchungen, deren Resultate in Nachfolgendem der Oeffentlichkeit übergeben werden mögen.

Bevor ich jedoch dazu übergehe, möchte ich in Kürze der Untersuchungsmethoden Erwähnung thun, deren ich mich bediente. Ich benutzte fast ausschliesslich die Papilla foliata des Kaninchens, einerseits wegen der leichteren Beschaffung frischen Materiales, andererseits aber namentlich deswegen,

---

1) Archiv für mikr. Anat. Bd. 24. 1884.

weil hier die Anordnung der Geschmacksknospen innerhalb geradlinig verlaufender paralleler Papillen die Möglichkeit übersichtlicher Schnittreihen weit eher zuliess, als dies in der Papilla vallata der Fall gewesen wäre. Zur Fixirung und Härtung machte ich von den verschiedensten Mitteln Gebrauch; schon gleich von Anfang sah ich, dass sich von der Anwendung von Müller'scher Lösung und Chromsäure nicht eben günstige Resultate erwarten liessen, da diese Flüssigkeiten entgegen den Angaben von v. Wyss die empfindlichen Gebilde allzusehr verändern. Ich kehrte desshalb wieder zur Anwendung der Osmiumsäure, die schon von Schwalbe seiner Zeit so warm empfohlen worden war, zurück und erwies sich dieses Reagens gerade für den vorliegenden Zweck als das souveräne Härtungsmittel. Ganz vortreffliche Resultate erhielt ich auch, namentlich für einige besondere Fragen, durch das Flemming'sche Gemisch (Chromosmiumessigsäure) und es wurde dieses neben reiner Osmiumsäure am meisten in Anwendung gezogen. Daneben kamen mit besserem oder geringerem Erfolge Sublimat, Picrinsäure und Picrinschwefelchromsäre in Betracht. Zur Tinction verwandte ich neben Carmin und Hämatoxylin für reine Osmiumpräparate, in ausgedehntem Masse die Anilinfarben, vor allem Gentianaviolett nach der Gram'schen Vorschrift; zuletzt kam ich auf eine Methode der succesiven Färbung mit Saffranin und Gentianaviolett, die ebenso instructive, wie elegante Bilder lieferte. Durch die combinirte Anwendung dieser beiden Farbstoffe erhält man nämlich insoferne sehr deutliche Präparate, als das Saffranin nur von den wahren Nucleolen, den Karyomitosen und den Degenerationsstadien der Kerne festgehalten wird, während sich das Chromatingerüste der ruhenden Kerne violett färbt. Von dem Studium der die Geschmacksknospen zusammensetzenden Elemente an Isolationspräparaten glaubte ich absehen zu müssen, da ich beobachten konnte, dass gerade diejenigen

Mittel, welche eine Isolation ermöglichen, auf die zarten Gebilde zerstörend einwirken und so nur zu Trugbildern Veranlassung geben. Ich beschränkte mich desshalb auf die Untersuchung sehr feiner Serienschnitte, die ich in der Längs- und Queraxe der Knospen anlegte.

Gehen wir nun an eine Betrachtung der feineren Strukturverhältnisse, die sich mit Zuhifenahme obiger Methoden an den Geschmacksknospen eruiren lassen, so sind es vor allem die Stützzellen, die uns interessiren werden, und mag hier gleich vorausgeschickt werden, dass ich über die Beschaffenheit derselben zu wesentlich anderen Ansichten gelangte, als die früheren Untersucher. Diese sehen ja sämmtlich in den Stützzellen platte, schüppchenförmige Gebilde, die, sich dachziegelförmig deckend und in concentrischen Kreisen gelegen, gewissermassen die Rinde der einzelnen Knospen bilden, nur Ranvier's und Stöhr's Beschreibung lassen sie als etwas voluminösere Elemente erscheinen. Nun lässt sich aber unter Zuhilfenahme schonender Härtungsmethoden leicht nachweisen, dass wir es bei den Stützzellen absolut nicht mit platten Zellen zu thun haben, sondern dass es vollsäftige, kräftig contourirte, im Allgemeinen pyramiden- oder spindelförmige Zellindividuen sind, die, durch eine geringe Menge Kittsubstanz mit einander verbunden, ohne eigentliche bestimmte Anordnung in „concentrischen Ringen oder sich dachziegelförmig deckend“ an einander liegen und die Neuroepithelzellen zwischen sich fassen. Um nun zu einer detailirten Beschreibung dieser Gebilde übergehen zu können, wird es sich als unbedingt notwendig erweisen, eine Trennung der stützenden Elemente der Geschmacksknospen in äussere und innere Stützzellen vorzunehmen, da es sich gezeigt hat, dass dieselben nicht nur in ihrer topographischen Anordnung in der Knospe und ihrer Gestalt, sondern auch in ihrer feineren Structur von einander verschieden sind. Es mag aber gleich hier bemerkt werden, dass diese äusseren

Stützzellen keineswegs eine eigentliche Rinde stricto sensu für die einzelne Knospe darstellen, sondern man findet eben nur diese Elemente häufiger peripher gelegen. Dieselben stellen recht voluminöse Gebilde dar, die im allgemeinen von pyramiden- oder spindelförmiger Gestalt, mit scharfen und glatten Contouren aneinanderstossen und pfeilerartig in das Innere der Knospe vorspringen (Fig. 1). Haben sie, wie das häufiger ist, die Form einer Pyramide, so ist die Grundfläche derselben der Schleimhaut zugewendet und dieselbe zeigt sich stets in eine grössere oder geringere Anzahl feiner Fortsätze zerspalten. Bei den mehr spindelförmigen Zellen vermisst man im Allgemeinen diese faserigen Fortsätze, doch glaube ich in einigen Fällen auch hier, wenn auch nur in sehr geringer Entwicklung, solche wahrgenommen zu haben. Nach der Peripherie zu verjüngen sich die äusseren Stützzellen ziemlich rasch und laufen sich abplattend, in eine schmale Kante aus, die, wie sich bei guter Beleuchtung und mit starken Immersionssystemen erkennen lässt, mit einem fein gestrichelten Saume besetzt ist. Dieser Saum, mit dem wir uns, wenn wir auf den Zusammenhang der einzelnen Elemente in der Knospe zu sprechen kommen werden, noch zu beschäftigen haben, erscheint an Osmiumpräparaten als eine ziemlich dunkelgefärbte feine Linie und wird auch von Gentianaviolett leicht blau gefärbt. Was den Zellenleib betrifft, so ist derselbe, wie sich namentlich durch Osmiumbehandlung, sowie mit der Heidenhain'schen Hämatoxylin-Methode leicht nachweisen lässt, von einem sehr deutlichen, feinmaschigen Netzwerke durchsetzt; die Maschen dieses Netzes sind im allgemeinen rundlich, in der dem Kern zunächst anliegenden Partie ziemlich weit, während sie sich in dem peripheren Stücke der Zelle stark in die Länge ziehen und so der Zelle eine exquisit streifige Structur verleihen. Gewöhnlich in dem unteren, nie aber in dem peripheren Theile, findet sich der Zellkern; derselbe ist sehr gross, fast

kugelig, bläschenförmig und zeichnet sich vor allem durch eine geringere Aufnahmsfähigkeit für Farbstoffe aus. An Osmiumpräparaten, die mit Carmin oder Hämatoxylin tingirt sind, erscheint er stets als ein blass und homogen gefärbtes Bläschen, das in seinem Innern 2 oder 3 dunkler gefärbte, immer excentrisch gelegene Nucleolen birgt. Wendet man nach Fixirung in Flemming'scher Lösung eine schärfere Kerntinction durch Gentianaviolett oder Saffranin an, so gelingt es allerdings immer ein Chromatingerüste nachzuweisen, dasselbe zeigt sich jedoch ausserordentlich dünn und zart und findet sich nur an der Peripherie des Kernes, während die Mitte ganz farblos erscheint, oder doch nur von vereinzelten Chromatinbälkchen durchzogen wird. Auch die mehrfach vorhandenen, dunkel gefärbten Nucleolen finden sich in dem peripheren Kerntheile.

Die zweite Art stützender Elemente, die wir in den Geschmacksknospen finden, zeigt zartere, gracilere Formen, als die eben beschriebenen Gebilde (Fig. 2). Nur in geringer Zahl in der einzelnen Knospe vorhanden, haben diese Zellen die Gestalt lang ausgezogener Cylinderzellen, mit einer verbreiterten ebenfalls durch den Besitz zarter protoplasmatischer Ausläufer ausgezeichneten Basis und einem sich allmählig verjüngenden peripheren Theile. Ueber die Beschaffenheit dieses letzteren ist es mir leider trotz vieler Bemühungen nicht gelungen, ins Klare zu kommen, da gerade an der Spitze der Knospe auf äusserst geringem Raume verhältnissmässig so viele Elemente zusammentreffen, dass die Schwierigkeiten, ein einzelnes sicher verfolgen zu können, ungemein gross werden. Nur soviel konnte ich als vollständig sicher feststellen, dass diese Zellen niemals mit einem stiftchen- oder haarförmigen cuticularen Aufsatze, wie ihn die Neuroepithelien besitzen, versehen sind, ein Verhalten, das mich eben auch veranlasste, diese Zellen den Stützelementen der Geschmacksknospen zuzuzählen. Manchmal glaubte ich mich

an Querschnitten durch die Knospen, die gerade die Spitze derselben getroffen hatten, mit einiger Sicherheit davon überzeugen zu können, dass die beschriebenen Gebilde einfach abgestutzt, auf dem Querschnitte kreisförmig oder auch polygonal endigen. Das Protoplasma dieser „inneren Stützzellen" ist nun ebenfalls netzförmig, jedoch dichter granulirt, wodurch die Zelle ein dunkleres Aussehen erhält, als die „äusseren Stützzellen", was sich namentlich gut nach Färbung mit Heidenhain'schem Hämatoxylin darstellen lässt. Der Kern ist ellipsoid oder birnförmig und von einem zarten jedoch wohl ausgebildeten Chromatingerüste durchsetzt, in dem ich jedoch nie eigentliche Nucleolen aufzufinden vermochte. Ich kann es nicht unterlassen, bei Erwähnung dieser Zellen an jene Gebilde zu erinnern, die Schwalbe[1]) „Stabzellen" genannt hat. Derselbe erblickt in ihnen eine eigenthümiiche Art von Neuroepithelzellen und beschreibt sie als Zellen, in deren Kern zuweilen ein Kernkörperchen vorkommt und deren peripherer Fortsatz gleichmässig breit und vorn abgestutzt ist, jedoch des Stiftes entbehrt. Auch fehlen an dem centralen Fortsatze die Varicositäten und auch das Kernkörperchen ist keineswegs als charakteristisch für diese Art von Zellen anzusehen. Die Abbildungen Schwalbe's über diese Gebilde stimmen, was den peripheren Theil betrifft, vollkommen überein mit dem, was ich über die von mir als „innere Stützzellen" bezeichneten Elemente feststellen konnte, nur in der Beschaffenheit des centralen Theiles findet eine bedeutende Differenz statt. Erwägt man aber, dass Schwalbe an seinen Isolationspräparaten auch die „äusseren Stützzellen" mit einem langen fadenförmigen centralen Fortsatze versehen zeichnet, was ich nach meinen Schnittpräparaten absolut nicht anerkennen kann, so kann man sich der Annahme nicht erwehren, dass dieser Forscher als Stab-

1) a. a. O.

zellen möglicherweise die nämlichen Elemente vor Augen gehabt hat, die ich eben wegen des „Mangels eines Stiftes“ den Stützzellen zuzusprechen mich veranlasst sehe.

Nun muss ich noch einer anderen Art von Zellen Erwähnung thun, die ebenfalls zu dem Stützgewebe der Geschmacksknospen gehören, Zellen, die, wie sich an der Hand der Literatur ergeben wird, schon von mehreren Untersuchern gesehen worden sind, jedoch in ihrer Beschaffenheit, sowie ihrer Bedeutung nicht richtig aufgefasst worden sein dürften. So sagt Lovèn, dass die Knospen mit ihrem Halse, „unmittelbar der Schleimhaut aufsitzen“, lässt aber an einigen seiner Figuren die Elemente der Knospen nicht direkt mit der Schleimhaut, sondern mit den Basalzellen, die als cylinderische, kolbige Gebilde die unterste Reihe des geschichtteten Zungenepithels darstellen, in Verbindung stehen. Ganz dasselbe gilt von Schwalbe. Auch an den Figuren bei Krause, Ranvier, Engelmann und Stöhr finden sich bodenständige mit ihrer Längsaxe der Schleimhautoberfläche mehr oder minder parallel laufende Kerne eingezeichnet, ohne dass freilich der dazu gehörende Zellleib abgebildet ist. Es gelang mir nun, nachzuweisen, dass diese von verschiedenen Autoren schon gesehenen Kerne eigenthümlichen Zellen angehören, die als platte, höchstens schwach kegelförmige Gebilde zunächst der Schleimhaut aufliegen und so die eigentliche Basis für die die Knospe zusammensetzenden Elemente abgeben, wesshalb ich für dieselben den Namen „Basalzellen der Knospen“ wähle (Fig. 2, 3, 4 u. 5). Von fein granulirtem Aussehen und mit einem deutlichen, ellipsoiden Kerne versehen, senden diese Zellen massenhaft feine, sich dichotomisch theilende Protoplasmafortsätze aus, und stehen durch dieses Maschenwerk unter sich sowohl, wie auch mit dem Schleimhautstroma in Verbindung. Dagegen sieht man nur einige wenige kurze Fäserchen von dem der Knospe zugewandten Theile der Basalzelle sich erheben, von denen

sich leicht nachweisen lässt, dass sie continuirlich in die Protoplasmafasern der Stützzellen übergehen. Bei dem kleinen Areal, welches von der Basis einer Knospe eingenommen wird, muss es nun natürlich erscheinen, dass die beschriebenen Basalzellen sich nur in sehr geringer Anzahl in der einzelnen Knospe auffinden lassen, gewöhnlich sind es deren 2—4, nur in manchen ausnehmend grossen Knospen und namentlich in den ja sehr häufig zur Beobachtung gelangenden Zwillingsknospen kamen sie mir reichlicher zu Gesicht und fiel es mir dabei auf, dass sie in solchen Fällen höher sind und sich enger aneinanderlegen wie gewöhnlich. An feinen Querschnitten durch die Geschmacksknospen bilden nun die Basalzellen ein protoplasmatisches Netz, das so sehr an die Bilder, wie sie Ranvier[1]), Stöhr[2] und Andere von der Geruchsschleimhaut geben, erinnert, dass ich mich für sicher berechtigt halte, hierin vollkommen analoge Bildungen zu erblicken, ein Umstand, der mir insoferne von Interesse zu sein scheint, als er einen neuen Beweis liefert für die engen morphologischen Beziehungen zwischen Geruchs- und Geschmacksorgan, auf die ja in letzter Zeit durch die Untersuchungen von Blaue[3]) in so überzeugender Weise hingewiesen wurde. An Präparaten aus Chromosmiumessigsäure liess sich an günstigen Querschnitten, die nur das die Basalzellen mit der Schleimhaut verknüpfende Protoplasmanetz isolirt trafen, noch etwas anderes zur Ansicht bringen; ich sah nämlich in dem Schleimhautstroma dichte Bündel scharf contourirter, glänzender, feinster Fäserchen, die sich sogleich von den faserigen Elementen der Schleimhaut selbst unterscheiden, gegen die Basis der Knospe herantreten und nachdem sie sich auf ihrem Wege manchfach spitzwinklig ge-

---

1) Technisches Lehrbuch der Histologie Lief. 6 pag. 859.

2) Lehrbuch der Histologie pag. 238.

3) a. a. O.

theilt haben, in das Protoplasmanetz der Basalzellen sich einsenken, wo sich ihr weiterer Verlauf allerdings dem Auge entzieht.

Nach dem ganzen Eindruck, den diese Fäserchen auf mich gemacht haben, bin ich nun wohl geneigt, dieselben für Bündel feinster Nervenfibrillen zu halten, bin mir aber wohl bewusst, dass ich nicht im Stande bin, den direkten Beweis für die Richtigkeit dieser Annahme zu erbringen, obwohl sich immerhin einiges zur Stütze derselben anführen liesse. Ich erinnere hier namentlich an eine Notiz Kölliker's [1]), dem sich gerade für die Darstellung feinster Nervenfibrillen die Chromosmiumessigsäure sehr bewährte, und dann mag auch noch das angeführt werden, dass sich in den Theilungswinkeln der Fäserchen dieselben dreieckigen Verbreiterungen fanden, wie sie ja bei sich theilenden Nervenfibrillen vorzukommen pflegen.

In einer jüngst erschienenen Arbeit beschreibt Drasch [2]) auf Grund von Goldpräparaten ebenfalls dieses Maschenwerk und bildet dasselbe auf Taf. V Fig. 2 ab; dasselbe stimmt so vollständig mit dem Netzwerk, das ich auf Taf. III Fig. 5 gebe, überein, dass ich keinen Augenblick im Zweifel bin, anzunehmen, dass Drasch die nämlichen Bildungen vor Augen gehabt hat. Nur mit seiner Deutung als „korbartig die Knospennischen überziehendes Nervennetz" kann ich nicht übereinstimmen, da ich den Zusammenhang des Netzwerkes mit den sternförmig verzweigten Basalzellen, wie Fig. 4 zeigt, auf das Deutlichste nachzuweisen vermochte, ein Umstand, welcher Drasch, der ausschliesslich an Präparaten arbeitete, an denen sämmtliche epithelialen

1) Zeitschrift für wissensch. Zoologie Bd. XLIII.

2) O. Drasch, Untersuchungen über die Papillae foliatae et circumvallatae des Kaninchens und Feldhasen. Abhandlungen der k. sächs. Gesellschaft d. Wissenschaften. Math.-phys. Cl. Bd. XIV Nr. 5.

Gebilde entfernt waren, natürlich entgehen musste. Ich sehe vielmehr in dem beschriebenen Netzwerk ein Gewebe, das vielleicht in ähnlicher Weise wie die reticulären Schichten der Retina den in die Knospe eintretenden feinen Nervenfibrillen als Stütze zu dienen bestimmt ist.

Auf eine weitere functionelle Bedeutung, die an die Basalzellen geknüpft ist, soll erst weiter unten eingegangen werden.

Nachdem ich das, was mir durch meine Untersuchungen über die einzelnen Formelemente des Stützapparates der Knospen nachzuweisen gelang, mitgetheilt, erübrigt noch, die wenigen Punkte anzuführen, in denen ich mit den Angaben der Autoren über die Structur der Neuroepithelien nicht übereinzustimmen, oder denselben Neues hinzuzufügen vermag. Im Grossen und Ganzen kann ich mich den Angaben Lovèn's, Schwalbe's und Anderer nur anschliessen, denn es scheint, dass gerade auf diese zarten zelligen Gebilde die Wirkung dissociirender Lösungen von Chromsäure und Chromaten eine weit weniger deletäre ist als auf die Stützelemente. Auch ich sehe in diesen Neuroepithelien spindelförmige Zellen mit einem centralen fadenförmigen und einem breiteren, mit einem cuticularen Stiftchen ausgerüsteten peripheren Fortsatze (Fig. 6 a). Der Kern ist exquisit spindelförmig, besitzt ein wohl entwickeltes zartes Chromatingerüste, jedoch war es mir nicht möglich, eigentliche Nucleolen darin wahrzunehmen. Ziemlich häufig lässt sich nun beobachten, dass der Kern platt erscheint, was darin seinen Grund hat, dass die Neuroepithelien fest zwischen den Stützelementen stecken und dadurch der Kern stark abgeflacht wird. Derselbe zeigt sich von einem äusserst spärlichen Protoplasmasaume umgeben, der oftmals so gering ist, dass er überhaupt kaum nachgewiesen werden kann. Nachdem dieser Saum sich direct unter dem Kerne rasch zugespitzt hat, geht er in den bekannten fadenförmigen centralen Fortsatz über. Ob

dieser nun glatt oder mit feinen Varicositäten besetzt ist, darüber möchte ich kein Urtheil abzugeben wagen; in den wenigen Fällen, in denen ich an Schnittpräparaten, wobei durch leichten Druck auf das Deckgläschen die einzelnen Elemente etwas von einander getrennt waren, den feinen Faden auf längere Strecken isolirt beobachten konnte, vermisste ich entschieden diese Varicositäten, jedoch ist ja bekanntlich in der Frage, ob die letzteren präexistirende Bildungen seien oder nicht, das letzte Wort noch nicht gesprochen. Auch über die Möglichkeit, dass der centrale Fortsatz sich gegen die Schleimhaut zu gabelförmig theilen könne, habe ich keine Erfahrung. Der ziemlich breite periphere Theil der Zelle ist von einem feinen, äusserst zarten Gerüstwerk durchsetzt, dessen Maschen, stark in die Länge gezogen, dem Fortsatze ein längsstreifiges Aussehen verleihen, er zieht, sich nur sehr wenig verjüngend, nach der Spitze der Knospe, um dort mit einer leicht abgestutzten Fläche zu endigen, von der sich ein borstenförmiges Stiftchen erhebt. Bekanntlich wird dieses Stiftchen durch Osmiumsäure gebräunt, durch Goldsalze dunkelroth bis schwarz gefärbt; noch weit besser lässt es sich jedoch zur Anschauung bringen an Präparaten, welche mit Flemming'scher Lösung fixirt worden waren. Es zeigt sich nämlich, dass nach dieser Behandlung die Stiftchen eine sehr grosse Attraction auf verschiedene Farbstoffe ausüben, so werden sie durch Saffranin und Gentianaviolett sehr kräftig roth resp. violett, durch Weigert'sches Hämatoxylin tiefschwarz gefärbt. Bei näherer Betrachtung zeigt sich jedoch, dass der betreffende Farbstoff nicht in gleicher Intensität dem ganzen Stiftchen anhaftet, sondern dass nur die Basis desselben dunkel gefärbt ist, während peripher die Farbe in lichtere Töne übergeht, so dass die Spitze selbst meist farblos erscheint. Nicht selten sah ich der letzteren ein dunkel tingirtes Kügelchen aufsitzen, wodurch das Stiftchen die Gestalt eines Trommelschlegels

bekommen hatte, möchte aber dieses Vorkommniss nicht als etwas präexistirendes, sondern durch irgend welche äussere Zufälligkeiten entstanden denken. Der Verlauf des Stiftchens ist selten ein geradliniger, meist konnte ich eine leicht S förmige Biegung wahrnehmen.

Wir haben uns bis hieher nur damit beschäftigt, die einzelnen Elemente der Geschmacksknospe einer näheren Untersuchung zu unterziehen, ohne uns vorderhand darum zu kümmern, in welchem Masse sich diese Zellenindividuen an dem Aufbaue des Ganzen, eben der Knospe, betheiligen. Bevor ich in die Beantwortung dieser Frage eintrete, mag vorausgeschickt werden, dass ich dabei mit manchen Angaben der früheren Untersucher nicht übereinstimmen kann. Vor allem wird sich zeigen, dass wir genötigt sein werden, mit der Benennung unserer Endorgane als „becherförmige Organe, Schmeckbecher“ definitiv zu brechen. Wenn man auch einig darüber ist, dass Leydig, der diesen Namen zuerst in die Wissenschaft einführte, insofern nicht Recht hatte, als er in unseren Organen eine Gruppe „kreisförmig um einen homogenen, schleimähnlichen Inhalt gestellter spindelförmiger Zellen“ sah, indem ja von F. E. Schultze dieser Inhalt als ein Bündel von Neuroepithelzellen erkannt wurde, so ist doch in dem Namen „Schmeckbecher“ der Meinung Ausdruck verliehen, dass die Stützelemente eine continuirliche Rinde, eine Hülle bilden um das darin eingeschlossene Bündel von Neuroepithelien. Auch wenn man die Stützelemente mit den „Kelchblättern einer Knospe, die Neuroepithelien mit den in ihrem Innern befindlichen Staubfäden“ vergleicht, entspricht dies nicht vollkommen der Wirklichkeit, immerhin ist aber im Allgemeinen dieser Vergleich mit einer Knospe ein so treffender, dass er wohl stets mit Recht bestehen bleiben wird.

Dass die Ansichten der Autoren über den Aufbau der Knospen nicht ganz die richtigen sind, dürfte wohl darin zu

suchen sein, dass dieselben ihre Untersuchungen ausschliesslich an Isolationspräparaten und Längsschnitten durch die Knospen anstellten; und doch bieten gerade Serienschnitte in querer Richtung durch dieselben die vorzüglichste Gelegenheit, sich über die Betheiligung der einzelnen Elemente zu orientiren, indem es dann leichter wird, durch Combination des Längs- und Querschnittes sich ein richtiges Bild von der Zusammensetzung der Knospen zu construiren (Fig. 7—17).

Beginnen wir die Betrachtung des Aufbaues der Knospe von deren Basis, so stossen wir zuerst auf jene Gebilde, die ich als Basalzellen bezeichnete.

Ueber ihre Bedeutung für die Knospe brauche ich kaum mehr etwas zu erwähnen, ist dieselbe ja doch schon in dem Namen gegeben und ausserdem war eine Schilderung dieser Zellen unmöglich, ohne gleich das Verhältniss derselben zu den übrigen Knospenelementen zu berühren. Wir sahen sie, je nach der Grösse der Knospe in wechselnder, jedoch stets ziemlich geringer Zahl vorhanden, als platte sternförmige Zellen ein Netzwerk (Fig. 4 u. 5) bilden, das nach abwärts mit dem Schleimhautstroma eine Verbindung vermittelt, während es nach oben zu den unmittelbaren Boden für die Stützzellen sowohl, wie für die Neuroepithelien bildet. In Bezug auf erstere habe ich bei der Schilderung ihres feineren Baues noch an jener Eintheilung in äussere und innere Stützzellen, wie sie in der Literatur gebraucht wird, festgehalten, habe aber schon dort durchblicken lassen, dass diese Eintheilung nicht vollkommen den thatsächlichen Verhältnissen entspricht. Es ist ja richtig, es kommen diese sog. äusseren Stützzellen vorwiegend in der Peripherie der Knospen vor, und springen hier, wenigstens bei Knospen mittlerer Grösse, als massige Pfeiler weit in das Innere vor, so dass für die übrigen Elemente nur ein recht kleiner, zackiger Raum freigelassen wird. Bei grossen Knospen jedoch sieht man diese Gebilde in unregelmässiger Anordnung das Innere der Knospen

durchsetzen und die übrigen Gebilde zwischen sich fassen. Leider war es mir in solchen Fällen nicht möglich, über die Beschaffenheit des peripheren Endes dieser im Innern der Knospe liegenden Zellen Aufschluss zu erhalten, es lässt sich jedoch erwarten, dass dieselben peripherwärts sich verjüngend mit abgestutzten Flächen endigen.

Schon mehrmals wurde darauf hingewiesen, dass diese Zellen recht massige Gebilde sind, und sie werden desshalb vor allen das eigentliche stützende Element der Knospe abgeben, indem sie dieselbe sowohl in der Peripherie als auch im Innern als massige Pfeiler durchsetzen. Aus diesem Grunde und namentlich um eine über ihre Lage in der Knospe nichts präjudicirende Bezeichnung zu haben, möchte ich für diese Gebilde den Namen „Pfeilerzellen" vorschlagen.

Die andere Art von Stützelementen, für welche der Schwalbe'sche Ausdruck Stabzellen beizubehalten sein wird, allerdings ohne sie damit für eine eigenthümliche Form von Neuroepithelzellen halten zu wollen, ist nun, den Pfeilerzellen gegenüber, in starker Minderzahl vorhanden, mehr im Centrum der Knospen gelegen, doch kommen nicht selten Stabzellen zur Beobachtung, die sich ganz in der Peripherie zwischen Pfeilerzellen eingezwängt finden, wo sie stets an ihrem dunkleren Protoplasma und den stärker sich färbenden Kernen kenntlich sind.

Auch die Neuroepithelzellen sind durchaus nicht streng an eine centrale Stellung in der Knospe gebunden. Zu kleinen Gruppen geordnet oder einzeln, drängen sie sich mit ihrem Kernen in der unteren Hälfte der Knospe zwischen die Stützelemente hinein und häufig, fast in jeder Knospe, findet sich ein oder die andere Neuroepithelzelle ganz in der Peripherie eingekeilt zwischen zwei Pfeilerzellen vor. Die Anzahl der in jeder Knospe enthaltenen Neuroepithelien ist von den früheren Untersuchern sicher zu nieder angegeben worden, indem sie im höchsten Falle 6—8 Endzellen in einer Knospe

zählen konnten. In Knospen mittlerer Grösse kommen, wie ich mich sicher überzeugen konnte, ca. 15, in grösseren bis zu 20 Nervenzellen vor. Nachdem ich den Nachweis erbracht zu haben glaube, dass es sich im Allgemeinen in der Geschmacksknospe nicht um die Bildung einer continuirlichen Hülle aus Stützzellen um einen aus Neuroepithelien gebildeten Kern handeln kann, wollen wir untersuchen, wie die einzelnen Elemente in den verschiedenen Gebieten der Knospe zu einander geordnet sind, und mögen zur Illustration dieser Verhältnisse Querschnitte dienen, die durch die untere und die obere Hälfte sowie durch die eigentliche Spitze der Knospe gelegt sind. Zur Schilderung dieser letzteren werden wir auch von dem Längsschnittsbild ausgiebigen Gebrauch machen müssen.

Die untere Hälfte der Geschmacksknospe zeigt vor allem einen grossen Reichthum an Zellkernen, indem sämmtliche Zellen ihre Kerne mehr in den unteren Partien beherbergen. In ihrer Gesammtheit beschreiben diese Kerne, wie dies schon von Ranvier[1]) erwähnt wird, eine peripherwärts concave Linie; sie liegen demnach, wenn wir dies auf die ganze Knospe übertragen, in Form einer Kugelschale, welche ihre Concavität gegen die Knospenspitze kehrt. Betrachtet man nun einen Querschnitt, welcher durch diese Kernzone, wie ich den unteren Theil der Knospe benennen will, gelegt ist, so fällt vor allem das Mosaik der derben Pfeilerzellen auf, welche, im Innern den bläschenförmigen Kern bergend, in Form scharfkantiger, polygonaler Felder erscheinen, die durch zarte Kittsubstanzlinien miteinander verbunden sind. Diese Linien, an Chromosmiumpräparaten helleuchtend, sind an reinen Osmiumpräparaten leicht gebräunt und man sieht gerade an letzteren deutlich, wie an den Kanten der Zelle die Kittsubstanz in reichlicherer Menge abgelagert ist. Die

1) a. a. O.

Felder selbst erscheinen nach Einwirkung von Osmium hell, wodurch sie sich sogleich von den anderen Zellquerschnitten auszeichnen, und sind von einem zarten Netzwerke durchsetzt. Zwischen diesen kantigen Querschnitten der Pfeilerzellen findet man dann die mehr rundlichen oder ovalen Formen der Stabzellen, kenntlich an dem sich stärker färbenden Kerne und dem dichter granulirten Protoplasma, und endlich die Querschnitte der Neuroepithelkerne, theils im Centrum, theils in der Peripherie des Knospenquerschnittes ohne bestimmte Anordnung gelegen. Da der die Neuroepithelkerne umgebende äusserst feine Protoplasmasaum auch unter Anwendung bester Linsen nicht sichtbar wird, stellen sie scheinbar nackte Kerne dar, die meist einen rundlichen Querschnitt zeigen, häufig auch, wenn sie zwischen die einander zugekehrten Flächen benachbarter Pfeilerzellen eingekeilt sind, abgeplattet erscheinen.

Querschnitte durch die obere Hälfte der Knospen lassen jetzt nur in der Peripherie Kerndurchschnitte wahrnehmen und zwar gehören diese Kerne meist Pfeilerzellen an, nicht selten kommt auch hier noch der Querschnitt eines Neuroepithelkernes zu Gesicht, der ganz peripher gelegen, zwischen zwei Pfeilerzellen eingezwängt ist. Das Centrum der Knospe lässt dagegen in dieser Höhe die Zellkerne ganz vermissen, es zeigen sich nur mehr in Form ovaler oder mehr polygonaler Felderchen die Querschnitte von Pfeiler- und Stabzellen und namentlich die peripheren Fortsätze der Neuroepithelien, die an Osmiumessigsäure-Präparaten als helle, an solchen aus reiner Osmiumsäure als bräunliche kleine Kreise erscheinen.

Wenden wir nun unsere Aufmerksamkeit der Knospenspitze zu, so ist ja bekannt, dass dieselbe in eine die oberflächlichen Schichten des indifferenten Epithels durchsetzende Oeffnung, den sog. Geschmacksporus hereinragt; über die Beschaffenheit desselben kann ich nichts Neues sagen

und ich beschränke mich daher, die Angaben der Autoren über denselben voll und ganz zu bestätigen. Geht man von diesem Geschmacksporus etwas in die Tiefe, so bemerkt man eine zweite kreisförmige Oeffnung, deren Rand feingestrichelt ist. Unschwer erkennen wir in diesem Strichelsaume die Enden der peripher liegenden Pfeilerzellen wieder, von denen ich ja berichten konnte, dass sie sich zu feinen gestrichelten Kanten zuspitzen, und zwar sind es für eine Knospe mittlerer Grösse ungefähr 6—8 Pfeilerzellen, die sich an der Bildung der beschriebenen Oeffnung, die ich als inneren Geschmacksporus bezeichnen möchte, betheiligen. In dem gestrichelten Rande desselben erblicke ich nun das, was Schwalbe[1]) als Härchenkranz beschrieben hat, und es freut mich, denselben aufs neue bestätigen zu können, obwohl ihn bekanntlich keiner der späteren Autoren aufzufinden vermochte. Ob es sich dabei freilich um eigentliche Härchen handelt, ist eine andere Frage; mich erinnern die erhaltenen Bilder eher an den Basalsaum der Darmepithelien, als an einen Härchenbesatz, obwohl ich gern zugebe, dass sich meine Beschreibung ausschliesslich auf das Kaninchen bezieht und bei anderen Thieren recht leicht andere Verhältnisse sich finden mögen. Von diesem inneren Geschmacksporus durch einen schmalen hellen Hof getrennt, findet man nun meist im Kreis gestellt, leuchtende, entweder durch Osmium gebräunte oder durch Gentianaviolett resp. Saffranin scharf gefärbte Punkte, die sich beim Verfolgen mit der Mikrometerschraube unschwer als die optischen Querschnitte jener borstenförmigen Stiftchen feststellen lassen, die den Neuroepithelzellen aufsitzen. Stellt man weiter in die Tiefe ein, so bemerkt man ausserdem noch einige zarte Linien, welche kleine Felder einschliessen, die ich als die peripheren Enden der central gelegenen Stützelemente aufzufassen geneigt bin.

---

1) a. a. O. und Lehrbuch d. Anatomie d. Sinnesorgane pag. 41.

Dieses Querschnittsbild wird durch die Betrachtung eines Längsschnittes durch die Knospe noch ergänzt. Bei den so geringen Dimensionen des äusseren Geschmacksporus — sein Durchmesser beträgt ca. 3 μ — ist es kaum möglich, so ideale Längsschnitte durch die Knospe zu erhalten, dass sie rein in der Axe des Geschmacksporus und der Knospe selbst verlaufen, vielmehr bekommt man stets seitliche Theile der Knospenspitze mit in den Schnitt; dem entsprechend sieht man auch am Längsschnitt den inneren Geschmacksporus als gebogene gestrichelte Linie.

Hier hören nun die Stützelemente der Knospen auf, man bemerkt nach aussen zu noch den beschriebenen schmalen, hellen Hof und sieht schliesslich nur noch das Bündel convergirender Neuroepithelstiftchen in den äusseren Geschmacksporus hinausragen.

Wenn wir nun auf Grund der Bilder, die wir durch Betrachtung succesiver Querschnitte durch die Knospen erhalten haben, uns einen idealen Längsschnitt durch eine Geschmacksknospe construiren, so dürfte das topographische Verhältniss der einzelnen Knospenelemente zu einander sich ungefähr so gestalten, wie es die schematische Fig. 16 zum Ausdruck bringen soll.

Im Anschlusse an diese Beschreibung des feineren Baues der Geschmacksknospen seien nun Vorgänge erwähnt, die sich in den Knospen normaler Weise abspielen und die eine fortwährende Degeneration und Regeneration derselben direct zu beweisen im Stande sind.

Nach dem Befunde gewisser Zellformen in normalen Knospen hielt v. Vintschgau[1]) einen solchen Process für sehr wahrscheinlich; es gelang mir nun für diese Ansicht den sicheren Beweis dadurch zu erbringen, dass ich innerhalb der Knospen ziemlich reichlich Kerntheilungsfiguren nach-

---

1) Archiv für die gesammte Physiolgie. 1880. Bd. XXIII.

weisen konnte. Man findet im Allgemeinen diese Karyomitosen relativ recht häufig, ab und zu durchsucht man eine Papilla foliata allerdings ganz erfolglos nach Kerntheilungsfiguren, während sie in anderen Fällen so häufig sind, dass man kaum einen Schnitt zu sehen bekommt, in dem nicht in der einen oder anderen Knospe eine solche zu finden wäre. Diese Verschiedenheit kann uns übrigens nicht wundern, seit man durch die Erfahrungen Flemming's und seiner Schüler weiss, dass die regenerative Kerntheilung nie continuirlich, sondern stets schubweise erfolgt. Frägt man nun nach der Art der Elemente, in denen diese Proliferantion erfolgt, so sind es vor allem jene Gebilde, die ich Basalzellen benannt habe (Fig. 2).

In diesen Zellen findet man sämmtliche Phasen der Karyokinese, und zwar sind die Figuren meist so orientirt, dass die Theilungsebene senkrecht auf der Schleimhaut steht, nur in wenigen Fällen lag sie derselben parallel. Aber nicht nur die Basalzellen weisen Zeichen stattfindender Regeneration auf, auch in den Pfeilerzellen konnte ich dieselben beobachten; allerdings nur äusserst selten (Fig. 17). Unter den vielen Präparaten — es wurden die Papillae foliatae von über 40 Kaninchen darauf untersucht, — kamen mir nur 2 mal Karyomitosen innerhalb von Pfeilerzellen vor, das eine mal ein Spirem, das andere mal eine Aequatorialplatte. Jedenfalls findet also in den Pfeilerzellen ein Regenerationsprocess nur äusserst selten, vielleicht sogar nur ausnahmsweise statt, dagegen ist derselbe innerhalb der Basalzellen ein relativ ziemlich lebhafter und hätten wir desshalb diesen Gebilden neben ihrer Rolle, mit ihren Protoplasmaausläufern als Träger der feinen Nervenfibrillen zu dienen, noch die Bedeutung zuzuschreiben, für die Geschmacksknospen als Ersatzzellen zu fungiren, gerade so wie dies Krause[1]) für die analogen

1) Allgemeine mikr. Anatomie pag. 177.

Gebilde der Geruchsschleimhaut behauptete, ohne allerdings dafür den sicheren Beweis erbringen zu können. Freilich, welche Elemente der Knospen durch die junge Brut der Basalzellen „ersetzt“ werden sollen, ob nur der Stützapparut oder die Neuroepithelien oder beides zugleich, darauf vermag ich keine Antwort zu geben.

Es ist wohl natürlich, dass überall dort, wo eine Regeneration der Gewebe stattfindet, auch Degenerationserscheinungen an dem Zellenmaterial wahrgenommen werden müssen, allein so gut uns im allgemeinen, zahlreiche im Laufe der letzten Jahre erschienene Untersuchungen mit den Regenerationsprocessen der verschiedenen Gewebe bekannt gemacht haben, so dürftig sind unsere Kentnisse über die feineren Vorgänge, die sich bei der Senescenz, gewissermassen der Abnutzung der Zellen innerhalb derselben abspielen. Es ist deshalb vielleicht von Interesse, wenn ich als einen kleinen Beitrag zur Erkenntniss dieser Processe das wenige berichte. was ich in dieser Hinsicht an den Knospenelementen mit einiger Sicherheit beobachten konnte. In der Voraussicht, dass sich vielleicht in dieser Frage aus dem Studium pathologischer Vorgänge ein Rückschluss ziehen lasse auf die normaler Weise vor sich gehenden Processe, habe ich an einer Reihe von Kaninchen eine unilaterale Durchschneidung des N. glossopharyngeus vorgenommen und nach dem Vorgange von Vintschgau in verschiedenen Intervallen von 9 Stunden bis zu 7 Tagen die beiderseitigen Papillae foliatae vergleichend untersucht.

Nun will ich die Ergebnisse dieser Untersuchungen hier nicht ausführlich mittheilen, sondern dieselben nur insoferne berücksichtigen, als sie Zellformen, die man ab und zu unter normalen Verhältnissen zu beobachten Gelegenheit hat, zu erklären vermögen. Um nun mit schon Bekanntem zu beginnen, seien vorerst jene Gebilde erwähnt, die schon von v. Vintschgau unter normalen Verhältnissen manchmal

innerhalb der Knospen angetroffen wurden, die sog. Körnchenhaufen (Fig. 18). Ich konnte diese Gebilde ebenfalls sehr häufig wahrnehmen, allerdings niemals wie Vintschgau in so grosser Menge, „dass sie beinahe in allen Schmeckbechern eines beliebigen Schnittes anzutreffen waren", doch mag dies vielleicht auf irgend welchen Zufälligkeiten beruhen. In Bezug auf den Bau dieser Körnchenhaufen kann ich dagegen die Beschreibung dieses Autors voll und ganz bestätigen, auch ich sehe in ihnen Pfeilerzellen, welche in ihrem Innern, in wechselnder Menge um den Kern gruppirt, in Osmium sich tief schwarz färbende, wohl aus Fett bestehende Körnchen tragen, und kann noch beifügen, dass in solchen veränderten Zellen das Protoplasma sich getrübt hat, so dass von der zarten netzförmigen Zeichnung kaum mehr etwas zu bemerken ist.

Mit dieser Bestätigung der Befunde von v. Vintschgau muss ich den Vorwurf, den Ranvier[1]) gegen denselben erhebt, es handle sich bei diesen Körnchenhaufen um eine Verwechslung mit Leucocyten, die Fettkörnchen in ihrem Innern aufgenommen haben, zurückweisen. So richtig, wie wir weiter unten sehen, es ist, dass normaler Weise in den Knospen Leucocyten vorkommen, so kann doch in Bezug auf die Körnchenhaufen davon absolut keine Rede sein, denn man sieht ja zu deutlich die Gestalt der Pfeilerzellen, welche die geschwärzten Körnchen in sich bergen. Auch in den Basalzellen gelang es, in normalen Knospen selten, um so häufiger in degenerirenden, eine solche Aufnahme von Fettkörnchen festzustellen. Möglicherweise als Vorstadien dieser „fettigen Metamorphose" möchte ich Gebilde betrachten, die mir manchmal, im ganzen selten, unter normalen sowohl wie unter pathalogischen Verhältnissen vorgekommen sind. Auch bei diesen handelt es sich wieder um Pfeilerzellen; man sieht

---

1) a. a. O.

auch hier das Protoplasma getrübt, um den Kern hat sich ein schmaler lichter Hof gebildet und ausserdem findet man den Zellleib von einer Anzahl grösserer und kleinerer, in Osmium homogen, blass graubraun gefärbter Körnchen durchsetzt (Fig. 19).

Weit häufiger aber, als diese beschriebene Degenerationserscheinung einer Verfettung der Stützelemente, findet sich namentlich in normalen Knospen, eine andere vor. Wenn man eine grössere Anzahl von Knospen auf dem Querschnitt untersucht, begegnet man nämlich ziemlich häufig Pfeilerzellen, die sich durch ein lichteres Aussehen auszeichnen (Fig. 20). Der Grund dieser Erscheinung liegt nun darin, dass die Maschenräume des die Pfeilerzellen normaler Weise durchsetzenden Netzwerkes sich verbreitern, und von einer durchscheinenden, wohl als flüssig zu denkenden Masse ausgefüllt werden; diese Vacuolen, wenn ich diese Ansammlungen so heissen darf, werden immer grösser und endlich sieht man die ganze Zelle von dieser farblosen Masse erfüllt, während sich der geformte Theil des Zellleibes in Form einer unregelmässigen strahligen Figur um den Kern zurückgezogen hat. Während dieses Vorganges hat sich die Zelle beträchtlich vergrössert, rundlichere Formen angenommen und liegt nun wie gequollen zwischen den übrigen normalen Zellen. Als ich diese Gebilde zum ersen Male und zwar an Picrinsäurepräparaten, die mit Heidenhain'schem Hämatoxylin gefärbt waren, erblickte, dachte ich natürlich zuerst an ein durch Reagentienwirkung hervorgerufenes Kunstprodukt; nachdem ich aber die gleichen Gebilde an Präparaten aus Osmiumsäure und Flemming'scher Lösung neben vollkommen normalen Pfeilerzellen liegen sah, glaubte ich diese Vermuthung zurückweisen und darin wirklich Degenerationsformen erblicken zu dürfen, um so mehr als es mir gelang, in den Kernen solcher Zellen manchmal jenen Degenerationsprocess aufzufinden (Fig. 21), der unter dem Namen Chromatolyse

von Flemming[1]) zuerst in atresirenden Ovarialfollikeln beschrieben wurde und der darin besteht, dass das Chromatin sich zu derben, klumpigen Massen zusammenballt, die sich gegen die Peripherie des Kernes zurückziehen. Gewöhnlich vermisst man jedoch in solchen degenerirenden Pfeilerzellen diese chromatolytischen Figuren, meist findet man, dass der Kern im Anfangsstadium der Zelldegeneration sich kugelig aufbläht, wodurch das ohnehin schon zarte Chromatingerüste noch mehr verdünnt wird, und dass er endlich gewissermassen wie eine leere Blase zusammenfällt und dadurch ein gelapptes Aeussere bekommt, wobei immer die Längsaxe dieses gelappten Kernes quer zur Längsrichtung der Zelle gelegen ist. Für die Stabzellen und Neuroepithelien war ich leider nicht so glücklich, degenerirende Elemente auffinden zu können.

Wie oben bemerkt, fand Ranvier constant im Innern der Knospen wandernde Leucocyten und beschreibt dieselben als durch Einwirkung der Osmiumsäure geschwärzte, unregelmässige Gebilde, deren jede einen rundlichen oder hökerigen Kern enthält. Die schwarzen Körnchen bezeichnet er als Fetttröpfchen, „mit dem die Zellen sich während ihrer Wanderung beladen haben". Nun konnte ich diese Fettkörner nie beobachten, wohl aber erkennt man die wandernden Leucocyten jederzeit leicht an ihren polymorphen, zerfallenen Kernen und traf ich sie einzeln und auch mehrere in der Mehrzahl der Knospen an (Fig. 12 l). Gleichwohl kann ich mich nicht dazu entschliessen, ihnen eine functionelle Bedeutung für die Geschmackskospen zuzuschreiben, namentlich konnte ich für die Annahme Ranvier's, „dass sie für die Bildung des Geschmacksporus eine wichtige Rolle spielen", absolut keine Stütze finden; seit wir durch Stöhr wissen, dass die Durchwanderung der Epitheldecke von Seite der Leucocyten ein normaler Vorgang ist, kann es gewiss nicht

1) Archiv f. Anat. u. Physiol. Anat. Abth. III. u. IV. Heft. 1886.

Wunder nehmen, die Leucocyten auch in Geschmacksknospen anzutreffen. Im Gegentheil, ich glaube, gerade diese Gebilde stellen für die Wanderzellen auf ihrem Zuge durch die Epitheldecke gewissermassen einen locus minoris resistentiae dar, indem gerade die zarten, lockerer miteinander verbundenen Elemente der Knospen dem Durchgange der Leucocyten weit weniger Widerstand entgegenstellen dürften, wie die relativ derben Schichtungen des gewöhnlichen Epithelstratums. Manchmal aber, wie ich in zwei Fällen beobachten konnte, wird der Strom wandernder Zellen ein so starker, dass die Knospenelemente ihm nicht Stand halten können und einer Atrophie zugeführt werden (Fig. 22).

In diesen Fällen sieht man die ganze Knospe ausgepropft mit Leucocyten und nur noch in ganz schwachen Contouren zeigen sich die letzten Reste der untergehenden Knospenelemente. Reichlicher noch als normal sieht man die Leucocyten auftreten nach Durchschneidung des N. glossopharyngeus, so dass man sie kaum in einer Knospe vermissen wird, ebenso wie sie jetzt auch im Schleimhautstroma in grossen Mengen sichtbar sind. Eine bestimmte Thätigkeit bei der Atrophie der Knospenelemente kann ihnen auch unter diesen Umständen nicht beigemessen werden, vielmehr wird ihr reichlicheres Auftreten sogleich begreiflich werden, wenn man die Angabe Ranvier's berücksichtigt, dass nach der Durchschneidung des N. glossopharyngeus nicht nur die Knospen atrophieren, sondern auch die in dem gewöhnlichen Epithel vorhandenen sensiblen Nervenendigungen ihrem Untergange entgegengehen. Die dadurch gefühllose Papille kann dann leicht bei den Kaubewegungen des Thieres zwischen die Zähne gerathen und so durch die oft wiederholten Verletzungen in einen Zustand der Entzündung versetzt werden; dass dies in ähnlicher Weise, wie auf der Cornea nach Durchschneidung des N. trigeminus, wirklich vorkommt, erhält ja durch die Existenz oberflächlicher Geschwüre auf der

Papille operirter Thiere, die ich ebenso wie Vintschgau beobachten konnte, seine volle Bestätigung. Auch die oben von der normalen Papille geschilderten Bilder von Atrophie der Knospe unter dem Andrange massenhaft wandernder Leucocyten möchten vielleicht einer ähnlichen Gelegenheitsursache ihre Entstehung verdanken.

Literaturverzeichniss.

1. v. Ajtai. Ein Beitrag zur Kenntniss des Geschmacksorganes. Arch. f. micr. Anat. VIII. 1872.
2. Blaue. Ueber den Bau der Geruchsschleimhaut bei Fischen und Amphibien. Zool. Anz. Jhrg. V. Nr. 127 und Archiv für Anatomie und Physiologie (anat. Abthlg.) Jhrg. 1884. Heft 3 u. 4.
3. Bugnion. Recherches sur les organes sensitifs, qui se trouvent dans l'epiderme du Protée et de l'Axolotl. Dissertat. inaug. Zürich 1873.
4. Davis. Die becherförmigen Organe des Kehlkopfes. Archiv f. micr. Anat. XIV. 1877.
5. Drasch. Histolog. u. physiolog. Studien über das Geschmacksorgan. Sitzungsber. d. Academie der Wissenschaften. Wien. III. Abth. Bd. 88. 1883.
6. — Untersuch. über die Papillae foliatae et circumvallatae des Kaninchens u. Feldhasen. Abh. d. math.-phys. Classe d. kgl. sächs. Gesellsch. d. Wissenschaften. Bd. XIV. Nr. 5.
7. v. Ebner. Die acinösen Drüsen der Zunge. Graz 1873.
8. Eissig. Zur Anatomie der Capittelliden. Mittheil. d. zoolog. Station in Neapel. Bd. I.
9. Engelmann. Ueber d. Endigung d. Geschmacksnerven in der Zunge d. Frosches. Zeitschr. f. wiss. Zool. Bd. XVIII. 1868.
10. — Geschmacksorgane. Stricker's Handbuch der Lehre von den Geweben. II. Bd. 1872.
11. Flemming. Ueber Organe vom Bau der Geschmacksknospen an den Tasten verschiedener Mollusken. Archiv f. micr. Anat. Bd. XX.

12. Graber. Ueber die Perception chemischer Reize durch d. äussere Haut. Biol. Centralbl. Jhrg. V. Nr. 16.
13. Hermann. Beitrag zur Entwickelungsgeschichte d. Geschmacksorganes. Archiv f. micr. Anat. XXIV. 1884.
14. Hönigschmied. Beitrag über die Verbreitung der becherförm. Organe auf der Zunge der Säugethiere. Med. Centralbl. 1872.
15. — Beitrag zur micr. Anatomie der Geschmacksorgane. Zeitschrift f. wiss. Zool. XXIII. 1873.
16. — Kleine Beiträge zur Vertheilung der Geschmacksknospen bei den Säugethieren. Zeitschr. f. wissensch. Zool. XXIX. 1877.
17. — und Vintchgau. Glossopharyngeus und Schmeckbecher. Pflüger's Archiv XIV. 1876.
18. Hoffmann. Ueber die Verbreitung der Geschmacksorgane beim Menschen. Virchow's Archiv. 62. 1875.
19. Jobert. Études d'anatomie comparée sur les organes de toucher chez divers mammifers, oiseaux, poissons et insectes. Annales des sciences naturelles. V. Sér. Tom. 16. 1872.
20. Kölliker. Stiftchenzellen in der Haut von Froschlarven. Zool. Anz. 1885.
21. — Histologische Studien an Batrachierlarven. Zeitschrift für wiss. Zool. Bd. 43. 1887.
22. Krause. Handbuch der allg. Anatomie. 1870.
23. — Nervenendigung in der Zunge des Menschen. Göttinger Nachrichten. 1870.
24. Leydig. Ueber die äussere Haut einiger Süsswasserfische. Zeitschrift f. wiss. Zool. Bd. III. 1851.
25. — Lehrbuch der Histologie. Frankfurt a/M. 1875.
26. — Ueber Organe eines 6. Sinnes. Nova acta acad. caes. Leopoldinae-Carolinae germ. nat. curios. Bd. 34. 1868.
27. — Zur Kenntniss der Sinnesorgane der Schlangen. Archiv für micr. Anat. VIII. 1872.
28. — Die in Deutschland lebenden Arten der Saurier. Tübingen 1872.
29. — Neue Beiträge zur anatom. Kenntniss der Hautdecke und Hautsinnesorgane der Fische. Halle 1879.
30. — Zelle und Gewebe. 1885.
31. Lovèn. Beiträge zur Kenntniss vom Bau der Geschmackswärzchen. Archiv f. micr. Anat. IV. 1868.
32. Lustig. Beiträge zur Kenntniss d. Entwicklung d. Geschmacksknospen. Sitzungsber. d. k. Acad. d. Wissensch. Wien. III. Abth. Bd. 69. 1884.

33. Malbranc. Von der Seitenlinie und ihren Sinnesorganen bei Amphibien. Zeitschr. f. wiss. Zool. Bd. 26. 1875.

34. Merkel. Die Endigungen der sensiblen Nerven in der Haut der Wirbelthiere. Rostock. 1880.

35. Ranvier. Technisches Lehrbuch der Histologie. Lief. 6.

36. Schulze F. E. Epithel- und Drüsenzellen. Archiv f. micr. Anat. III. 1867.

37. — Die Geschmacksorgane der Froschlarven. Archiv f. micr. VI. 1870.

38. Schultze M. Untersuchungen über den Bau der Nasenschleimhaut. Bonn 1862.

39. Schwalbe. Ueber das Epithel der Papillae vallatae. Archiv f. micr. Anat. III. 1867.

40. — Ueber die Geschmacksorgane der Säugethiere und des Menschen. Archiv f. micr. Anat. IV. 1868.

41. — Lehrbuch der Anatomie der Sinnesorgane. 1886.

42. Sertoli. Beiträge zur Kenntniss der Endigungen d. Geschmacksnerven. Moleschott's Untersuchungen zur Naturlehre. XI. 1876.

43. Stöhr. Lehrbuch der Histologie. Jena. 1886.

44. Todaro. Die Geschmacksorgane der Rochen. Medic. Centralbl. 1872. Nr. 15.

45. Verson. Kehlkopf und Trachea. Stricker's Lehrbuch vom Baue der Gewebe. Bd. II. 1872.

46. v. Vintschgau. Ueber die Veränderungen der Schmeckbecher nach Durchschneidung des N. glossopharyngeus. Pflüger's Archiv. XXIII. 1880.

47. v. Wyss. Ueber ein neues Geschmacksorgan auf der Zunge des Kaninchens. Medic. Centralbl. 1869.

48. — Die becherförmigen Organe der Zunge. Archiv f. micr. Anat. VI. 1870.

Tafelerklärung.

Sämmtliche Zeichnungen sind in ihren Contouren mit der Abbé-schen Camera lucida entworfen, wo nicht anders angegeben, unter Benutzung einer apochromatischen Oelimmersionslinse von Zeiss (3,0. 1,3) mit den Ocularen 4,8 u. 12. Vergrösserungen 330, 667 u. 1000.

Fig. 1. Pfeilerzellen. (Chromosmiumessigsäure.) Seibert $^1/_{12}$ oc. I.

Fig. 2. Stabzelle in Verbindung mit einer Basalzelle. (Chromosmiumessigsäure — Heidenhain'sche Hämatoxylintinction.) Seibert $^1/_{12}$. oc. I.

Fig. 3a. Basalzellen aus einem Längsschnitt durch eine Geschmacksknospe. (Chromosmiumessigsäure — Heidenhain'sche Hämatoxylintinction.) $^{667}/_1$.

Fig. 3b. Schematische Darstellung des Zusammenhangs der Basalzellen untereinander und mit der Schleimhaut.

Fig. 4. Zwei Basalzellen aus einem Querschnitt durch eine Geschmacksknospe (Basis). (Chromosmiumessigsäure — Gentianaviolett.) *m* Schleimhautstroma; *n* Nervenbündel. $^{667}/_1$.

Fig. 5. Protoplasmatisches Maschenwerk der Basalzellen an einem Knospenquerschnitt. Uebergang der Nervenbündel *n* in dieses Netzwerk. *m* Schleimhautstroma. (Chromosmiumessigsäure-Gentianaviolett.) $^{667}/_1$.

Fig. 6. Neuroepithelzelle. (Chrompicrinschwefelsäure-Heidenhain'sche Hämatoxylintinction.) $^{1000}/_1$.

Fig. 7—15. Successive Querschnitte durch eine Geschmacksknospe. Schnittdicke 0,005 mm. (Osmiumsäure-Hämatoxylin). $^{667}/_1$.

Zwischen Fig. 8 u. 9 ein Schnitt ausgefallen.

pe äusserer Geschmacksporus.
pi innerer Geschmacksporus.
st Neuroepithelstiftchen.
chr Chromatolyt. Figuren in verhornenden Epithelzellen.
ne Neuroepithelzelle.
p Pfeilerzelle.
s Stabzelle.
l wandernder Leucocyt.

Fig. 14a. obere Fläche des Schnittes.
Fig. 14b. untere Fläche des Schnittes.

Fig. 16. Schematisches Längsschnittsbild einer Geschmacksknospe.
pe äusserer Geschmacksporus.
pi innerer Geschmacksporus.
e Mundhöhlenepithel.
p Pfeilerzelle.
s Stabzelle.
ne Neuroepithelzelle.
st Neuroepithelstiftchen.
b Basalzelle.
n Nervenbündel.
m Schleimhautstroma.

Fig. 17. 2 Pfeilerzellen in Karyokinese. $^{667}/_{1}$.
a. Osmiumsäure-Hämatoxylin.
b. Picrinsäure-Heidenhain'sche Hämatoxylintinction.

Fig. 18. Fettige Degeneration der Pfeilerzellen (Körnchenhaufen, v. Vintschgau).
a—c) vom normalen Kaninchen.
a) auf die Oberfläche, b) auf die Mitte des Kernes eingestellt. (Osmiumsäure. — Glycerinleim.
d) von einem Kaninchen, dem der Glossopharyngeus der einen Seite resecirt worden (5. Tag nach der Operation). Osmiumsäure.

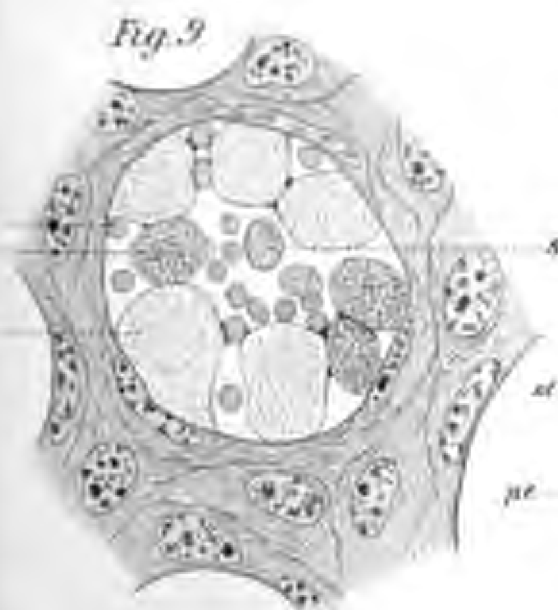
Fig. 19. Degenerirende Pfeilerzelle. (Osmiumsäure.)
Seibert. Homog. Immers. $^{1}/_{12}$. oc. 1.

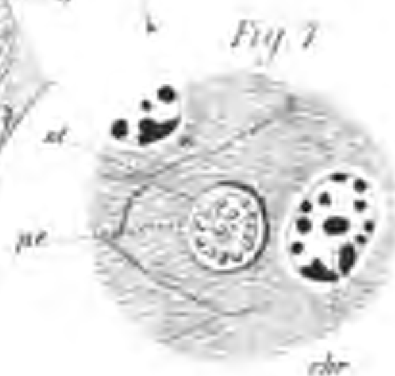
Fig. 20. Degenerirende Pfeilerzellen.
Seibert. Homog. Immers. $^{1}/_{12}$. oc. 1.

Fig. 21. Chromatolytische Kernfiguren in degenerirenden Pfeilerzellen. Chromosmiumessigsäure-Saffranin.
Seibert. oc. 1. obj. 5 u. homog. Immers. $^{1}/_{12}$.

Fig. 22. Atrophie einer Geschmacksknospe durch wandernde Leucocyten. Picrinsäure-Heidenhain'sche Hämatoxylintinction. $^{533}/_{1}$.

Auf Tafel III Fig. 8 statt *pe* lies *pi*.





Dr. Fr. Hermann, gez.

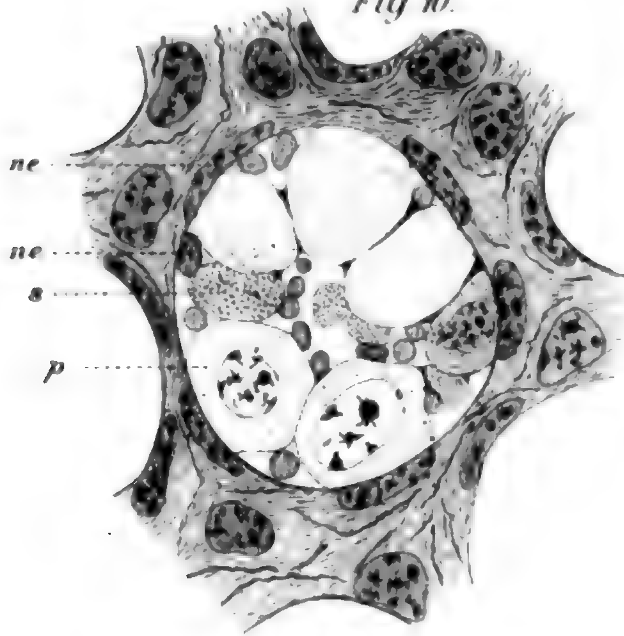


Fig. 10.
ne
ne
s
p

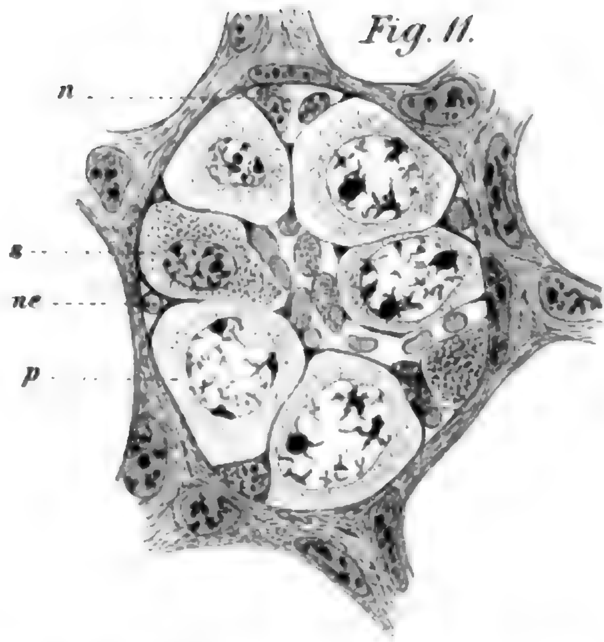


Fig. 11.
n
s
ne
p

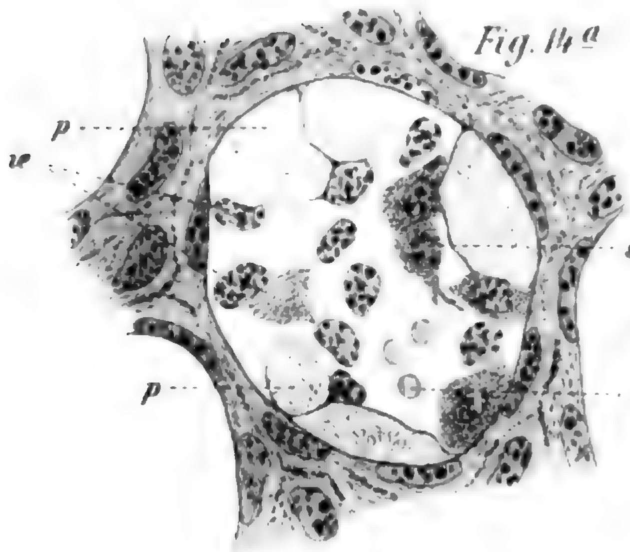


Fig. 14a
p
ne
s
p
ne

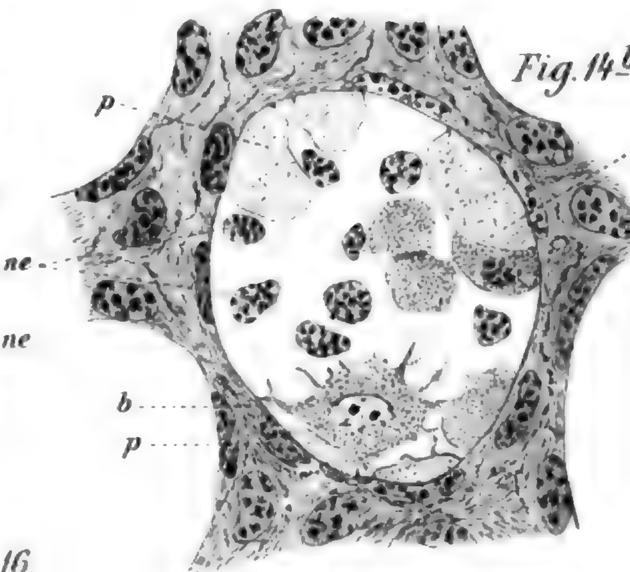


Fig. 14b
p
s
ne
b
p

p
ne
b
m

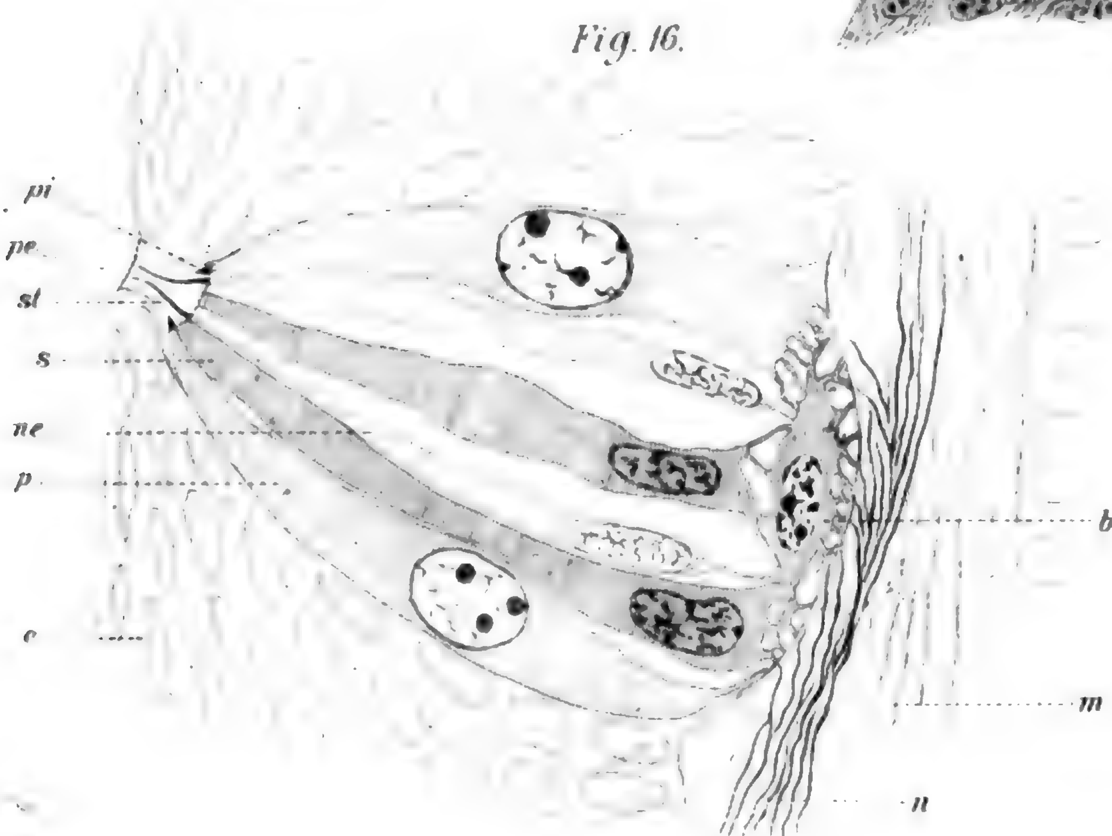


Fig. 16.
pi
pe
st
s
ne
p
e
b
m
n

Fig. 17.
b
a

Fig. 12.

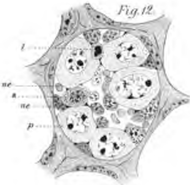


Fig. 13.

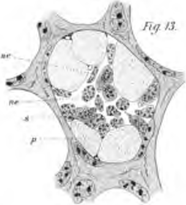


Fig. 15.

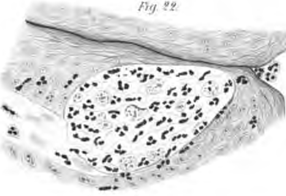
Fig. 19.

Fig. 20.

Fig. 21.

Fig. 18.

Fig. 22.



Digitized by Google

Digitized by Google

Inhalt.

Oeffentliche Sitzung der kgl. Akademie der Wissenschaften zur Feier des 129. Stiftungstages am 28. März 1888.

Sitzung vom 5. Mai 1888.

Akademische Buchdruckerei von F. Straub in München.

Sitzungsberichte

der

mathematisch-physikalischen Classe

der

k. b. Akademie der Wissenschaften

zu München.

1888. Heft III.

München.
Verlag der K. Akademie.
1889.

In Commission bei G. Franz.

Sitzungsberichte

der

königl. bayer. Akademie der Wissenschaften.

Mathematisch-physikalische Classe.

Sitzung vom 2. Juni 1888.

Herr E. LOMMEL legt drei Abhandlungen vor:

1. subjective Interferenzstreifen im objectiven Spectrum,
2. neue Methode zur Messung der Drehung der Polarisationsebene für die Fraunhofer'schen Linien,
3. Interferenz durch circulare Doppelbrechung,

und bespricht die Hauptresultate derselben.

Subjective Interferenzstreifen im objectiven Spectrum.

Von E. Lommel.

(Eingelaufen 2. Juni.)

Wenn man Licht, das irgendwo auf seinem Wege durch ein hinreichend dünnes durchsichtiges Blättchen (Glimmer, Glas) gegangen oder an einem solchen zurückgeworfen worden ist, zu einem Spectrum ausbreitet, so erscheint dieses bekanntlich parallel den Fraunhofer'schen Linien von dunklen Interferenzstreifen durchzogen. Diese Streifen sind in dem Spectrum objectiv vorhanden; sie entsprechen denjenigen homogenen Lichtarten, welche in dem einfallenden Strahlenbündel durch

Interferenz bereits ausgelöscht waren, ehe das Spectrum entstand.

Weniger bekannt dürfte sein, dass in einem objectiv auf einem Schirme entworfenen Spectrum solche Interferenzstreifen subjectiv gesehen werden, wenn man das Farbenbild durch ein dünnes Blättchen betrachtet. Die Streifen, welche man in diesem Falle sieht, sind nicht im Spectrum selbst vorhanden, sondern entstehen erst dadurch, dass von den an irgend einer Stelle des Farbenbildes diffus reflectirten homogenen Strahlen die das Blättchen direct durchlaufenden mit den nach zwei- oder mehrmaliger innerer Reflexion durchgegangenen interferiren. Die Streifen ändern ihre Stelle im Spectrum und rücken enger zusammen, wenn man das Blättchen zur Sehlinie mehr neigt. Sie sind, als Interferenzen im durchgehenden Licht, nicht vollkommen dunkel, sondern blass. Von ganz schwarzen Streifen dagegen, welche durch Interferenz der an der Vorder- und Hinterseite des Blättchens reflectirten Strahlen entstehen, sieht man das im Blättchen betrachtete Spiegelbild des Spectrums durchzogen.

Bedeckt man das auf dem Schirme entworfene Spectrum mit einem Glimmerblatt, so sieht man gleichzeitig zwei Streifensysteme, ein objectives, entstanden durch die Interferenz der zur Bildung des Spectrums auf dem Schirme zusammenlaufenden Strahlen, und ein subjectives, herrührend von der Interferenz der vom Farbenbilde nach dem Auge zurückgesendeten Strahlen. Bei Verschiebung des Auges bleiben die Streifen des ersteren Systemes unverändert stehen, weil sie durch das Glimmerblatt an den Stellen gesehen werden, wo sie wirklich vorhanden sind, die des letzteren dagegen ändern begreiflicher Weise ihre Lage und ihren Abstand.

Neue Methode zur Messung der Drehung der Polarisationsebene für die Fraunhofer'schen Linien.

Von E. Lommel.

(Eingelaufen 2. Juni.)

Durch ein Nicol'sches Prisma, dessen Hauptschnitt einen Winkel von 45° mit der Horizontalebene bildet, fällt polarisirtes Sonnenlicht auf den verticalen Spalt eines Spectroskops oder Spectrometers. Dicht vor dem Spalt befindet sich ein Quarzkeil von ca. 7° bis 8°, dessen Kante, parallel zur optischen Axe, zum Spalte senkrecht gerichtet ist, unmittelbar hinter ihm innerhalb des Collimatorrohres ein zweites Nicol, dessen Hauptschnitt zu dem des ersten gekreuzt oder parallel steht, also ebenfalls unter 45° zur Horizontalebene geneigt ist. Die ablenkende Wirkung des Quarzkeiles kann durch einen mit ihm in entgegengesetzter Lage vereinigten Glaskeil aufgehoben werden. Wie leicht begreiflich, zeigt sich nun das durch das Beobachtungsfernrohr gesehene Spectrum von zahlreichen, etwas gekrümmten, dunkeln Interferenzstreifen schief zu den Fraunhofer'schen Linien durchzogen, es erscheint durch feine schwarze Linien gleichsam schräg schraffirt.

Dreht man das inmitten eines verticalen Theilkreises angebrachte polarisirende Nicol um 45°, so verschwindet die Schraffirung durch das ganze Spectrum (Nullstellung).

Schaltet man sodann einen die Polarisationsebene drehenden Körper, z. B. eine mit Zuckerlösung gefüllte Röhre,

zwischen den Polarisator und den Quarzkeil ein, so kommen die Streifen wieder zum Vorschein.

Versucht man jetzt, durch Zurückdrehen des Polarisators die Streifen wieder zum Verschwinden zu bringen, so kann dies wegen der Rotationsdispersion der activen Substanz nur für eine einzige oder einige einzelne homogene Farben gelingen, und es zeigt sich an der entsprechenden Stelle auf dem schraffirten Grunde des Spectrums ein heller verticaler von Schraffirung freier Streifen, der, wenn man weiter dreht, dem Spectrum entlang wandert.

Indem man nun den hellen Streifen mit den einzelnen Fraunhofer'schen Linien der Reihe nach zur Deckung bringt, so dass die Linie jedesmal die Mitte des Streifens einnimmt, und den zugehörigen Winkel, den der Hauptschnitt des Polarisators mit der Nullstellung bildet, am Theilkreis abliest, erfährt man den Drehungswinkel für die betreffende Fraunhofer'sche Linie.

Da jedoch der helle Streifen nothwendig eine gewisse Breite besitzt, weil an seinen beiden Rändern die Schraffirung erst da leise beginnt, wo der Helligkeitsunterschied zwischen den Streifen und ihrem hellen Untergrund die Empfindlichkeitsgrenze des Auges erreicht, so würde diese Einstellung der Linie auf die Mitte des Streifens um so unsicherer ausfallen, je breiter der Streifen (bei schwächer drehenden Mitteln) erscheint.

Man verfährt daher auf folgende Weise. Man führt die Grenze der Schraffirung zuerst von der einen, dann von der anderen Seite an die Fraunhofer'sche Linie, für welche die Drehung gemessen werden soll, dicht heran, so dass die Spectrallinie jedesmal die Grenzscheide bildet zwischen dem hellen Streifen und dem schraffirten Grund, und nimmt das Mittel aus den beiden entsprechenden Ablesungen.

Die oben gemachte Annahme, dass im prismatischen Spectrum die homogene Farbe, für welche die Drehung auf-

gehoben ist, die Mitte des hellen Streifens einnehme, sowie das soeben angegebene Verfahren rechtfertigen sich durch folgende Ueberlegung. Die Stellen im Spectrum, an welchen die Schraffirung beiderseits sichtbar zu werden beginnt, entsprechen dem gleichen Helligkeitsunterschied zwischen den Interferenzstreifen und dem hellen Grunde des Spectrums. Vermöge des Gesetzes vom Quadrate des Cosinus müssen daher hier die Schwingungsrichtungen von derjenigen der Nullstellung nach der einen und der anderen Seite hin um gleichviel abweichen. Da nun, in erster Annäherung, die Differenzen der Drehungen in derselben Weise von der Wellenlänge abhängig sind, wie die Differenzen der zugehörigen Brechungscoefficienten, nämlich beide proportional der Differenz der reciproken Quadrate der zugehörigen Wellenlängen (erstere nach dem Biot'schen Gesetz, letztere nach der Cauchy'schen Dispersionsformel) so folgt, dass gleichen Drehungsdifferenzen auch gleiche Differenzen der Brechungscoefficienten, oder, was dasselbe ist, gleiche Abstände im prismatischen Spectrum entsprechen, und dass sonach die Stelle, wo die Drehung völlig aufgehoben ist, in der Mitte des hellen Streifens liegt. Für das Gitterspectrum würde nicht dasselbe gelten.

An einer Rohrzuckerlösung nach dieser Methode ausgeführte vorläufige Messungen haben Resultate ergeben, welche mit denjenigen von Stefan und Arndtsen sehr befriedigend übereinstimmen.

Die neue Methode unterscheidet sich von der bisher angewendeten Broch'schen Methode dadurch, dass bei dieser ein dunkler Streifen im hellen Felde mit der jeweiligen Fraunhofer'schen Linie, die er einhüllt und unsichtbar macht, zur Deckung gebracht wird, während bei jener ein heller Streifen auf schraffirtem Grunde auftritt, innerhalb welches die Fraunhofer'sche Linie mit vollster Schärfe sichtbar bleibt.

Mit Wild's Polaristrobometer hat die neue Anordnung das Princip des Verschwindens von Interferenzstreifen gemein; sie kann sogar ganz in derselben Weise wie jenes benutzt werden. Beleuchtet man mit homogenem, z. B. Natriumlicht, und macht den Spectroskopspalt sehr weit, so erscheint das homogen beleuchtete rechteckige Gesichtsfeld von horizontalen dunklen Streifen durchzogen, welche nun ganz in derselben Weise benutzt werden, wie bei dem Wild'schen Instrumente.

Interferenz durch circulare Doppelbrechung.

Von E. Lommel.

(Eingelaufen 2. Juni.)

Lässt man ein paralleles Bündel geradlinig polarisirten Lichtes auf ein Quarzprisma fallen, dessen optische Axe auf der Halbirungsebene des brechenden Winkels senkrecht steht, so erscheinen, wenn das Prisma auf kleinste Ablenkung gestellt ist, auf der zur optischen Axe parallelen Rückenfläche, die in unserem Falle mattgeschliffen war, sehr schöne zur brechenden Kante parallele Interferenzstreifen. Die Streifen zeigen sich in gleicher Schönheit, welches auch die Schwingungsrichtung des einfallenden polarisirten Lichtes sein mag; sie ändern sich jedoch beim Drehen des Polarisators derart, dass sie bei einer Drehung desselben um 90° in die complementären übergehen.

Die Erklärung der Erscheinung lässt sich in sehr einfacher Weise geben. Aus dem einfallenden geradlinig polarisirten Lichtstrahl (*SP*, s. Fig.) entstehen zwei entgegengesetzt kreisförmig polarisirte Strahlen, welche, indem sie das Prisma in der Richtung der optischen Axe (*PQ*) mit verschiedenen Fortpflanzungsgeschwindigkeiten durchlaufen, einen Gangunterschied gewinnen, vermöge dessen sie, nachdem sie an der Austrittsfläche des Prismas durch innere Zurückwerfung theilweise polarisirt worden, auf ihrem Wege (*QR*) zur Rückenfläche interferiren.

Sei

$$l = \sin \frac{2\pi}{T} t = \sin \varphi$$

die durch die Vorderfläche (bei P) eingetretene geradlinige Schwingung, welche zum Hauptschnitt des Prismas unter dem Winkel ψ geneigt sei, so kommen an der Austrittsfläche (bei Q), nach Durchlaufung des Weges $PQ = z$, die vier geradlinigen Schwingungen

$$\frac{1}{2} \sin\left(\varphi - \frac{2\pi}{\lambda} \frac{z}{c'}\right), \quad \frac{1}{2} \cos\left(\varphi - \frac{2\pi}{\lambda} \frac{z}{c'}\right)$$

$$\frac{1}{2} \sin\left(\varphi - \frac{2\pi}{\lambda} \frac{z}{c''}\right), \quad -\frac{1}{2} \cos\left(\varphi - \frac{2\pi}{\lambda} \frac{z}{c''}\right)$$

an, von welchen die Componenten mit dem Sinuszeichen im Azimute ψ, diejenigen mit dem Cosinuszeichen im Azimute $\psi + 90^0$ schwingen, und paarweise zusammengefasst die beiden entgegengesetzt circularen Strahlen darstellen, welche sich mit den Geschwindigkeiten c' und c'' längs der Krystallaxe fortpflanzen. Zerlegt man dieselben senkrecht und parallel zur Einfallsebene (oder zum Hauptschnitt des Prismas), so ergeben sich als senkrechte Componenten:

$$\frac{1}{2} \sin\psi \sin\left(\varphi - \frac{2\pi}{\lambda} n' z\right), \quad \frac{1}{2} \cos\psi \cos\left(\varphi - \frac{2\pi}{\lambda} n' z\right),$$

$$\frac{1}{2} \sin\psi \sin\left(\varphi - \frac{2\pi}{\lambda} n'' z\right), \quad -\frac{1}{2} \cos\psi \cos\left(\varphi - \frac{2\pi}{\lambda} n'' z\right),$$

und als zur Einfallsebene parallele Componenten:

$$\frac{1}{2} \cos\psi \sin\left(\varphi - \frac{2\pi}{\lambda} n' z\right), \quad -\frac{1}{2} \sin\psi \cos\left(\varphi - \frac{2\pi}{\lambda} n' z\right)$$

$$\frac{1}{2} \cos\psi \sin\left(\varphi - \frac{2\pi}{\lambda} n'' z\right), \quad \frac{1}{2} \sin\psi \cos\left(\varphi - \frac{2\pi}{\lambda} n'' z\right),$$

wo noch statt der reciproken Werthe der Geschwindigkeiten

c' und c'' die zugehörigen Brechungscoefficienten n' und n'' geschrieben wurden.

Bezeichnet man mit μ und ν die Schwächungscoefficienten für die Reflexion an der Austrittsfläche des Prismas für zur Einfallsebene senkrecht und dazu parallele Schwingungen, so besteht demnach der zurückgeworfene Strahl (QR) aus den beiden zu einander senkrecht schwingenden Strahlen:

$$\frac{1}{2}\mu\left(\cos\left(\varphi-\frac{2\pi}{\lambda}n'z-\psi\right)-\cos\left(\varphi-\frac{2\pi}{\lambda}n''z+\psi\right)\right)$$

und

$$\frac{1}{2}\nu\left(\sin\left(\varphi-\frac{2\pi}{\lambda}n'z-\psi\right)+\sin\left(\varphi-\frac{2\pi}{\lambda}n''z+\psi\right)\right).$$

Der erstere, nämlich

$$\mu\sin\left(\frac{\pi}{\lambda}(n'-n'')z+\psi\right)\sin\left(\varphi-\frac{\pi}{\lambda}(n'+n'')z\right)$$

besitzt die Lichtstärke:

$$M^2=\mu^2\sin^2\left(\frac{\pi}{\lambda}(n'-n'')z+\psi\right),$$

der zweite, zu diesem senkrecht schwingende, nämlich:

$$\nu\cdot\cos\left(\frac{\pi}{\lambda}(n'-n'')z+\psi\right)\sin\left(\varphi-\frac{\pi}{\lambda}(n'+n'')z\right)$$

die Lichtstärke:

$$N^2=\nu^2\cos^2\left(\frac{\pi}{\lambda}(n'-n'')z+\psi\right).$$

Mit der Summe M^2+N^2 dieser Intensitäten wird ein Punkt (R) der Rückenfläche des Prismas erleuchtet. Wäre $\nu=\mu$, so würde diese Summe von dem Gangunterschiede $(n'-n'')z$ unabhängig, und Interferenzstreifen könnten nicht auftreten; ebenso wenig, wenn bei verschiedenen Werthen von μ und ν zu dem im Azimute ψ polarisirten einfallenden

Strahl noch ein gleichstarker dazu senkrecht polarisirter hinzukäme, d. h. wenn natürliches Licht auf das Prisma fiele. Ist jedoch das einfallende Licht geradlinig polarisirt, so wird niemals $\nu = \mu$ sein, sondern $\nu^2 < \mu^2$, und es erscheinen Interferenzstreifen, deren Minima und Maxima mit denjenigen von M^2 zusammenfallen.

Es ist bei dieser Darlegung angenommen worden, dass die beiden interferirenden Strahlen parallel zur optischen Axe denselben Weg (PQ) mit ungleichen Geschwindigkeiten durchlaufen, und an der Austrittsfläche des Prismas (in Q) nach dem gewöhnlichen Reflexionsgesetz ebenfalls nach einer und derselben Richtung (QR) zurückgeworfen werden. In Wirklichkeit aber schlagen die beiden circularen Strahlen, in welche sich der einfallende lineare Strahl zerlegt, vermöge der Verschiedenheit ihrer Brechungsindices n' und n'' verschiedene Wege ein, indem der eine stärker, der andere schwächer gebrochen wird, als der Strahl, welcher bei Abwesenheit des Drehungsvermögens kraft des ordinären Brechungsindex n die Axenrichtung selbst einschlagen würde. Während also bisher, unter α den brechenden Winkel des Prismas und unter i den Einfallswinkel des parallelen Strahlenbündels verstanden, die Richtung der interferirenden Strahlen (PQ) der Gleichung

$$\sin i = n \sin \frac{1}{2} \alpha$$

entsprechend angenommen wurde, bestimmen sich diese Richtungen vielmehr durch die Gleichungen:

$$\sin i = n' \sin \left(\frac{1}{2} \alpha - \delta\right) \quad \text{und} \quad \sin i = n'' \sin \left(\frac{1}{2} \alpha + \delta\right);$$

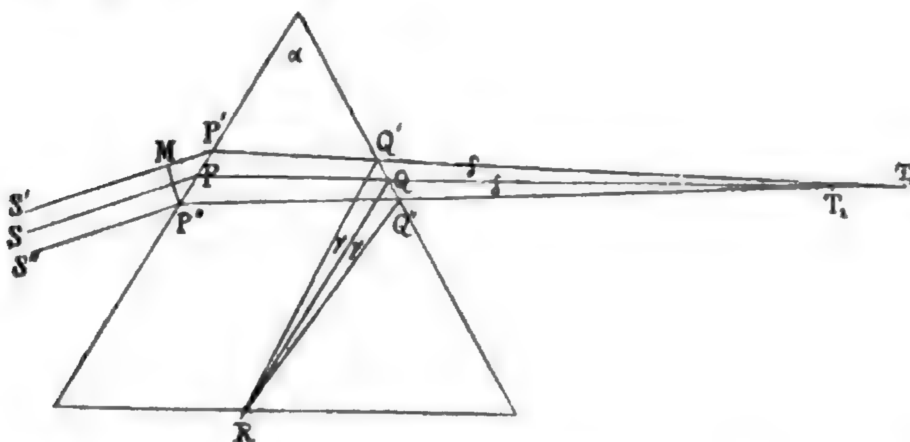
die sehr kleinen Winkel, um welche diese Richtungen von der Krystallaxe abweichen, sind nämlich in erster Annäherung einander gleich ($= \delta$), nämlich bis auf Grössen zweiter Ord-

nung hinsichtlich der Grösse δ. Mit derselben Annäherung gilt auch die Beziehung [1])

$$n = \frac{n' + n''}{2}.$$

In dem Punkte (R) der Rückenfläche des Prismas kommen daher zwei Strahlen zur Interferenz, welche, zwei verschiedenen einfallenden Strahlen $S'P'$ und $S''P''$ entstammend, von der einfallenden Welle $P''M$ aus die verschiedenen Wege $MP'Q'R$ und $P''Q''R$ durchlaufen haben. Auch die kleinen Winkel, welche die Strahlen $Q'R$ und $Q''R$ mit dem Strahle QR bilden, sind, wenn wir die gegenwärtige Betrachtung auf zum Hauptschnitt senkrechte Schwingungen beschränken, die sich im Quarz in von der optischen Axe so beträchtlich abweichenden Richtungen dem Index n gemäss fortpflanzen, in erster Annäherung als einander gleich anzusehen ($= \gamma$); sie würden, wenn an der Austrittsfläche gewöhnliche Zurückwerfung stattfände, jeder $= \delta$ sein; da aber Krystallreflexion eintritt, so ist γ von δ verschieden, und zwar ergibt die Huyghens'sche Construction, wiederum in erster Annäherung, $\gamma = 2\,\delta$.

Der Gangunterschied der beiden in R zusammentreffenden Strahlen ist nun (s. Fig.):



$$\Delta = (PP' + PP'')\sin i + P'Q' \cdot n' + Q'R \cdot n - P''Q'' \cdot n'' - Q''R \cdot n.$$

1) Lommel, Wied. Ann. 20. pg. 581. 1883.

Aus der Figur aber entnimmt man:

$$P'Q' = P'T_1 - Q'T_1 \; , \; P''Q'' = P''T_2 - Q''T_2 ,$$

$$P'T_1 = PT_1 \frac{\cos \frac{1}{2}\alpha}{\cos(\frac{1}{2}\alpha - \delta)} \; , \; P''T_2 = PT_2 \cdot \frac{\cos\frac{1}{2}\alpha}{\cos(\frac{1}{2}\alpha + \delta)}$$

$$Q'T_1 = QT_1 \cdot \frac{\cos\frac{1}{2}\alpha}{\cos(\frac{1}{2}\alpha + \delta)} \; , \; Q''T_2 = QT_2 \cdot \frac{\cos\frac{1}{2}\alpha}{\cos(\frac{1}{2}\alpha - \delta)}$$

$$PP' = PT_1 \cdot \frac{\sin\delta}{\cos(\frac{1}{2}\alpha - \delta)} \; , \; PP'' = PT_2 \cdot \frac{\sin\delta}{\cos(\frac{1}{2}\alpha + \delta)}$$

$$Q'R = QR \cdot \frac{\cos\frac{1}{2}\alpha}{\cos(\frac{1}{2}\alpha + \gamma)} \; , \; Q''R = QR \cdot \frac{\cos\frac{1}{2}\alpha}{\cos(\frac{1}{2}\alpha - \gamma)}$$

$$QT_1 = QR \cdot \frac{\sin\gamma}{\sin\delta} \cdot \frac{\cos(\frac{1}{2}\alpha + \delta)}{\cos(\frac{1}{2}\alpha + \gamma)} , \; QT_2 = QR \cdot \frac{\sin\gamma}{\sin\delta} \cdot \frac{\cos(\frac{1}{2}\alpha - \delta)}{\cos(\frac{1}{2}\alpha - \gamma)} .$$

Hienach ergibt sich zunächst:

$$\begin{aligned} \Delta = \sin i \sin\delta & \left(\frac{PT_1}{\cos(\frac{1}{2}\alpha - \delta)} + \frac{PT_2}{\cos(\frac{1}{2}\alpha + \delta)} \right) \\ + n' \cos\tfrac{1}{2}\alpha & \left(\frac{PT_1}{\cos(\frac{1}{2}\alpha - \delta)} - \frac{QT_1}{\cos(\frac{1}{2}\alpha + \delta)} \right) \\ - n'' \cos\tfrac{1}{2}\alpha & \left(\frac{PT_2}{\cos(\frac{1}{2}\alpha + \delta)} - \frac{QT_2}{\cos(\frac{1}{2}\alpha - \delta)} \right) \\ + QR \cdot n \cos\tfrac{1}{2}\alpha & \left(\frac{1}{\cos(\frac{1}{2}\alpha + \gamma)} - \frac{1}{\cos(\frac{1}{2}\alpha - \gamma)} \right) , \end{aligned}$$

oder, wenn man:

$$PT_1 = z + QT_1 \; , \; PT_2 = z + QT_2$$

einführt:

$$\begin{aligned} \Delta = z & \left(\frac{\sin i \sin\delta + n' \cos\frac{1}{2}\alpha}{\cos(\frac{1}{2}\alpha - \delta)} + \frac{\sin i \sin\delta - n'' \cos\frac{1}{2}\alpha}{\cos(\frac{1}{2}\alpha + \delta)} \right) \\ + QT_1 & \left(\frac{\sin i \sin\delta + n' \cos\frac{1}{2}\alpha}{\cos(\frac{1}{2}\alpha - \delta)} - \frac{n' \cos\frac{1}{2}\alpha}{\cos(\frac{1}{2}\alpha + \delta)} \right) \end{aligned}$$

$$+ QT_2 \left(\frac{\sin i \sin \delta - n'' \cos \frac{1}{2} \alpha}{\cos (\frac{1}{2} \alpha + \delta)} + \frac{n'' \cos \frac{1}{2} \alpha}{\cos (\frac{1}{2} \alpha - \delta)} \right)$$

$$+ QR \cdot n \cos \tfrac{1}{2} \alpha \left(\frac{1}{\cos (\frac{1}{2} \alpha + \gamma)} - \frac{1}{\cos (\frac{1}{2} \alpha - \gamma)} \right).$$

Es ist aber:

$$\frac{\sin i \sin \delta + n' \cos \frac{1}{2} \alpha}{\cos (\frac{1}{2} \alpha - \delta)} = n' \cdot \frac{\sin (\frac{1}{2} \alpha - \delta) \sin \delta + \cos \frac{1}{2} \alpha}{\cos (\frac{1}{2} \alpha - \delta)}$$

$$= \frac{n'}{\cos (\frac{1}{2} \alpha - \delta)} (\sin \tfrac{1}{2} \alpha \sin \delta \cos \delta - \cos \tfrac{1}{2} \alpha \sin^2 \delta + \cos \tfrac{1}{2} \alpha)$$

$$= \frac{n' \cos \delta}{\cos (\frac{1}{2} \alpha - \delta)} (\cos \tfrac{1}{2} \alpha \cos \delta + \sin \tfrac{1}{2} \alpha \sin \delta) = n' \cos \delta \,;$$

und ebenso:

$$\frac{\sin i \sin \delta - n'' \cos \frac{1}{2} \alpha}{\cos (\frac{1}{2} \alpha + \delta)} = n'' \cdot \frac{\sin (\frac{1}{2} \alpha + \delta) \sin \delta - \cos \frac{1}{2} \alpha}{\cos (\frac{1}{2} \alpha + \delta)}$$

$$= - n'' \cos \delta.$$

Hierdurch wird zunächst:

$$\varDelta = (n' - n'') z \cos \delta + QT_1 \cdot n' \left(\cos \delta - \frac{\cos \frac{1}{2} \alpha}{\cos (\frac{1}{2} \alpha + \delta)} \right)$$

$$- QT_2 \cdot n'' \left(\cos \delta - \frac{\cos \frac{1}{2} \alpha}{\cos (\frac{1}{2} \alpha - \delta)} \right)$$

$$+ QR \cdot n \cos \tfrac{1}{2} \alpha \left(\frac{1}{\cos (\frac{1}{2} \alpha + \gamma)} - \frac{1}{\cos (\frac{1}{2} \alpha - \gamma)} \right)$$

und weiter, wenn man QR statt QT_1 und QT_2 einführt:

$$\triangle = (n' - n'') z \cos \delta$$

$$+ QR \cdot n' \frac{\sin \gamma}{\sin \delta} \cdot \frac{\cos (\frac{1}{2} \alpha + \delta)}{\cos (\frac{1}{2} \alpha + \gamma)} \left(\cos \delta - \frac{\cos \frac{1}{2} \alpha}{\cos (\frac{1}{2} \alpha + \delta)} \right)$$

$$- QR \cdot n'' \frac{\sin \gamma}{\sin \delta} \cdot \frac{\cos (\frac{1}{2} \alpha - \delta)}{\cos (\frac{1}{2} \alpha - \gamma)} \left(\cos \delta - \frac{\cos \frac{1}{2} \alpha}{\cos (\frac{1}{2} \alpha - \delta)} \right)$$

$$+ QR \cdot n \cos \tfrac{1}{2} \alpha \left(\frac{1}{\cos(\frac{1}{2}\alpha + \gamma)} - \frac{1}{\cos(\frac{1}{2}\alpha - \gamma)} \right)$$

$$= (n' - n'') z \cos \delta - QR \cdot \frac{n' \sin(\frac{1}{2}\alpha + \delta) \sin \gamma}{\cos(\frac{1}{2}\alpha + \gamma)}$$

$$- QR \cdot \frac{n'' \sin(\frac{1}{2}\alpha - \delta) \sin \gamma}{\cos(\frac{1}{2}\alpha - \gamma)}$$

$$+ QR \cdot n \cos \tfrac{1}{2} \alpha \left(\frac{1}{\cos(\frac{1}{2}\alpha + \gamma)} - \frac{1}{\cos(\frac{1}{2}\alpha - \gamma)} \right).$$

Setzt man nun

$$n = \frac{n' + n''}{2}$$

so wird der Factor von QR:

$$\frac{\sin \gamma}{\cos(\frac{1}{2}\alpha - \gamma)\cos(\frac{1}{2}\alpha + \gamma)} [n'(\sin \tfrac{1}{2}\alpha \cos \tfrac{1}{2}\alpha - \sin(\tfrac{1}{2}\alpha + \delta)\cos(\tfrac{1}{2}\alpha - \gamma))$$

$$+ n''(\sin \tfrac{1}{2}\alpha \cos \tfrac{1}{2}\alpha - \sin(\tfrac{1}{2}\alpha - \delta)\cos(\tfrac{1}{2}\alpha + \gamma))]$$

$$= - \frac{\sin \gamma}{\cos(\frac{1}{2}\alpha - \gamma)\cos(\frac{1}{2}\alpha + \gamma)} [(n' - n'')(\sin \delta \cos \gamma - \sin^2 \tfrac{1}{2}\alpha \sin(\gamma - \delta))$$

$$- (n' + n'') \sin \alpha \sin^2 \tfrac{1}{2} (\gamma - \delta)].$$

Es ergibt sich also schliesslich:

$$\varDelta = (n' - n'') z \cos \delta$$

$$- \frac{QR \cdot \sin \gamma}{\cos(\frac{1}{2}\alpha - \gamma)\cos(\frac{1}{2}\alpha + \gamma)} [(n' - n'')(\cos \gamma \sin \delta - \sin^2 \tfrac{1}{2}\alpha \sin(\gamma - \delta))$$

$$- (n' + n'') \sin \alpha \sin^2 \tfrac{1}{2} (\gamma - \delta)]$$

oder für den hier speciell betrachteten Fall $\gamma = 2\delta$:

$$\varDelta = (n' - n'') z \cos \delta - \frac{QR \sin 2\delta}{\cos(\frac{1}{2}\alpha - 2\delta)\cos(\frac{1}{2}\alpha + 2\delta)}$$

$$[(n' - n'')(\cos 2\delta - \sin^2 \tfrac{1}{2}\alpha) \sin \delta - (n' + n'') \sin \alpha \sin^2 \tfrac{1}{2}\delta].$$

Wie man sieht, weicht dieser Ausdruck von dem Gangunterschied

$$\varDelta = (n' - n'') z,$$

wie ihn die obige einfache Darstellung ergibt, nur in Gliedern von zweiter und höherer Ordnung ab, und es erscheint daher bei der Kleinheit des Winkels δ (er beträgt nur wenige Sekunden) gerechtfertigt, an jener so überaus einfachen Theorie, welche sich auf die Betrachtung des Strahlenganges PQR beschränkt, festzuhalten. —

Der brechende Winkel des benutzten Quarzprismas beträgt sehr nahe 60°. Der minimal abgelenkte Strahl trifft daher auf die Austrittsfläche unter einem Winkel, der vom Polarisationswinkel nur wenig verschieden ist, so dass ν^2 im Vergleiche zu μ^2 sehr klein wird, und die Intensität der Interferenzerscheinung einfach durch:

$$M^2 = \mu^2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{\lambda}(n' - n'')\, z + \psi\right)$$

ausgedrückt werden kann.

Dunkle Streifen treten auf, wenn

$$\frac{\pi}{\lambda}(n' - n'')\, z + \psi = m\pi\,,$$

Maxima der Lichtstärke oder helle Streifen, wenn

$$\frac{\pi}{\lambda}(n' - n'')\, z + \psi = (m + \tfrac{1}{2})\, \pi$$

ist, unter m eine ganze Zahl verstanden. Wenn sich das Azimut ψ um einen rechten Winkel ändert, so rücken die dunkeln Streifen an die Stellen, wo vorher die hellen waren; d. h. die Erscheinung geht bei Anwendung von weissem Licht in die complementäre über.

Die Entfernung zweier benachbarter dunkler Streifen oder die Streifenbreite ζ ergibt sich:

$$\zeta = \frac{\lambda}{n' - n''}.$$

Um dieselbe, bei homogenem Lichte, zu messen, wurden auf der mattgeschliffenen Rückenfläche des Prismas Bleistift-

linien senkrecht zur brechenden Kante, also auch senkrecht zu den Streifen, gezogen, auf diesen mit der Bleistiftspitze die Mitten der dunkeln Streifen bezeichnet, und sodann mittels des Zirkels die Breite von 2, 3, 4 oder 5 Streifen auf einem Millimetermassstab abgemessen. Für Natriumlicht ergab sich $\zeta = 8{,}3^{\mathrm{mm}}$, für das durch ein rothes Glas gegangene Licht $\zeta = 9{,}4^{\mathrm{m}}$.

Um die Streifenbreiten für die Fraunhofer'schen Linien zu bestimmen, wurde das durch den Nicol gegangene Sonnenlicht auf einem mit verticalem Spalt durchbohrten Schirme zu einem Spectrum ausgebreitet, dieser Spalt nach der Reihe auf die Fraunhofer'schen Linien eingestellt, und das durch diesen Spalt gegangene homogene Licht, durch eine Linse parallel gemacht, auf das Prisma gelenkt, welches jedesmal auf die kleinste Ablenkung eingestellt wurde. Die Streifenbreiten für jede Farbe wurden sodann auf die oben beschriebene Art gemessen. Kennt man aber für die Wellenlänge λ die Streifenbreite ζ, so ergibt sich aus

$$n' - n'' = \frac{\lambda}{\zeta}$$

die Differenz der Brechungsindices der beiden circular polarisirten Strahlen. In der folgenden kleinen Tabelle sind die gemessenen Werthe von ζ, die Wellenlängen λ und die hieraus berechneten Werthe $n' - n''$ angegeben.

Fraunhofer'sche Linien	ζ mm	λ mm	$n' - n''$	$D = \frac{180^0}{\zeta}$
B	11,5	0,0006867	0,0000597	15,7°
C	10,4	6563	0,0000631	17,3
D	8,3	5896	0,0000710	21,7
E	6,5	5270	0,0000811	27,7
b	6,3	5184	0,0000823	28,6
F	5,5	4861	0,0000884	32,7
G	4,25	4308	0,0001014	42,4

Die Drehung der Polarisationsebene für die Quarzdicke z beträgt:

$$D = \frac{\pi}{\lambda}(n' - n'')\,z,$$

also für die Dicke 1^{mm}:

$$D = \frac{\pi}{\lambda}(n' - n'')$$

oder:

$$D = \frac{\pi}{\zeta}.$$

Man findet also die Drehung der Polarisationsebene für 1^{mm} Quarzdicke, indem man 180° durch die Streifenbreite dividirt.

In der letzten Columne der vorstehenden Tabelle sind die so berechneten Drehungswinkel angegeben. Nach den directen Messungen von Soret und Sarasin[1]) betragen dieselben:

B	C	D	E	F	G
15,75°	17,32°	21,70°	27,54°	32,77°	42,60°.

Durch diese Interferenzstreifen sind wir also in den Stand gesetzt, die Drehungswinkel durch eine blosse Längenmessung zu ermitteln.

Ueber das Verhalten der Streifen sei noch folgendes bemerkt. In voller Schönheit zeigen sie sich nur, wenn das Prisma im Minimum der Ablenkung steht. Dreht man dasselbe aus dieser Stellung heraus, so werden sie enger und blasser und verschwinden bald. Dem Minimum der Ablenkung entspricht demnach das Maximum der Breite und Schärfe der Streifen.

Im circular polarisirten Licht verschwinden die Streifen, weil alsdann nur ein Strahl mit einer einzigen Geschwindigkeit

---

1) Soret und Sarasin, Arch. de Gen. 8. 1882.

längs der optischen Axe sich fortpflanzt, und ein Gangunterschied daher nicht zu Stande kommt. Auch im unpolarisirten Licht, z. B. im directen Sonnenlicht, sind sie nicht zu sehen. Dagegen zeigen sie sich, allerdings blasser, auch ohne Nicol in dem Lichte, welches vom Heliostatspiegel kommt, weil dasselbe theilweise polarisirt ist, ebenso im Sonnenlicht, welches durch eine Fensterscheibe gegangen ist. Ein solches Quarzprisma verräth also durch das Auftreten der Interferenzstreifen das Vorhandensein geradlinig polarisirten Lichtes, und könnte daher auch als Polariskop dienen.

Ist die Rückfläche des Prismas polirt, oder kittet man auf die matte Fläche mittels Canadabalsam eine planparallele Glasplatte, so treten die reflectirten Strahlen (QR) aus, indem sie mit den einfallenden Strahlen parallel werden, und man kann das Interferenzbild auf einem Schirme auffangen und mittels einer Linse vergrössert projiciren.

Auch in dem aus dem Prisma bei Q austretenden Strahlenbündel zeigen sich Interferenzstreifen, welche gegenüber den durch Reflexion entstandenen um eine halbe Streifenbreite verschoben sind, weil hier der im Hauptschnitt schwingende Strahl an Intensität überwiegt. Dieselben sind jedoch viel blasser, weil die Intensitäten der beiden zu einander senkrecht schwingenden Componenten hier nicht sehr von einander verschieden sind.

Sitzung vom 7. Juli 1888.

1. Herr L. Sohncke hielt einen Vortrag über „Erweiterung der Theorie von der Krystallstruktur". Der Vortrag wird anderweit veröffentlicht werden.

2. Herr Gust. Bauer spricht über „Flächen 4. Ordnung, deren geometrische Erzeugung sich an 2 Tetraeder knüpft".

Ueber Flächen 4. Ordnung, deren geometrische Erzeugung sich an 2 Tetraeder knüpft.

Von G. Bauer.

(Eingelaufen 8. Oktober.)

1. Es seien im Raume vier Punkte A gegeben, welche ein Tetraeder (A-Tetraeder) bilden. Die Ecken dieses Tetraeders mögen einfach durch 1, 2, 3, 4 bezeichnet sein, die ihnen gegenüberliegenden Seitenflächen des Tetraeders durch I, II, III, IV. Den Punkten A (1, 2, 3, 4) sollen vier Ebenen I', II', III', IV' entsprechen, welche ein zweites Tetraeder (das C-Tetraeder) bilden, dessen Ecken C den vier Ebenen gegenüberliegend nach der Reihe mit 1', 2', 3', 4' bezeichnet werden mögen. Wird nun ein Punkt P so bestimmt, dass die vier von ihm ausgehenden Strahlen, welche die Ecken 1, 2, 3, 4 des A-Tetraeders projiciren, die diesen Ecken entsprechenden Ebenen I', II', III', IV' in Punkten Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 treffen, welche in einer Ebene liegen, so ist

der Ort des Punktes P bei allgemeiner Lage der beiden Tetraeder eine Fläche 4. Ordnung mit 4 Knotenpunkten und 10 Geraden. Je nach der Lage der Tetraeder können neue Knotenpunkte und Gerade auf der Fläche sich bilden, kurz dieselbe kann sich in mannigfachster Weise abändern, sodass eine grosse Reihe von Flächen 4. Ordnung der angegebenen geometrischen Construktion unterliegt. Es ist nicht meine Absicht, hier diese ganze Reihe von Flächen zu untersuchen, sondern ich beabsichtige nur auf einige Fälle hinzuweisen, die auf bekannte Flächen führen und theils hiedurch, theils durch die besondere Lage der zwei Tetraeder zu einander einiges Interesse zu gewähren scheinen.

2. Nehmen wir das C-Tetraeder zum Coordinaten-Tetraeder; seien ferner α_i (i = 1, 2, 3, 4) die Coordinaten der ersten, β_i, die Coordinaten der zweiten, γ_i die der dritten und δ_i die der vierten Ecke des A-Tetraeders, so wie x_i die Coordinaten des Punktes P, so ergibt sich sofort die Gleichung der Fläche F, welche nach obiger Construktion der Ort des Punktes P ist, in der Form

$$F \equiv \begin{vmatrix} o & (\alpha_2 x_1) & (\alpha_3 x_1) & (\alpha_4 x_1) \\ (\beta_1 x_2) & o & (\beta_3 x_2) & (\beta_4 x_2) \\ (\gamma_1 x_3) & (\gamma_2 x_3) & o & (\gamma_4 x_3) \\ (\delta_1 x_4) & (\delta_2 x_4) & (\delta_3 x_4) & o \end{vmatrix} = o, \qquad (I)$$

wo allgemein $(\lambda_k x_i)$ für $\lambda_k x_i - \lambda_i x_k$ gesetzt ist. In der That sind die Elemente dieser Determinante, welche in einer Horizontalreihe stehen, nichts anderes als die Coordinaten je eines der Punkte Q, in welchen die vom Punkte x nach den Ecken des A-Tetraeders gezogenen Geraden die entsprechenden Seitenflächen des Coordinaten- (oder C-Tetraeders) durchstossen, und die Gleichung (I) drückt aus, dass diese vier Punkte Q in einer Ebene liegen.

Aus der Gleichung (I) ersieht man, dass dieselbe erfüllt wird, wenn der Punkt x in eine Kante des C-Tetraeders fällt,

wie auch geometrisch evident ist. Die Fläche F enthält mithin die sechs Kanten des C-Tetraeders und die Ecken desselben sind Knotenpunkte derselben. Von dem A-Tetraeder aber liegen nur die Ecken auf der Fläche (denn die Gleichung (I) wird erfüllt, wenn z. B. α_i statt x_i gesetzt wird), und zwar sind dieselben im allgemeinen einfache Punkte derselben.[1])

3. Eine einfache geometrische Betrachtung zeigt ferner, dass die Fläche ausser den sechs Kanten des C-Tetraeders noch vier Gerade enthält, nämlich die Durchschnitte der Tetraederseiten

$$(\mathrm{I\ I'}),\ (\mathrm{II\ II'}),\ (\mathrm{III\ III'}),\ (\mathrm{IV\ IV'}),$$

so dass die Fläche F im Allgemeinen 4 Knotenpunkte und 10 Gerade enthält. Diese vier letzten Geraden sollen der Kürze halber im folgenden als die Geraden g_i $(i = 1, 2, 3, 4)$ bezeichnet sein. Dass dieselben auf der Fläche liegen, geht auch aus der Gleichung der Fläche hervor, wenn wir dieselbe entwickeln. Ersetzen wir die Nullen in der Determinante resp. durch $\alpha_1 x_1 - \alpha_1 x_1$, $\beta_2 x_2 - \beta_2 x_2$, u. s. f. und zerlegen dieselbe sodann nach den Summanden der Hori-

1) Es ist leicht die Tangentialebene an einem dieser Punkte, z. B. an der Ecke 1 anzugeben. Die Kanten (12), (13), (14) des A-Tetraeders treffen die Ebenen II′, III′, IV′ des C-Tetraeders in drei Punkten Q_2^1, Q_3^1, Q_4^1 und die Ebene $Q_2^1\ Q_3^1\ Q_4^1$ schneidet die Ebene I′ des C-Tetraeders in einer Geraden m_1. Die Tangentialebene der Fläche an der Ecke 1 des A-Tetraeders geht durch diese Gerade m_1. Denn bewegt sich der Punkt P (x) auf dieser Ebene unendlich nahe an der Ecke 1, so bleiben auch die Punkte Q_2, Q_3, Q_4 unendlich nahe der Ebene $Q_2^1\ Q_3^1\ Q_4^1$ und mithin der Punkt P unendlich nahe der Fläche. Die Gleichung dieser Tangentialebene in der Ecke 1 findet sich demnach leicht in der Form

$$\begin{vmatrix} 0 & (\alpha_2 x_1) & (\alpha_3 x_1) & (\alpha_4 x_1) \\ (\beta_1 \alpha_2) & 0 & (\beta_3 \alpha_2) & (\beta_4 \alpha_2) \\ (\gamma_1 \alpha_3) & (\gamma_2 \alpha_3) & 0 & (\gamma_4 \alpha_3) \\ (\delta_1 \alpha_4) & (\delta_2 \alpha_4) & (\delta_3 \alpha_4) & 0 \end{vmatrix} = 0$$

zontalreihen, so erhalten wir folgende Gleichung für die Fläche:

$$\alpha_1 x_2 x_3 x_4 (x_1 \beta_2 \gamma_3 \delta_4) + \beta_2 x_1 x_3 x_4 (\alpha_1 x_2 \gamma_3 \delta_4) + \gamma_3 x_1 x_2 x_4 (\alpha_1 \beta_2 x_3 \delta_4)$$
$$+ \delta_4 x_1 x_2 x_3 (\alpha_1 \beta_2 \gamma_3 x_4) - x_1 x_2 x_3 x_4 (\alpha_1 \beta_2 \gamma_3 \delta_4) = 0, \quad (1')$$

wo nach bekannter Bezeichnung die Faktoren $(x_1 \beta_2 \gamma_3 \delta_4)$ u. s. w. Determinanten 4. Ordnung bezeichnen. Da $(x_1 \beta_2 \gamma_3 \delta_4) = 0$ die Gleichung der Ebene (234) oder I des A-Tetraeders darstellt und diese Gleichung in Verbindung mit $x_1 = 0$, die Gleichung der Fläche erfüllt, so liegt die Gerade (I I′) auf der Fläche.

4. Die vier Geraden g der Fläche schneiden sich bei allgemeiner Lage der beiden Tetraeder nicht. Sollen sich zwei derselben schneiden, z. B. (I I′) und (II II′), so müssen sich in demselben Punkte auch die Kanten (I II), (I′ II′) der beiden Tetraeder schneiden, und umgekehrt, schneiden sich diese beiden Kanten, so schneiden sich auch die beiden Geraden (I I′), (II II′) in diesem Punkte. Dann wird aber offenbar dieser Schnittpunkt der beiden Kanten Knotenpunkt der Fläche. So oft sich also zwei gleichbezeichnete Kanten der beiden Tetraeder schneiden, erhält die Fläche einen neuen Knotenpunkt, ohne dass desshalb die betreffende Kante des A-Tetraeders auf die Fläche rückt. Nun sind die Bedingungen,

dass die Kante (III IV)	die Kante	(III′ IV′)	treffe	$-(\alpha_3 \beta_4) = 0$	(a)
(II IV)	„	(II′ IV′)	„	$-(\alpha_4 \gamma_2) = 0$	
(II III)	„	(II′ III′)	„	$-(\alpha_2 \delta_3) = 0$	
(I IV)	„	(I′ IV′)	„	$-(\beta_1 \gamma_4) = 0$	
(I III)	„	(I′ III′)	„	$-(\beta_3 \delta_1) = 0$	
(I II)	„	(I′ II′)	„	$-(\gamma_1 \delta_2) = 0$	

wo $(\alpha_3 \beta_4)$, .. die Determinanten $\alpha_3 \beta_4 - \alpha_4 \beta_3$, ... bezeichnen.

Diese sechs Bedingungsgleichungen sind nicht unabhängig von einander. Sind fünf derselben erfüllt, so ist es auch die sechste; man überzeugt sich davon sofort, wenn

man in irgend fünf dieser Gleichungen die zweiten Glieder der Determinanten auf die rechte Seite bringt und sodann die linken Gleichungsseiten wie auch die rechten mit einander multiplicirt. Schneiden sich also fünf Paare dieser Kanten, so schneidet sich auch das sechste Paar. Es können sich demnach 1, 2, 3, 4 oder 6 dieser Kantenpaare schneiden und die erzeugte Fläche F wird dann zwar immer 10 Gerade, aber 5, 6, 7, 8, oder 10 Knotenpunkte besitzen.

5. Wir betrachten spezieller den letzteren Fall, in welchem die Fläche 10 Knoten und 10 Gerade enthält, indem sich die sechs Kantenpaare schneiden. Da in diesem Falle jede der vier Geraden g die andern schneidet, so liegen diese Geraden in einer Ebene und mithin sind die zwei Tetraeder perspektivisch gelegen. Die Ebene der vier Geraden ist die Ebene des perspektivischen Durchschnitts der zwei Tetraeder, die Ebenen I und I', II und II', . . sind homologe Ebenen, die Ecken 1 und 1', 2 und 2', u. s. f. homologe Ecken der zwei Tetraeder. Die durch diese zwei perspektivisch liegenden Tetraeder erzeugte Fläche F ist die Hesse'sche Fläche einer allgemeinen Fläche 3. Ordnung. Das C-Tetraeder und die Ebene der vier Geraden g bilden das Pentaeder der Fläche; von dem A-Tetraeder liegen nur die Ecken auf der Fläche.

Dass die Fläche F in diesem Falle in der That die Hesse'sche Fläche einer Fläche 3. Ordnung ist, lässt sich leicht nachweisen und man kann auch sogleich die Gleichung der Fläche 3. Ordnung aufstellen, von welcher sie die Hesse'sche ist. Denn die Seitenflächen I und I' der zwei Tetraeder schneiden sich auf der Ebene der vier Geraden g. Ist mithin $z = o$ diese Ebene, so muss die Gleichung der Ebene I sich vermöge der Bedingungsgleichungen (a) unter die Form $\mu x_1 + \lambda z = o$ bringen lassen; d. h. $(x_1 \beta_2 \gamma_3 \delta_4) = \mu_1 x_1 + \lambda_1 z$. Aus demselben Grunde muss $(\alpha_1 x_2 \gamma_3 \delta_4) = \mu_2 x_2 + \lambda_2 z$ sein u. s. w., wo die μ und λ leicht zu

berechnende Constante bezeichnen. Damit geht aber die Gleichung (I') der Fläche in die bekannte Form

$$\begin{aligned}&\alpha_1\lambda_1 x_2 x_3 x_4 z+\beta_2\lambda_2 x_1 x_3 x_4 z+\gamma_3\lambda_3 x_1 x_2 x_4 z+\delta_4\lambda_4 x_1 x_2 x_3 z\\&-\{(\alpha_1\beta_2\gamma_3\delta_4)-\alpha_1\mu_1-\beta_2\mu_2-\gamma_3\mu_3-\delta_4\mu_4)\}x_1 x_2 x_3 x_4=0\end{aligned}\qquad(1)$$

der Hesse'schen Fläche, bezogen auf ihr Pentaeder, über.

Durch die Bedingungsgleichungen (a) sind, wie wir sahen, fünf Coordinaten durch die übrigen bestimmt, so dass die Coordinaten der Eckpunkte eines zum Coordinaten-Tetraeder perspektivisch liegenden Tetraeders allgemein durch das Schema gegeben sind:[1])

$$\left.\begin{matrix}\alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_4\\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 & \dfrac{\alpha_4\beta_3}{\alpha_3}\\ \gamma_1 & \dfrac{\alpha_2\beta_3\gamma_1}{\alpha_3\beta_1} & \gamma_3 & \dfrac{\alpha_4\beta_3\gamma_1}{\alpha_3\beta_1}\\ \delta_1 & \dfrac{\alpha_2\beta_3\delta_1}{\alpha_3\beta_1} & \dfrac{\beta_3\delta_1}{\beta_1} & \delta_4\end{matrix}\right\}\qquad(2)$$

Ist nun die Gleichung der Hesse'schen Fläche irgend einer allgemeinen Fläche 3. Ordnung gegeben, und man nimmt vier Pentaederebenen zur Bestimmung des C-Tetraeders, so werden die sieben zur Bestimmung des A-Tetraeders noch übrigen Grössen dazu hinreichen, die Ebene $z=0$ mit der fünften Pentaederebene und die Coëfficienten der Gleichung (1) mit denen der gegebenen Flächengleichung übereinstimmend zu machen. Man ersieht hieraus, dass jede Hesse'sche Fläche einer Fläche 3. Ordnung ohne besondere Singularitäten auf die angeführte Weise mittelst

1) Abgesehen von speziellen Lagen, in welchen die Fläche F entartet, kann hier keine der Coordinaten Null werden und daher auch allenfalls α_1, β_1, γ_1, δ_1 gleich Eins gesetzt werden.

zweier perspektivisch liegender Tetraeder construirt werden kann.[1])

6. Die Gleichung der Fläche F lässt in dem eben behandelten Falle, wenn die zwei Tetraeder perspektivisch liegen, eine bemerkenswerthe Transformation zu. Dividirt man nämlich in der Gleichung (I) die 2., 3., 4. Vertikalreihe der Determinante resp. mit α_2, α_3, α_4 und sodann die 2. Horizontalreihe mit $\frac{\beta_3}{\alpha_3}$, die 3. mit $\frac{\gamma_2}{\alpha_2}$, die 4. mit $\frac{\delta_3}{\alpha_3}$, indem man beachtet, dass vermöge der Bedingungsgleichungen (a) $\frac{\beta_3}{\alpha_3} = \frac{\beta_4}{\alpha_4}$, $\frac{\gamma_2}{\alpha_2} = \frac{\gamma_4}{\alpha_4}$, $\frac{\delta_3}{\alpha_3} = \frac{\delta_2}{\alpha_2}$ ist, so wird die Gleichung von F

$$\begin{vmatrix} 0 & x_1 - \frac{\alpha_1}{\alpha_2} x_2 & x_1 - \frac{\alpha_1}{\alpha_3} x_3 & x_1 - \frac{\alpha_1}{\alpha_4} x_4 \\ \frac{\beta_1 \alpha_3}{\beta_3} x_2 - \frac{\beta_2 \alpha_3}{\beta_3} x_1 & 0 & x_2 - \frac{\beta_2}{\beta_3} x_3 & x_2 - \frac{\beta_2}{\beta_4} x_4 \\ \frac{\gamma_1 \alpha_4}{\gamma_4} x_3 - \frac{\gamma_3 \alpha_4}{\gamma_4} x_1 & x_3 - \frac{\gamma_3}{\gamma_2} x_2 & 0 & x_3 - \frac{\gamma_3}{\gamma_4} x_0 \\ \frac{\delta_1 \alpha_2}{\delta_2} x_4 - \frac{\delta_4 \alpha_2}{\delta_2} x_1 & x_4 - \frac{\delta_4}{\delta_2} x_2 & x_4 - \frac{\delta_4}{\delta_3} x_3 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

Aber nach den Relationen (a) ist

$$\frac{\beta_1 \alpha_3}{\beta_3} = \frac{\beta_1 \alpha_3 \delta_1}{\delta_3 \beta_1} = \frac{\alpha_3 \delta_1}{\delta_3} = \frac{\alpha_2 \delta_1}{\delta_2} = \frac{\alpha_2 \gamma_1}{\gamma_2} = \frac{\alpha_4 \gamma_1}{\gamma_4};$$

1) Mit Benützung der Coordinaten (2) wird, wenn

$\varkappa_1 = \alpha_1\beta_3 - \alpha_3\beta_1$, $\varkappa_2 = \alpha_3\beta_2 - \alpha_2\beta_3$, $\varkappa_3 = \frac{\alpha_3\gamma_3\beta_1}{\gamma_1} - \alpha_3\beta_3$, $\varkappa_4 = \frac{\alpha_3\delta_4\beta_1}{\delta_1} - \alpha_4\beta_3$,

$$z = \frac{x_1}{\varkappa_1} + \frac{x_2}{\varkappa_2} + \frac{x_3}{\varkappa_3} + \frac{x_4}{\varkappa_4},$$

die Gleichung der Fläche (1)

$$\left.\begin{aligned} &\alpha_1 \cdot \frac{x_2 x_3 x_4 z}{\varkappa_1} + \frac{\alpha_2\beta_2}{\beta_1} \cdot \frac{x_1 x_3 x_4 z}{\varkappa_2} + \frac{\alpha_3\gamma_3}{\gamma_1} \cdot \frac{x_1 x_2 x_4 z}{\varkappa_3} + \frac{\alpha_4\delta_4}{\delta_1} \cdot \frac{x_1 x_2 x_3 z}{\varkappa_4} \\ &- \left(\frac{\alpha_1}{\varkappa_1} + \frac{\alpha_2}{\varkappa_2} + \frac{\alpha_3}{\varkappa_3} + \frac{\alpha_4}{\varkappa_4}\right)\left(\frac{1}{\varkappa_1} + \frac{\beta_2}{\beta_1} \cdot \frac{1}{\varkappa_2} + \frac{\gamma_3}{\gamma_1} \cdot \frac{1}{\varkappa_3} + \frac{\delta_4}{\delta_1} \cdot \frac{1}{\varkappa_4}\right) x_1 x_2 x_3 x_4 = 0 \end{aligned}\right\} \quad (1')$$

mithin sind die Coëfficienten von x_2, x_3, x_4 in der 1. Vertikalreihe gleich. Dividirt man mit diesem Coëfficienten, so werden die Elemente der 1. Vertikalreihe

$$o, \quad x_2 - \frac{\beta_2}{\beta_1} x_1, \quad x_3 - \frac{\gamma_3}{\gamma_1} x_1, \quad x_4 - \frac{\delta_4}{\delta_1} x_1 .$$

Die Gleichung der Fläche nimmt sodann folgende Form an:

$$F = \begin{vmatrix} o & \frac{x_1}{\alpha_1} - \frac{x_2}{\alpha_2} & \frac{x_1}{\alpha_1} - \frac{x_3}{\alpha_3} & \frac{x_1}{\alpha_1} - \frac{x_4}{\alpha_4} \\ \frac{x_2}{\beta_2} - \frac{x_1}{\beta_1} & o & \frac{x_2}{\beta_2} - \frac{x_3}{\beta_3} & \frac{x_2}{\beta_2} - \frac{x_4}{\beta_4} \\ \frac{x_3}{\gamma_3} - \frac{x_1}{\gamma_1} & \frac{x_3}{\gamma_3} - \frac{x_2}{\gamma_2} & o & \frac{x_3}{\gamma_3} - \frac{x_4}{\gamma_4} \\ \frac{x_4}{\delta_4} - \frac{x_1}{\delta_1} & \frac{x_4}{\delta_4} - \frac{x_2}{\delta_2} & \frac{x_4}{\delta_4} - \frac{x_3}{\delta_3} & o \end{vmatrix} = o \qquad (3)$$

oder auch, wenn man die Vertikalreihen und auch die Horizontalreihen nach der Reihe mit x_1, x_2, x_3, x_4 dividirt

$$F = \begin{vmatrix} o & (\alpha'_2 x'_1) & (\alpha'_3 x'_1) & (\alpha'_4 x'_1) \\ (\beta'_1 x'_2) & o & (\beta'_3 x'_2) & (\beta'_4 x'_2) \\ (\gamma'_1 x'_3) & (\gamma'_2 x'_3) & o & (\gamma'_4 x'_3) \\ (\delta'_1 x'_4) & (\delta'_2 x'_4) & (\delta'_3 x'_4) & o \end{vmatrix} = o, \qquad (3')$$

wo α', β', γ', x' für $\frac{1}{\alpha}$, $\frac{1}{\beta}$, $\frac{1}{\gamma}$, $\frac{1}{x}$ gesetzt ist. Diese Gleichung hat dieselbe Form, wie die Gleichung (I). Liegen also die beiden Tetraeder perspektivisch, sodass die Fläche F eine Hesse'sche Fläche wird, so wird die Gleichung (I) derselben nicht geändert, wenn man für alle Coordinaten ihre reciproken Werthe setzt, und dasselbe gilt natürlich auch von der entwickelten Gleichungsform (I').

7. Bei der perspektivischen Lage der beiden Tetraeder liegt jede Seitenfläche des einen Tetraeder perspektivisch zu der entsprechenden Seitenfläche des andern Tetraeder und die in diesen entsprechenden Seitenflächen der beiden Tetraeder liegenden Kanten schneiden sich mithin; ebenso liegen auch zwei entsprechende Trieder der beiden Tetraeder perspektivisch und ihre Kanten schneiden sich. Bei der perspektivischen Lage der beiden Tetraeder schneiden also die drei Kanten, welche durch eine Ecke gehen, wieder drei Kanten, welche durch eine Ecke gehen im anderen Tetraeder und drei Kanten in einer Ebene schneiden wieder drei Kanten in einer Ebene des anderen Tetraeders; und umgekehrt schneiden sich die Kanten zweier Tetraeder in dieser Weise, so sind die Tetraeder in perspektivischer Lage und die sechs Schnittpunkte liegen in der Collineationsebene. Es gibt aber noch eine andere, hievon wesentlich verschiedene, Lage zweier Tetraeder, deren Kanten sich schneiden; nämlich die beiden Tetraeder können so liegen, dass drei Kanten durch eine Ecke drei Kanten in einer Ebene und drei Kanten in einer Ebene drei Kanten durch eine Ecke schneiden. Bei dieser Lage sind die Tetraeder nicht perspektivisch gelegen; drei der sechs Schnittpunkte liegen auf einer Ebene des einen Tetraeders, und die drei anderen auf einer Ebene des anderen Tetraeders.

Diese Lage tritt ein, wenn sich folgende Kantenpaare des A-Tetraeders und C-Tetraeders schneiden:

(III IV), d. i. (12)	mit	(I′ II′),	Bedingung	$(\alpha_1 \beta_2) = 0$	(b)
(13)	„	(I′ III′),	„	$(\alpha_1 \gamma_3) = 0$	
(14)	„	(I′ IV′),	„	$(\alpha_1 \delta_4) = 0$	
(23)	„	(II′ III′),	„	$(\beta_2 \gamma_3) = 0$	
(24)	„	(II′ IV′),	„	$(\beta_2 \delta_4) = 0$	
(34)	„	(III′ IV′),	„	$(\gamma_3 \delta_4) = 0$	

Die sechs Bedingungsgleichungen sind in diesem Falle **unabhängig** von einander, so dass wir sechs Coordinaten

des A-Tetraeders durch die übrigen darstellen können und erhält man hiedurch folgendes Schema für die Coordinaten der Ecken des A-Tetraeder:

$$\left.\begin{array}{cccc} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_4 \\ \beta_1 & \dfrac{\alpha_2\beta_1}{\alpha_1} & \beta_3 & \beta_4 \\ \gamma_1 & \dfrac{\alpha_2\alpha_3\beta_1\gamma_1}{\alpha_1^2\beta_3} & \dfrac{\alpha_3\gamma_1}{\alpha_1} & \gamma_4 \\ \delta_1 & \dfrac{\alpha_2\alpha_4\beta_1\delta_1}{\alpha_1^2\beta_4} & \dfrac{\alpha_3\alpha_4\gamma_1\delta_1}{\alpha_1^2\gamma_4} & \dfrac{\alpha_4\delta_1}{\alpha_1} \end{array}\right| \quad (4)$$

Man kann daher die Ecke (α) beliebig wählen, die Ecke (β) auf einer bestimmten Ebene, die 3. Ecke (γ) auf einer bestimmten Geraden; dann ist aber auch die 4. Ecke vollkommen bestimmt, wie diess auch die geometrische Betrachtung leicht erkennen lässt.

8. Es ist nun leicht zu sehen, dass, wenn eine der Bedingungen (b) erfüllt ist, z. B. (12) die Kante (I′ II′) schneidet, die Gerade (12) ganz auf der Fläche F liegt. Denn projicirt man den Punkt 1 auf die Ebene I′ und den Punkt 2 auf II′ von irgend einem Punkt P der Geraden (12) aus, so fallen die Projektionspunkte Q_1, Q_2 in dem Schnittpunkt von (12) und (I′ II′) zusammen und folglich liegen die vier Punkte Q in einer Ebene. Sind mithin die Bedingungen (b) für 1, 2, 3, 4 Kanten des A-Tetraeders (von denen nicht drei durch eine Ecke gehen) erfüllt, so rücken diese Kanten auf die Fläche und man kann so Flächen mit 4 Knoten und resp. 11, 12, 13, 14 Gerade erzeugen. Andernfalls werden neue Knotenpunkte hinzutreten. Sind endlich die sechs Bedingungen (b) sämmtlich erfüllt, so enthält die Fläche F ausser dem C-Tetraeder auch das A-Tetraeder vollständig; die Ecken des letzteren werden neue Knotenpunkte derselben und die Fläche F hat also

dann 8 Knoten und 16 Gerade.[1]) Die Gleichung dieser Fläche nimmt, wenn man in (I) die Determinante in den Horizontalreihen mit α_1, β_2, γ_3, δ_4 resp. dividirt und der Kürze halber

$$\frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \varkappa_{12}, \quad \frac{\alpha_1}{\alpha_3} = \varkappa_{31}, \quad \frac{\alpha_4}{\alpha_1} = \varkappa_{14}$$
$$\frac{\beta_3}{\beta_2} = \varkappa_{23}, \quad \frac{\beta_4}{\beta_2} = \varkappa_{24}, \quad \frac{\gamma_4}{\gamma_3} = \varkappa_{34}$$

(wobei β_2 und γ_3 aus dem Schema (4) entnommen werden können), ferner

$$\varkappa_{12} x_1 - x_2 = X_{12}, \quad \varkappa_{31} x_3 - x_1 = X_{31}, \quad \varkappa_{14} x_1 - x_4 = X_{14}$$
$$\varkappa_{34} x_3 - x_4 = X_{34}, \quad \varkappa_{24} x_2 - x_4 = X_{24}, \quad \varkappa_{23} x_2 - x_3 = X_{23}$$

setzt, vermöge der Relationen (1) folgende Form an

$$F \equiv \begin{vmatrix} 0 & X_{12} & -\frac{1}{\varkappa_{31}} X_{31} & X_{14} \\ -\frac{1}{\varkappa_{12}} X_{12} & 0 & X_{23} & X_{24} \\ X_{31} & -\frac{1}{\varkappa_{23}} X_{23} & 0 & X_{34} \\ -\frac{1}{\varkappa_{14}} X_{14} & -\frac{1}{\varkappa_{24}} X_{24} & -\frac{1}{\varkappa_{34}} X_{34} & 0 \end{vmatrix} = 0 \qquad (5)$$

oder entwickelt, wenn

$$X_{12} X_{34} = Z_1, \quad X_{31} X_{24} = Z_2, \quad X_{14} X_{23} = Z_3,$$

$$\frac{1}{\varkappa_{34}} + \frac{1}{\varkappa_{12} \varkappa_{31} \varkappa_{24}} = \lambda_{12}, \quad \frac{1}{\varkappa_{14}} + \frac{1}{\varkappa_{12} \varkappa_{23} \varkappa_{34}} = \lambda_{13}, \quad \frac{1}{\varkappa_{24}} + \frac{1}{\varkappa_{31} \varkappa_{14} \varkappa_{23}} = \lambda_{23},$$

---

1) Man bemerke, dass sich diese Fläche wesentlich unterscheidet von der in Nr. 4 erwähnten Fläche mit 8 Knoten, nicht nur durch die Anzahl der Geraden, sondern auch durch die Lage der Knoten, da bei letzterer Fläche alle Knoten auf den Kanten des C-Tetraeders liegen.

$$F = \frac{1}{\varkappa_{12}\varkappa_{34}} Z_1^2 + \frac{1}{\varkappa_{31}\varkappa_{24}} Z_2^2 + \frac{1}{\varkappa_{14}\varkappa_{23}} Z_3^2 \tag{5'}$$
$$+ \lambda_{12} Z_1 Z_2 + \lambda_{13} Z_1 Z_3 + \lambda_{23} Z_2 Z_3 = o.$$

Die Fläche ist mithin ein spezieller Fall einer Fläche 4. Ordnung, deren Gleichung aus den Gleichungen dreier Flächen 2. Ordnung quadratisch zusammengesetzt ist und welche demnach die 8 Schnittpunkte der drei Flächen 2. Ordnung zu Doppelpunkten hat.[1]) Diese Flächen 2. Ordnung zerfallen in unserem Falle in Ebenenpaare.

9. Indem wir nun einzelne Kantenpaare der beiden Tetraeder den Bedingungen (b) Nr. 7, andere den Bedingungen (a) Nr. 4, welche bei der perspektivischen Lage der beiden Tetraeder gelten, unterwerfen, können wir eine grosse Reihe verschiedener Flächen 4. Ordnung erhalten, indem dadurch theils einzelne Kanten des A-Tetraeder auf die Fläche fallen, andererseits neue Doppelpunkte auf derselben entstehen. Jedoch ist hiebei wohl darauf zu sehen, dass die Bedingungen auch verträglich seien. Hier gilt nun folgender Satz: „Sind 1, 2, 3, 4 die Ecken eines unebenen Vierecks und I' II' III' IV' die Ebenen eines zweiten unebenen Vierecks und es schneiden die Seiten (12), (23), (34), (41) die aufeinander folgenden Seiten (I' II'), (II' III'), . . des anderen, so kann zwar die Diagonale (13) des ersten Vierecks die Diagonale (I' III') des zweiten Vierecks schneiden oder die Diagonale (24) kann (II' IV') schneiden, oder es kann beides zusammen eintreffen; schneidet aber die Diagonale (13) die Diagonale (II' IV'), so schneiden sich auch nothwendig die Diagonalen (24) und (I' III') der beiden Vierecke.“ Der erste Theil dieses Satzes folgt aus der schon erwähnten Unabhängigkeit der Bedingungen (b), der zweite Theil folgt daraus, dass aus den Gleichungen

---

1) Cayley „On Quartic Surfaces“. Proc. of the London Math. Soc. Vol. III. p. 19.

$$\alpha_1 \beta_2 = \alpha_2 \beta_1$$
$$\beta_3 \gamma_2 = \gamma_3 \beta_2$$
$$\gamma_3 \delta_4 = \gamma_4 \delta_3$$
$$\alpha_4 \delta_1 = \alpha_1 \delta_4$$

sofort folgt $\alpha_4 \gamma_2 \cdot \beta_3 \delta_1 = \alpha_2 \gamma_4 \cdot \beta_1 \delta_3$, sodass, wenn $\alpha_4 \gamma_2 = \alpha_2 \gamma_4$, auch $\beta_3 \delta_1 = \beta_1 \delta_3$ ist. Dies sind aber (Nr. 4) die Bedingungen, dass (13) und (II′ IV′), (24) und (I′ III′) sich schneiden.

10. Nichts hindert ferner, dass eine oder mehrere Kanten des A-Tetraeders je zwei gegenüberliegende Kanten des C-Tetraeders schneidet, wobei die betreffende Kante des A-Tetraeders zugleich auf die Fläche rückt und einen Knotenpunkt auf derselben veranlasst. Wir können hiedurch die zwei Tetraeder noch in nähere Verbindung bringen, als in den zwei schon betrachteten Fällen, in welchen jede Kante des einen Tetraeders je eine des anderen schneidet. Gehen wir von dem zweiten Falle aus, in welchem die sechs Bedingungen (b) des Nr. 7 gelten, und die zwei Tetraeder ganz auf der Fläche liegen. Es folgt dann sofort aus dem Satze im vorigen Nr., dass wenn eine der Kanten des A-Tetraeders zwei gegenüberliegende Seiten des C-Tetraeders schneidet, dies auch für die gegenüberliegende Kante des A-Tetraeders eintritt. Es tritt mithin hiedurch immer ein Paar von neuen Knotenpunkten auf der Fläche auf.

Nehmen wir z. B. an die Kante (12) schneide nicht nur die Kante (I′ II′), sondern zugleich (III′ IV′) des C-Tetraeders, so kommt die Bedingung $(\alpha_3 \beta_4) = o$ hinzu; hiedurch ist $\beta_4 = \frac{\alpha_4 \beta_3}{\alpha_3}$ in dem System (4) Nr. 7 der Coordinaten der Ecken des A-Tetraeders zu setzen, und man ersieht, dass dann zugleich $\gamma_1 \delta_2 = \gamma_2 \delta_1$ wird, also zugleich auch (34) dieselben gegenüberliegenden Kanten (III′ IV′) und (I′ II′) schneidet. Die Fläche F hat dann 10 Knotenpunkte und 16 Gerade; indem die zwei Knotenpunkte (12, III′ IV′) und

(34, I′ II′) hinzugekommen; die Lage der 10 Knotenpunkte ist jedoch ganz wesentlich verschieden von der Lage der 10 Knoten der Hesse'schen Fläche (Nr. 5), bei welcher fünfmal je 6 Knoten in einer Ebene liegen.

Kommt zu den vorigen Bedingungen noch die Bedingung $(\beta_1 \delta_3) = 0$ hinzu, so folgt aus den Coordinaten (4) der Ecken des A-Tetraeders

$$\beta_1 \cdot \frac{\alpha_3 \alpha_4 \gamma_1 \delta_1}{\alpha_1^2 \gamma_4} = \beta_3 \delta_1 .$$

Diese Bedingung ist identisch mit $(\alpha_2 \gamma_4) = 0$; es schneiden dann auch die Kanten (24) und (13) die beiden gegenüberliegenden Kanten (I′ III′) und (II′ IV′) des C-Tetraeder. Die Fläche F hat 12 Doppelpunkte und 16 Gerade. Je zwei gegenüberliegende Kanten des einen und des anderen Tetraeders, nämlich (14), (23) und (I′ IV′), (II′ III′), tragen je zwei Knotenpunkte, die übrigen Kanten je drei. Die Coordinaten der Ecken des A-Tetraeders werden nun

$$\left.\begin{array}{cccc}
\alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_4 \\[1ex]
\beta_1 & \dfrac{\alpha_2 \beta_1}{\alpha_1} & \beta_3 & \dfrac{\alpha_4 \beta_3}{\alpha_3} \\[2ex]
\gamma_1 & \dfrac{\alpha_2 \alpha_3 \beta_1 \gamma_1}{\alpha_1^2 \beta_3} & \dfrac{\alpha_3 \gamma_1}{\alpha_1} & \dfrac{\alpha_3 \alpha_4 \beta_1 \gamma_1}{\alpha_1^2 \beta_3} \\[2ex]
\delta_1 & \dfrac{\alpha_2 \alpha_3 \beta_1 \delta_1}{\alpha_1^2 \beta_3} & \dfrac{\beta_3 \delta_1}{\beta_1} & \dfrac{\alpha_4 \delta_1}{\alpha_1}
\end{array}\right\} \quad (6)$$

11. Kommt endlich noch die Bedingung hinzu, dass die Kante (14) auch (II′ III′) schneide, so wird $(\alpha_2 \delta_3) = 0$. Diese Bedingung in das vorige System (6) der Coordinaten eingeführt, liefert die Gleichung

$$\frac{\alpha_3^2}{\beta_3^2} = \frac{\alpha_1^2}{\beta_1^2}$$

und damit wird dann auch die Bedingung $(\beta_1 \gamma_4) = o$ erfüllt, d. h. die Gerade (23) schneidet auch (I′ IV′). Führt man nun in obiges Schema für $\frac{\alpha_3}{\beta_3}$ den Werth $-\frac{\alpha_1}{\beta_1}$ ein (für $\frac{\alpha_3}{\beta_3} = +\frac{\alpha_1}{\beta_1}$, würden die vier Punkte 1, 2, 3, 4 zusammenfallen), so ergeben sich für die Ecken des A-Tetraeders bei dieser engsten Verbindung der beiden Tetraeder die Coordinaten

$$\left.\begin{array}{cccc}
\alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_4 \\
\beta_1 & \frac{\alpha_2\beta_1}{\alpha_1} & -\frac{\alpha_3\beta_1}{\alpha_1} & -\frac{\alpha_4\beta_1}{\alpha_1} \\
\gamma_1 & -\frac{\alpha_2\gamma_1}{\alpha_1} & \frac{\alpha_3\gamma_1}{\alpha_1} & -\frac{\alpha_4\gamma_1}{\alpha_1} \\
\delta_1 & -\frac{\alpha_2\delta_1}{\alpha_1} & -\frac{\alpha_3\delta_1}{\alpha_1} & \frac{\alpha_4\delta_1}{\alpha_1}
\end{array}\right\} \qquad (7)$$

oder auch

$$\begin{array}{cccc}
\alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_4 \\
\alpha_1 & \alpha_2 & -\alpha_3 & -\alpha_4 \\
\alpha_1 & -\alpha_2 & \alpha_3 & -\alpha_4 \\
\alpha_1 & -\alpha_2 & -\alpha_3 & \alpha_4
\end{array}$$

Man sieht, dass in diesem Falle die besondere Lage der beiden Tetraeder eintritt, welche man auch die „desmische“ benannt hat, und dass diese Lage eben dadurch bedingt ist, dass jede Kante des einen Tetraeders je zwei gegenüberliegende des andern schneidet. Es sind in diesem Falle die zwölf Bedingungen (a) Nr. 4 und (b) Nr. 7 erfüllt; gleichwohl ist, wenn die Lage des einen Tetraeders gegeben ist, die Lage des anderen Tetraeders noch in soweit willkürlich als ein Eckpunkt beliebig gewählt werden kann; die anderen sind dann vollkommen bestimmt. Diess hat eben darin seinen Grund, dass, wie wir (Nr. 9) sahen, wenn die sechs Bedingungen (b) erfüllt sind und noch drei der Bedingungen (a)

auch die übrigen erfüllt sind, sodass wenn das C-Tetraeder gegeben ist, die Coordinaten der Ecken des A-Tetraeders nur 9 Bedingungen zu erfüllen haben, damit die desmische Lage der zwei Tetraeder eintrete.

Wir gelangen zu demselben Resultat, wenn wir von der perspektivischen Lage der zwei Tetraeder ausgehend, die Anzahl der Bedingungen aufsuchen, die nöthig sind, damit die desmische Lage eintrete. Man beweist nämlich leicht den Satz: „Wenn von 4 Kanten des einen Tetraeders, die ein unebenes Viereck bilden, z. B. (12), (34), (13), (24), drei je zwei gegenüberliegende Seiten des anderen Tetraeders schneiden, so wird auch die vierte Kante (24), wenn sie eine Kante (I′ III′) schneidet, auch die gegenüberliegende (II′ IV′) schneiden und umgekehrt.“ Es folgt daraus auch: „Wenn die zwei Tetraeder perspektivisch liegen und drei Kanten durch einen Punkt (oder in einer Ebene) und noch eine vierte Kante des einen Tetraeders schneiden auch noch die gegenüberliegenden Seiten des anderen Tetraeders, so findet dasselbe auch für die zwei übrigen Kanten statt.“ Es müssen mithin noch vier Bedingungen zu den Bedingungen (a) Nr. 4, welche, wie wir sahen, nur für fünf Bedingungen zählen, hinzutreten, um die desmische Lage der Tetraeder hervorzubringen.

12. Die Fläche, welche durch die zwei Tetraeder, wenn sie in desmischer Lage sich befinden, erzeugt wird, hat 14 Knotenpunkte und 16 Gerade. Sie ist, wie sogleich ersichtlich, die Hesse'sche Fläche einer Fläche 3. Ordnung mit vier Knotenpunkten. Das A-Tetraeder bildet das Knotentetraeder der Fläche 3. Ordnung, das C-Tetraeder in Verbindung mit der Ebene des perspektivischen Durchschnitts, d. i. der vier Geraden g, das Pentaeder der Hesse'schen Fläche.

Die Fläche gehört aber auch zu den in Nr. 8 behandelten Flächen; daher kommt es, dass ihre Gleichung, wie bekannt, sowohl in der Form (1) Nr. 5 als auch in der Form (5)

Nr. 8 geschrieben werden kann. Nehmen wir z. B. für die Coordinaten der Ecken des A-Tetraeders (Nr. 11)

$$\begin{array}{rrrr} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{array}$$

so ergibt sich für die Gleichung der Fläche, als Hesse'sche Fläche (1) Nr. 5

$$x_2 x_3 x_4 z + x_1 x_3 x_4 z + x_1 x_2 x_4 z + x_1 x_2 x_3 z - 4 x_1 x_2 x_3 x_4 = o,$$

wo

$$z = x_1 + x_2 + x_3 + x_4;$$

während sich nach (5) Nr. 8 die Gleichung der Fläche in der Form ergibt

$$Z_1^2 + Z_2^2 + Z_3^2 - 2 Z_1 Z_2 - 2 Z_1 Z_3 - 2 Z_2 Z_3 = o$$

oder auch

$$\sqrt{Z_1} + \sqrt{Z_2} + \sqrt{Z_3} = o,$$

wo

$$Z_1 = (x_1 + x_2)(x_3 + x_4),\quad Z_2 = (x_1 + x_3)(x_2 + x_4),\quad Z_3 = (x_1 + x_4)(x_2 + x_3).$$

13. Da die beiden Tetraeder mit ihrem perspektivischen Durchschnitt die Fläche F vollkommen bestimmen, so ersieht man, dass, wenn bei der geometrischen Construktion der Fläche die beiden Tetraeder ihre Rolle vertauschen, die Fläche ungeändert bleibt, aber sie ist dann die Hesse'sche Fläche einer anderen Fläche 3. Ordnung, für welche das C-Tetraeder das Tetraeder der Knotenpunkte ist, während das A-Tetraeder nun zum Pentaeder der Hesse'schen Fläche gehört. Die Hesse'sche Fläche einer Fläche 3. Ordnung mit vier Knotenpunkten ist also zugleich Hesse'sche Fläche von zwei solchen Flächen 3. Ordnung.[1]) Diese beiden Flächen 3. Ordnung

1) Dies hat schon Eckardt (Math. Ann. V. S. 41), aus der analytischen Form, in welche er die Gleichung einer solchen Hesse'schen Form gebracht, geschlossen.

haben ihre drei unären Geraden gemeinsam, nämlich die drei Diagonalen des perspektivischen Durchschnitts der zwei Tetraeder, oder also des Vierseits gebildet aus den vier Geraden g.

Wenn nun zwei Tetraeder A und C sich in desmischer Lage befinden, so haben sie, wie bekannt, die merkwürdige Eigenschaft, dass sie in vierfacher Weise perspektivisch liegen. Die vier Centren und die vier zugehörigen Collineationsebenen bilden die Ecken und Seitenflächen eines dritten Tetraeders (es mag das B-Tetraeder heissen), welches mit den beiden Tetraedern A und C im Bunde ist und zu jedem derselben in derselben Weise liegt, wie die beiden ersten zu einander.

Diesen vier perspektivischen Beziehungen entsprechend erhalten wir also bei desmischer Lage der zwei Tetraeder A und C vier solche Flächen 4. Ordnung mit 14 Knotenpunkten, die alle die zwei Tetraeder A und C ganz enthalten, während bei dem Uebergang von der ursprünglichen perspektivischen Beziehung zu einer der drei anderen sich die Ebene des perspektivischen Durchschnitts um je eine der Diagonalen dieses Durchschnitts dreht und eine andere Seite des B-Tetraeders bildet. Zu diesen vier Hesse'schen Flächen gehören sodann acht Flächen 3. Ordnung, von welchen vier das A-Tetraeder, vier das C-Tetraeder zum Knotentetraeder haben und deren unäre Geraden die Kanten des B-Tetraeders bilden, indem die drei in einer Seitenfläche liegenden Kanten als unäre Geraden zu je zweien dieser Flächen 3. Ordnung gehören.

Verzeichniss der eingelaufenen Druckschriften

Januar bis Juni 1888.

Die verehrlichen Gesellschaften und Institute, mit welchen unsere Akademie in Tauschverkehr steht, werden gebeten, nachstehendes Verzeichniss zugleich als Empfangsbestätigung zu betrachten. — Die zunächst für die philosophisch-philologische Classe bestimmten Druckschriften sind in deren Sitzungsberichten 1888 Bd. II Heft I verzeichnet.

Von folgenden Gesellschaften und Instituten:

K. Akademie der Wissenschaften in Amsterdam:

Verdeeling der warmte over de aarde, door C. H. D. Buys Ballot. 1888. 4⁰.

Naturwissenschaftlicher Verein in Augsburg:

29. Bericht 1887. 8⁰.

Johns Hopkins University in Baltimore:

American chemical Journal. Vol. X. Nr. 1. 2. 1888. 8⁰.
American Journal of Mathematics. Vol. X. Nr. 2. 1888. 4⁰.
Circulars. Vol. VII. Nr. 60—65. 1887—88. 4⁰.
Studies. 5 Series. Nr. 12. 1887. 8⁰.

Kgl. natuurkundige Vereeniging in Batavia:

Natuurkundige Tijdschrift voor Nederlandsch-Indië. Deel 47. 1888. 8⁰.

Meteorological Observatory in Batavia:

Regenwaarnemingen. 8. Jaargang 1886. 1887. 8⁰.
Observations made at the Observatory. Vol. IX. 1886. 1887. Fol.

Commission für die Beobachtung des Venusdurchgangs in Berlin:

Die Venusdurchgänge 1874 und 1882. Bd. III. 1888. 4⁰.

Deutsche chemische Gesellschaft in Berlin:

Berichte. 20. Jahrg. Nr. 18 u. 19. 21. Jahrg. Nr. 1—10. 1887—88. 8⁰.

Deutsche geologische Gesellschaft in Berlin:

Zeitschrift. Bd. XXXIX. Heft 3 und 4. 1888. 8⁰.

Medicinische Gesellschaft in Berlin:

Verhandlungen aus d. Jahre 1887. Bd. XVIII. 1888. 8⁰.

Physiologische Gesellschaft in Berlin:

Centralblatt für Physiologie 1887 Nr. 21—26a u. b. 1888 Nr. 1—6. 8⁰.
Verhandlungen. Jahrg. 1887/88. Nr. 4—12. 1887—88. 8⁰.

K. meteorologisches Institut in Berlin:

Ergebnisse der meteorologischen Beobachtungen im J. 1885. 1888. 4⁰.

K. Geolog. Landesanstalt und Bergakademie in Berlin:

Jahrbuch f. d. J. 1886. 1887. gr. 8⁰.

Verein zur Beförderung des Gartenbaues in den K. Preuss. Staaten in Berlin:

Gartenflora. Zeitschrift für Garten- und Blumenkunde. Jahrg. 1887. 8⁰.

Zeitschrift für Instrumentenkunde in Berlin:

Zeitschrift. 8. Jahrg. 1888. Heft 2—6. gr. 8⁰.

Allgem. Schweizerische Gesellschaft für die gesammten Naturwissenschaften in Bern:

Neue Druckschriften. Bd. XXX. Abth. 1. Basel 1888. 4⁰.

Schweizerische naturforschende Gesellschaft in Bern:

Mittheilungen. Jahrg. 1887. Nr. 1169—1194. 1888. 8⁰.
Verhandlungen. 70. Jahresversammlung 1887. Frauenfeld 1887. 8⁰.
Compte rendu des travaux de la 70. session de la société helvétique des sciences naturelles. Génève 1887. 8⁰.

Schweizerische geologische Kommission in Bern:

Beiträge zu einer geologischen Karte der Schweiz. Lief. XXII. Text und Atlas und Mayer-Eymar, Palaeontol. Beilage zu Lief. XXIV. 1887. 4⁰.

Museum in Bergen:

M. Sars, J. Koren og D. C. Danielssen, Fauna littoralis Norvegiae. Liv. 2. 1856. Fol.
J. Koren und D. C. Danielssen Fauna littoralis Norvegiae. Livr. III. 1877. Fol.
Olaf S. Jensen, Turbellaria ad litora Norvegiae occidentalia. 1878. Fol.

Joh. Koren og D. C. Danielssen, Nye Alcyonider, Gorgonider og Pennatulider. 1883. Fol.
Fridjof Nansen, Myzostomernes Anatomi. 1885. Fol.

Naturhistorischer Verein der preussischen Rheinlande in Bonn:

Verhandlungen. 44. Jahrg. 2. Hälfte. 1887. 8⁰.

Société de géographie commerciale in Bordeaux:

Bulletin. 1887 Nr. 24. 1888 Nr. 1—12. 1887—88. 8⁰.

Société des sciences physiques et naturelles in Bordeaux:

Mémoires. 3e Sér. Tom. 3, cahier 1. 2.
Observations pluviométriques. 1885—1886. 1886. 8⁰.

American Academy of Arts and Sciences in Boston:

Proceedings. N. Ser. Vol. XIV. (= Whole Ser. Vol. XXII.) Part. 2. 1887. 8⁰.
Memoirs. Vol. XI. part 5 Nr. 6. Cambridge 1887. 4⁰.

Boston Society of Natural history in Boston:

Memoirs. Vol. IV. Nr. 1—4. 1886—87. 4⁰.

Naturwissenschaftlicher Verein in Bremen:

Abhandlungen. Bd. X. Heft 1. 2. 1888. 8⁰.

Naturforschende Gesellschaft in Brünn:

Verhandlungen. Band XXV. 1886. 1887. 8⁰.
5. Bericht der meteorologischen Commission. 1887. 8⁰.

Académie R. de médecine in Brüssel:

Bulletin. IV. Ser. Tom. I. Nr. 11. Année 1887. Tom. II. Nr. 1—5. Année 1888. 8⁰.
Mémoires des concours et des savants étrangers. Tom. VIII. Fasc. 2. 3. 1888. 4⁰.

Société Royale malacologique de la Belgique in Brüssel:

Procès-verbaux 1887. p. LXXXI—CXLI. 8⁰.

Société entomologique de Belgique in Brüssel:

Table générale des Annales. Tom. I—XXX. 1887. 8⁰.

Institut météorologique de Roumanie in Bukarest:

Annales. Tom. II. 1886. 1888. 4⁰.

K. Ungarische Akademie der Wissenschaften in Budapest:

Mathematische und naturwissenschaftliche Berichte aus Ungarn. Bd. V. (Juni 1886—Juni 1887.) 1887. 8⁰.

K. Ungarische geologische Anstalt in Budapest:

Földtani Közlöny. Bd. XVII. Heft 7—12. 1887. 8⁰.
Ueber ungarische Porzellanerden v. L. Petrik. 1887. 8⁰.
Geologische Aufnahmen. 4 Karten, bezeichnet D. 5, E. 6, 16 XXVIII und 18 XXVIII. 1888. Fol.

Instituto y Observatorio di marina de San Fernando in Cadiz:

Anales. Seccion 2ª. Observaciones meteorológicas. Anno 1886. 1887. Fol.

Meteorological Department of the Government of India in Calcutta:

Meteorological Observations. July—December 1887 und Vorrede. Fol.
Report on the Administration in 1886—87. 1887. Fol.
Cyclone Memoirs. Part I. 1888. 8⁰.
Indian Meteorological Memoirs. Vol. III. part 2. 1887. Fol.

Geological Museum in Calcutta:

Records of the Geological Survey of India. Vol. XX. Part 4. Vol. XXI. Part 1. 1887—88. 4⁰.

Indian Museum in Calcutta:

A Catalogue of the Moths of India, by E. C. Cotes. Part II. 1887. 8⁰.

Philosophical Society in Cambridge:

Proceedings. Vol. VI. Part 3. 1888. 8⁰.

Museum of comparative Zoölogy in Cambridge, Mass.:

Bulletin. Vol. XIII. Nr. 6—8. Vol. XVI. Nr. 1. 1887—88. 8⁰.
Memoirs. Vol. XV. 1887—88. 4⁰.

Astronomical Observatory of Harvard College in Cambridge, Mass.:

Annals. Vol. XIII. Part 2. 1888. 4⁰.
Henry Draper Memorial. Second annual Report of the photographic Study of Stellar spectra, by Edw. C. Pickering. 1888. 4⁰.

K. Sächsisches meteorologisches Institut in Chemnitz:

Jahrbuch. III. Abtheilung des Jahrganges IV. 1886. 1888. 4⁰.

Observatory in Cincinnati:

Publications. Nr. 9. Zone Catalogue of 4050 Stars. 1888. 4⁰.

Chemiker Zeitung in Cöthen:

Chemiker Zeitung. 1887. Nr. 103. 104. 1888. Nr. 1—26. Fol.

Academia nacional de ciencias in Cordoba (Rep. Argent.):

Boletin. Tomo X. entr. 1. Buenos Aires 1887. 8⁰.

Naturforschende Gesellschaft in Danzig:

Die prähistorischen Denkmäler der Provinz Westpreussen von A. Lissauer. Leipzig 1887. 4⁰.
Schriften. N. F. Bd. VII. Heft 1. 1888. 8⁰.

École polytechnique in Delft:

Annales. Tom. III. livr. 4. Leide 1888. 4⁰.

Colorado Scientific Society in Denver:

Proceedings. Vol. I u. II, 1. 1884—86. 8⁰.

Naturforschende Gesellschaft bei der Universität Dorpat:

Schriften. IV. 1888. 4⁰.

Union géographique du Nord de la France in Douai:

Bulletin. Tom. 8. Mars—Octob. 1887. 8⁰.

Observatory of Trinity College in Dublin:

Astronomical Observations. Part VI. 1887. 4⁰.

Botanical Society in Edinburgh:

Transactions and Proceedings. Vol. XVII. Part 1. 1887. 8⁰.

Royal Physical Society in Edinburgh:

Proceedings. Session 1886—87. 1887. 8⁰.

Reale Accademia dei Georgofili in Florenz:

Atti. 4. Serie. Vol. X. disp. 3. 4. Vol. XI. disp. 1. 1887—88. 8⁰.

Senckenbergische naturforschende Gesellschaft in Frankfurt a/M.:

Abhandlungen. Bd. XV. Heft 1. 2. 1887—88. 4⁰.

Naturwissenschaftl. Verein des Reg.-Bez. Frankfurt in Frankfurt a/O.:

Monatliche Mittheilungen. 5. Jahrg. 1887/88. Nr. 7—12. 8⁰.
Societatum Litterae. 1887. Nr. 12. 1888. Nr. 1—4. 8⁰.

Société de physique et d'histoire naturelle in Genf:

Mémoires. Tom. XXIX. Part 2. 1886—87. 4⁰.

Museo Civico di storia naturale in Genua:

Annali. Ser. II. Vol. 3—5. 1886 88. 8⁰.

K. Gesellschaft der Wissenschaften in Göttingen:

Nachrichten 1887. Nr. 15—21. 1888. Nr. 1—7. 1887—1888. gr. 8⁰.

Naturwissenschaftlicher Verein in Greifswald:

Mittheilungen. 19. Jahrgang 1887. Berlin 1888. 8⁰.

Leopoldinisch-Carolinische deutsche Akademie der Naturforscher in Halle:

Leopoldina. Heft XXIII. Nr. 21—24. Heft XXIV. Nr. 1—10. 1887—88. 4⁰.

Naturwissenschaftlicher Verein für Sachsen und Thüringen in Halle a/S.:

Zeitschrift für Naturwissenschaften. Bd. 60. Heft 3—6. 1887. 8⁰.

Gesellschaft für Botanik in Hamburg:

Berichte. Heft I—III. 1886—87. 8⁰.

Naturwissenschaftlicher Verein in Hamburg:

Abhandlungen aus dem Gebiete der Naturwissenschaften. Bd. X. 1887. 4⁰.

Naturhistorische Gesellschaft zu Hannover:

34—37. Jahresbericht für die Jahre 1883—87. 1888. 8⁰.

Société Hollandaise des sciences in Harlem:

Oeuvres complètes de Christiaan Huygens. Tom. I. La Haye 1888. 4⁰.

Siebenbürgischer Verein für Naturwissenschaften in Hermannstadt:

Verhandlungen und Mittheilungen. 36. Jahrg. 1886. 8⁰.

Naturwissenschaftlich-medicinischer Verein in Innsbruck:

Berichte. 16. Jahrg. 1886/87. 1887. 8⁰.

Medicinisch-naturwissenschaftliche Gesellschaft in Jena:

Jenaische Zeitschrift für Naturwissenschaft. N. F. Bd. 14. Heft 3. 4. 1887. 8⁰.

Naturwissenschaftlicher Verein für Schleswig-Holstein in Kiel:

Schriften. Bd. VII. Heft 1. 1888. 8⁰.

Siebenbürgische Museumsgesellschaft in Klausenburg:

Orvos-természettudományi Értesitö. (Medicinisch-naturwissenschaftliche Mittheilungen). 1879—1887. 70 Hefte. 8⁰.
Jahrgang 1888: 1. Aerztlicher Theil. Heft 1.
2. Naturwissenschaftlicher Theil. Heft 1.
3. Populärer Theil. Heft 1. 2.
Az Erd. Muzeum-egylet évkönyvei. (Jahrbücher der siebenbürgischen Museumsgesellschaft). 1874—1878. 15 Hefte. 8⁰.
Publicationen. 1887 Nr. 1. 1887. 8⁰.

K. Akademie der Wissenschaften in Kopenhagen:

Skrifter. Naturvid. Afdel. Vol. IV. Nr. 4—7. 1887/88. 4⁰.

Akademie der Wissenschaften in Krakau:

Pamiętnik (Abhandlungen). Mathem.-physik. Classe. Bd. XIII. 1887. 4⁰.
Rozprawy (Sitzungsberichte). Mathem.-physik. Classe. Bd. 15. 16. 1887. 8⁰.
Antropologija. Tom. XI. 1887. 8⁰.

Société Vaudoise des sciences naturelles in Lausanne:

Bulletin. 3e Série. Vol. 23. Nr. 97. 1888. 8⁰.

Archiv der Mathematik und Physik in Leipzig:

Archiv. II. Reihe. Theil 6. Heft 1. 1887. 8⁰.

Astronomische Gesellschaft in Leipzig:

Vierteljahresschrift. 22. Jahrg. Heft 4. 1887. 8⁰.

K. Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften in Leipzig:

Abhandlungen der math.-phys. Classe. Bd. XIV. Nr. 5—8. 1887—88. gr. 8⁰.
Berichte der math.-phys. Classe. 1887. Nr. 1. 2. 1887. 8⁰.

Journal für praktische Chemie in Leipzig:

Journal. N. F. Bd. 36. Heft 9—11. Bd. 37. Heft 1—9. 1887. 8⁰.

Royal Asiatic Society in London:

The Journal. N. Serie. Vol. XX. Part. 1. 2. 1888. 8⁰.

R. Astronomical Society in London:

Monthly Notices. Vol. 48. Nr. 2—7. 1887—88. 8⁰.
Memoirs. Vol. 49. Part 1. 1888. 4⁰.

Chemical Society in London:

Journal. January—June 1888. Nr. 302—307. 8⁰.
Abstracts of the Proceedings. Session 1888—89. Nr. 53—55. 1888. 8⁰.

Geological Society in London:

The quarterly Journal. Vol. 43. Part 1—4 (Nr. 167—172). 1887. 8⁰.
List of Members, 1. Nov. 1887. 8⁰.

Medical and Chirurgical Society in London:

Medico-chirurgical Transactions. Vol. 70. 1887. 8⁰.

Royal Microscopical Society in London:

Journal. 1888. Part 1—3. 1887. Supplementary Number. 1888. 8⁰.

Royal Society in London:

Proceedings. Vol. 43. Nr. 260—265. Vol. 44. Nr. 266. 267. 1887. 8⁰.

Zoölogical Society in London:

Transactions. Vol. XII. Part 7. 1888. 4⁰.
Proceedings. 1887. Part 4. 1888. Part 1. 1888. 8⁰.

Zeitschrift „Nature“ in London:

Nature. Vol. 37. Nr. 944—974. 1887—88. 8⁰.

Société Royale des Sciences in Lüttich:

Mémoires. II. Série. Tom. 14. Bruxelles 1888. 8⁰.

Real Academia de ciencias exactas in Madrid:

Anuario. 1888. 8⁰.
Memorias. Vol. XII. XIII, 1. 1887. 4⁰.

Reale Osservatorio di Brera in Mailand:

Pubblicazioni. Nr. VI. 1875. Fol. Nr. XXVII. 1885. Fol. Nr. XXX. 1887. 4⁰.

Société d'histoire naturelle in Metz:

Bulletin. 2ᵉ Série. cahier 16. 17. 1884—87. 8⁰.

Sociedad de historia natural in Mexico:

La Naturaleza. II. Ser. Tom. I. Nr. 1. 2. 1887. Fol.

Società dei Naturalisti in Modena:

Atti. Memorie. Vol. VI. Anno XXI. 1887. 8⁰.
Atti. Rendiconti. Ser. III. Vol. III. p. 49—128. 1888. 8⁰.

Académie des sciences et lettres in Montpellier:

Mémoires. Section des sciences. Tom. XI, 1. 1887. 4⁰.

Geological and Natural History Survey of Canada in Montreal:

Catalogue of Canadian Plants. Part III. Apetalae. By John Macoun. 1886. 8⁰.

Société Impériale des Naturalistes in Moskau:

Bulletin. Année 1887. Nr. 4. Année 1888. Nr. 1. 1887—88. 8⁰.
Meteorologische Beobachtungen. 1887. I. Hälfte. 4⁰.

Statistisches Bureau der Stadt München:

Mittheilungen. Bd. IX. Heft 3. 1888. 4⁰.

Deutsche Gesellschaft für Anthropologie in Berlin und München:

Correspondenzblatt. 1888. Nr. 5. München 4⁰.

Société des sciences in Nancy:

Bulletin. Ser. II. Tom. 8. Fasc. 20. Paris 1887. 8°.

Zoologische Station in Neapel:

Mittheilungen. Bd. VII. Heft 3. 4. Bd. VIII. Heft 1. 1887—88. 8°.

Institute of Engineers in Newcastle-upon-Tyne:

Transactions. Vol. 37. Part II. III. IV. 1888. 8°.

American Journal in New-Haven:

The American Journal of science. Vol. 34. Nr. 203—205. Vol. 35. Nr. 206—209. 1887—88. 8°.

Academy of Sciences in New-York:

Transactions. Vol. IV. 1884—85. Vol. VI. 1886—87. Vol. VII, 1 u. 2. 1886—87. 8°.
Annals. Vol. 4. Nr. 3. 4. 1888. 8°.

American geographical Society in New-York:

Bulletin. Vol. XIX. Nr. 4 u. Supplement. 1887. Vol. XX. Nr. 1. 1888. 1887—88. 8°.

Neurussische naturwissenschaftliche Gesellschaft in Odessa:

Sapiski. Tom. XII. Heft 2. 1888. 8.

Verein für Naturkunde in Offenbach:

26—28. Bericht 1884—87. 1888. 8°.

Radcliffe Observatory in Oxford:

Results of Observations made in the year 1884. Vol. 42. 1887. 8°.

Società Veneto-Trentina di scienze naturali in Padua:

Atti. Vol. XI. Fasc. 1. 1888. 8°.

Circolo matematico in Palermo:

Rendiconti. Tom. I. 1884—1887. Tom. II. Fasc. 1. 2. 3. 1887—88. 8°.

Académie de médecine in Paris:

Bulletin. 1888. Nr. 1—26. 8°.

Académie des sciences in Paris:

Comptes rendus. Tom. 106. Nr. 1—26. 1888. 4°.
Bulletin. 3. Série. Tom. 15. Nr. 1. 1888. 8°.
Mission scientifique du Cap Horn. Tom. IV. Géologie. Tom. VI. Zoologie. Arachnides. 1887. 4°.

Moniteur scientifique in Paris:

Moniteur scientifique. Livr. 554—559. Févr.—Juillet 1888. gr. 8°.

Revue internationale de l'électricité in Paris:

Revue. 4e Année. Tom. VI. Nr. 49—60. 1888. gr. 8°.

Société d'anthropologie in Paris:

Bulletins. 3e Série. Tom. X. Fasc. 3. 4. 1887. 8°.
Mémoires. 2e Sér. Tom. III. Fasc. 3. 4. 1888. 8°.

Société de géographie in Paris:

Compte rendu. 1888. Nr. 1—4. 9—12. 1888. 8°.
Bulletin. 1887. 4e trimestre. 1887. 8°.

Société mathématique de France in Paris:

Bulletin. Tom. XI—XV. 1883—87. 8°.

Société zoologique de France in Paris:

Bulletin. Vol. II. Part. 2—4. 1887. 8°.

Botanischer Garten in Petersburg:

Acta horti Petropolitani. Tom. X. Fasc. 1. 1887. 8°.

Chemisch-physikalische Gesellschaft an der Kais. Universität in Petersburg:

Schurnal. Tom. XIX. Heft 9. Tom. XX. Heft 1—4. 1887—88. 8°.

Russische geographische Gesellschaft in Petersburg:

Beobachtungen der Russischen Polarstation an der Lena-Mündung. Bd. II, 2. 1883—84. 1887. 4°.

Physikalisches Central-Observatorium in Petersburg:

V. Supplementband zum Repertorium für Meteorologie, mit Atlas. 1887. 4°.
Annalen. Jahrg. 1886. Theil II. 1887. 8°.

Academy of natural sciences in Philadelphia:

Proceedings. 1887. Part III. 1888. Part I. 1887—88. 8°.

American Pharmaceutical Association in Philadelphia:

Proceedings. 35th annual Meeting at Cincinnati, Septb. 1887. 8°.

American Philosophical Society in Philadelphia:

Proceedings. Vol. XXIV. Nr. 126. 1887. 8°.

Second Geological Survey of Pennsylvania in Philadelphia:

Annual Report for 1886. Parts 1—3 with Atlas. 1887. 8°.
Western Middle Anthracit Field. Atlas, part II. 1887. 8°.
Bucks and Montgomery Counties. Atlas. C. 7. 1887. 8°.

Società Toscana di scienze naturali in Pisa:

Atti. Processi verbali. Vol. VI. p. 1—36. 1887—89. 8⁰.

K. Böhmische Gesellschaft der Wissenschaften in Prag:

Spisuo poctěnych jubilejní (Mathem. Jubiläums-Schriften). Nr. 1. 1888. 8⁰.

Verein für Natur- und Heilkunde in Presburg:

Verhandlungen. N. F. Heft 5. 6. 1884—87. 8⁰.

Sternwarte in Pulkowa:

Observations de Poulkova publiées par Otto Struve. Vol. XII. S. Petersburg 1887. 4⁰.
Stern Ephemeriden auf d. J. 1888 von W. Döllen. S. Petersburg 1887. 8⁰.
Jahresbericht des Directors der Sternwarte. St. Petersburg 1887. 8⁰.

Accademia Pontificia de' Nuovi Lincei in Rom:

Atti. Anno 38. Sessione 5—7. 1886. 4⁰.

R. Comitato geologico d'Italia in Rom:

Bollettino. 1887. Nr. 9—12. 1888. Nr. 1—4. 1887—88. 8⁰.

Ministero della pubblica Istruzione in Rom:

Per la edizione nazionale delle opere di Galileo Galilei, esposizione e disegno di Antonio Favaro. Firenze 1888. gr. 8⁰.

American Association for the Advancement of science in Salem:

Proceedings. 36th Meeting held at New-York. August 1887. 1888. 8⁰.

Naturwissenschaftliche Gesellschaft in Sanct Gallen:

Bericht über die Thätigkeit im J. 1885/86. 1887. 8⁰.

California Academy of sciences in San Francisco:

Bulletin. Vol. II. Nr. 8. 1888. 8⁰.
Memoirs. Vol. II. Nr. 1. 1888. 4⁰.

Lick Observatory in San José, California:

Publications of the Lick Observatory of the University of California. Vol. I. Sacramento. 1887. 4⁰.

Deutscher wissenschaftlicher Verein zu Santiago in Chile:

Mittheilungen. Heft 5. Valdivia 1887. 8⁰.
Verhandlungen. Heft 6. Santiago 1888. 8⁰.

Société des Sciences in Strassburg:

Bulletin mensuel. Tom. 21. Fasc. 12. Tom. 22. Fasc. 1—6. 1887—88. 8⁰.

Department of Mines of New-South-Wales in Sydney:

Annal Report of the Department of Mines for the year 1886. 1887. Fol.

Geology of the vegetable creek tin-mining Field, New-England District, New-South-Wales, by T. W. Edgeworth David. 1887. 4⁰.

Royal Society of New-South-Wales in Sydney:

Journal and Proceedings for 1886. Vol. XX. XXI. 1887/88. 8⁰.

Physikalisches Observatorium in Tiflis:

Meteorologische Beobachtungen. Jahr 1886. 1888. 8⁰.

Kaiserliche Universität in Tokyo (Japan):

The Calendar for the year 1887—88. 1888. 8⁰.

Mittheilungen aus der medicinischen Fakultät. Bd. I. Nr. 2. 1888. 4⁰.

College of Science. Journal. Vol. II. Part. 1. 1888. 4⁰.

Canadian Institute in Toronto:

Annual Report. Session 1886—87. 1888. 8⁰.

Proceedings. 3. Series. Tom. V. Fasc. 2. 1888. 8⁰.

Zeitschrift „der Naturforscher“ in Tübingen:

Der Naturforscher. XXI. Jahrg. 1888. Nr. 3—10. 12—28. 4⁰.

Universität in Upsala:

Bulletin mensuel de l'observatoire météorologique. Vol. XIX. Année 1887. 1887—88. 8⁰.

Institut Royal météorologique des Pays-Bas in Utrecht:

Nederlandsch meteorologisch Jaarboek voor 1887. 1888. 4⁰.

Superintendent of the Nautical Almanac in Washington:

Report for the year ending June 30. 1887. 8⁰.

Smithsonian Institution in Washington:

Miscellaneous Collections. Vol. XXXI. 1888. 8⁰.

United States Naval Observatory in Washington:

Observations made in the year 1883. 1887. 4⁰.

Signal Office, War Department, in Washington:

Annual Report of the Chief Signal Officer of the Army for the year 1886. 1886. 8⁰.

Surgeon-general's Office in Washington:

Index-Catalogue. Vol. VIII. 1887. gr. 8°.

United States Geological Survey in Washington:

Mineral Resources of the United States for 1886. 1887. 8°.

K. K. geologische Reichsanstalt in Wien:

Jahrbuch. Bd. 37. Heft 2. 1888. 4°.
Abhandlungen. Bd. XI. Abth. 2. 1887. Fol.
Verhandlungen. 1887. Nr. 9—18. 1888. Nr. 1—8. 4°.

Central-Anstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus in Wien:

Jahrbücher. Jahrg. 1886. N. F. Bd. XXIII. 1887. 4°.

Anthropologische Gesellschaft in Wien:

Mittheilungen. Bd. XV. Heft 4. Bd. XVII. Heft 3. 4. Bd. XVIII. Heft 1. 1885—88. 4°.

K. K. Gesellschaft der Aerzte in Wien:

Medizinische Jahrbücher. Jahrg. 1887 Heft 10. Jahrg. 1888 Heft 1. 2. 1887—88. 8°.

Geographische Gesellschaft in Wien:

Mittheilungen. 1887. Bd. XXX. 8°.

Zoologisch-botanische Gesellschaft in Wien:

Verhandlungen. 27. Band. 3. und 4. Quartal. 1887. 8°.

K. K. naturhistorisches Hofmuseum in Wien:

Annalen. Bd. III. Nr. 1. 2. 1888. 8°.

60. Versammlung deutscher Naturforscher und Aerzte in Wiesbaden:

Tageblatt der 60. Versammlung in Wiesbaden vom 18—24. September 1887. 4°.
Den Mitgliedern der 60. Vers. deutscher Naturf. und Aerzte dargebracht vom Gemeinderath der Stadt Wiesbaden. 1887. 8°.
Schlangenbad von Fr. Grossmann. 1887. 8°.
Wiesbaden als Curort von Emil Pfeiffer. 1887. 8°.

Physikalisch-medicinische Gesellschaft in Würzburg:

Sitzungsberichte. Jahrgang 1887. 8°.
Verhandlungen. N. F. Bd. XXI. 1888. 8°.

Deutsche Gesellschaft für Natur- und Völkerkunde Ostasiens in Yokohama:

Mittheilungen. 39. Heft. 1888. Fol.

Naturforschende Gesellschaft in Zürich:

Vierteljahrsschrift. 32. Jahrg. Heft 2—4. 1887. 8⁰.

Von folgenden Herren:

Gustavus Hinrichs in Jowa-City. V. St. A.:

Report of the Jowa Weather Service for the year 1886. Des Moines. 1887. 8⁰.

Edward S. Holden in Sacramento:

List of recorded Earthquakes in California. 1887. 8⁰.

A. v. Kölliker in Würzburg:

Ueber die Entwicklung der Nägel. 1888. 8⁰.
Die Entwicklung des menschl. Nagels. Sep.-A 1888. 8⁰.

Nicolai von Kokscharow in St. Petersburg:

Materialien zur Mineralogie Russlands. Bd. X. pag. 1—96. 1888. 8⁰.

Frederick Mc Coy in Melbourne:

Prodromus of the Zoölogy of Victoria. Decade I—XV. 1878—1887. 8⁰.

Eduardo Mier y Miura in Madrid:

Teoría de las approximaciones numéricas. 2. Ed. 1887. 8⁰.

Ferdinand Baron von Müller in Melbourne:

Iconography of Australian Species of Acacia. Decade 1—8. 1887. 4⁰.

Alfred Nehring in Berlin:

Ueber die Gebissentwickelung der Schweine. 1888. 8⁰.

Alexander Ormay in Nagy-Szeben:

Supplementa Faunae coleopterorum in Transsilvania. 1888. 8⁰.

A. Preudhomme de Borre in Brüssel:

Liste des 105 espèces de coléoptères Camellicornes. 1888. 8⁰.

Karl von Scherzer in Wien:

Moritz Wagner, Ein deutsches Forscherleben, von K. v. Scherzer. München 1888. 8⁰.

Michele Stossich in Triest:

Il Genere Heterakis Dujardin. Agram 1888. 8⁰.

Gerhard Vom Rath in Bonn:

Vorträge und Mittheilungen. 1888. 8⁰.

Rudolf Wolf in Zürich:

Astronomische Mittheilungen. LXX. LXXI. 1887/88. 8⁰.

Wilhelm Zsigmondy in Pesth:

Mittheilungen über die Bohrthermen zu Harkány. 1873. 8⁰.

Sitzung vom 3. November 1888.

1. Herr E. Lommel überreicht den vollendeten Band der gesammelten Schriften Fraunhofer's, deren Herausgabe die Classe bei Gelegenheit der im vorigen Jahre stattgefundenen 100. Geburtstagsfeier dieses ihres berühmten Mitgliedes beschlossen und einer Commission von Mitgliedern der Classe übertragen hatte.

2. Herr H. Seeliger legt seine „Fortgesetzten Untersuchungen über das mehrfache Sternsystem ζ Cancri" vor. Dieselben werden in den Denkschriften erscheinen.

3. Herr L. Sohncke macht eine Mittheilung über „Die Entstehung des Stroms in der galvanischen Kette".

4. Herr L. Radlkofer spricht „Ueber die Versetzung der Gattung Dobinea von den Acerineen zu den Anacardiaceen".

Die Entstehung des Stroms in der galvanischen Kette.

Von L. Sohncke.

(Eingelaufen 3. November.)

1.

Die von Clausius begründete Vorstellung vom Wesen des flüssigen Zustandes, nach welcher die Molekeln in einer Flüssigkeit nicht ruhen, sondern in wälzender, schwingender und fortschreitender Bewegung begriffen sind und dabei zum Theil in ihre, entgegengesetzt elektrisch geladenen Bestand-

theile zerfallen und sich auch wieder vereinigen, diente ihrem Entdecker bekanntlich u. A. zum einfachen Verständniss des Verdampfungsvorganges, sowie des Vorganges der Elektricitätsleitung in Elektrolyten. Diese Vorstellung hat in neuerer Zeit noch wesentlich an Wahrscheinlichkeit gewonnen, indem es mit ihrer Hilfe gelungen ist, eine ganze Reihe merkwürdiger Eigenschaften der Lösungen durchaus begreiflich zu machen. (Man vergl. z. B. die neueren Arbeiten der Herren Arrhenius, Planck, van't Hoff, Ostwald, Nernst.)

Dieselbe Vorstellung ist es nun auch, welche, mit alleiniger Hinzunahme einer fundamentalen Thatsache der Chemie, aber ohne jede weitere Hilfshypothese, geeignet scheint, den Mechanismus der Entstehung des elektrischen Stroms in der galvanischen Kette auf's einfachste verständlich zu machen, während dieser Vorgang bisher immer noch in ein gewisses Dunkel gehüllt erschien. Die Clausius'sche Ansicht schliesst zwei verschiedene Hypothesen ein; ich will sie als Contakthypothese und als Dissociationshypothese unterscheiden. Somit ruht die folgende Ableitung auf drei Grundlagen. Dieselben sollen zunächst einzeln näher erläutert werden.

I. Contakthypothese. Beim Zerfall einer chemischen Verbindung in zwei Bestandtheile (Theilmolekeln, Jonen) erscheinen beide entgegengesetzt elektrisch, in der Art, dass alle bei der Verbindung betheiligt gewesenen Valenzen dieselbe absolute Elektricitätsmenge aufweisen. Nämlich nach Faradays elektrolytischem Gesetz verhält sich die Elektricität so, „als wäre sie in gleich grosse Atome getheilt, von denen je eines an jeder Valenz der Jonen haftet, mit welchen sie wandert". Diese Elektricität rührt vermuthlich daher, dass sich im Akte der chemischen Verbindung die zusammentretenden Bestandtheile gleich stark, aber entgegengesetzt

laden[1]). (Die bei einfacher Berührung, ohne Stattfinden eines chemischen Vorgangs, auftretende Contaktelektricität ist, gegenüber der soeben besprochenen, sehr unerheblich, wie z. B. aus Edlund's, an die Peltier'sche Wärmeentwickelung anknüpfenden Messungen hervorgeht. Sie spielt im Folgenden keine Rolle.)

II. Dissociationshypothese. Der Elektrolyt besteht aus durcheinander bewegten Molekeln, von denen stets eine gewisse Anzahl bereits in ihre Theilmolekeln zerfallen, d. h. dissociirt ist. Solange nun der Elektrolyt nicht von einem Strome durchflossen ist, und solange er sich auf konstanter Temperatur befindet, geschehen in der Zeiteinheit ebensoviele Trennungen als Wiedervereinigungen; sein Zustand ist also der des beweglichen Gleichgewichts[2]). Es muss hinzugefügt werden, dass die Theilmolekeln oder Jonen ihre elektrischen Ladungen zwar an andere Körper abgeben können, jedoch so lange sie im Innern der Flüssigkeit sind, ihre Ladungen behalten. Clausius sagt darüber nur[3]): „Es liegt keine Schwierigkeit darin, sich diese (elektrischen) Zustände auch nach der Trennung als fortbestehend zu denken“ u. s. f. Er nimmt also wohl an, das Jon könne seine Ladung nur an einen Leiter der Elektricität, nämlich an die Elektroden abgeben, denn die einzelnen Molekeln und Theilmolekeln sind ja für sich keine Leiter. Man kann sich aber von diesem Haften der Elektricität am einzelnen Jon, solange letzteres sich noch innerhalb der Flüssigkeit bewegt, ohne

---

1) Clausius: Ueb. d. Elektricitätsleitung in Elektrolyten. Poggend. Annalen **101.** 1857 Seite 342.

2) Clausius a. a. O. Seite 348 und 349; ferner: Ueber die Art der Bewegung, welche wir Wärme nennen. Poggend. Annalen. **100.** 1857. Seite 353. Vergl. dazu auch Pfaundler: Beiträge zur chemischen Statik. Poggend. Annalen. **131.** 1867. Seite 59.

3) Poggend. Annalen. 101. Seite 342.

eine neue Hypothese wohl einfach folgendermassen Rechenschaft geben. Das Jon trifft beim Anstossen an eine Molekel, entweder den gleichnamig geladenen Bestandtheil desselben: dann ist kein Grund zur Abgabe der Elektricität vorhanden; oder es trifft den entgegengesetzt elektrischen Bestandtheil: dann behält es seine Ladung ebenfalls, denn gemäss der Contakthypothese hat es ja die Eigenthümlichkeit, in Berührung mit jenem entgegengesetzt elektrisch zu sein.

III. Die chemische Grundthatsache. Ein und derselbe Körper verbindet sich mit verschiedenen Körpern nicht gleich leicht, d. h. verschiedene Körper üben auf einen und denselben Körper verschieden starke chemische Anziehungen aus.

2.

Von diesen drei Grundsätzen soll nun Anwendung gemacht werden zunächst zur Erklärung des Polarisationsstroms des gewöhnlichen Knallgasvoltameters. Durch Anwendung eines hinreichend starken Stromes möge im Knallgasvoltameter Gasentwickelung eingetreten sein, so dass die Platinkathode desselben mit Wasserstoff, die Platinanode mit Sauerstoff bedeckt ist. Man schalte jetzt die ursprüngliche Stromquelle aus und verbinde die beiden Elektroden des Voltameters durch einen Schliessungsdraht. Dann muss folgender Vorgang eintreten. Die verdünnte Schwefelsäure besteht aus Molekeln H_2SO_4 und H_2O, sowie aus den Theilmolekeln derselben, nämlich den (+) elektrisch geladenen H_2 und den (—) geladenen SO_4 und den ebenfalls (—) geladenen O (nach der Dissociations- und Contakthypothese). Während nämlich reines Wasser überhaupt kaum leitet, und daher die Zahl der in reinem Wasser dissociirten Molekeln nur äusserst gering sein kann, scheint die Anwesenheit von Molekeln H_2SO_4 hierin eine Aenderung hervorzubringen. Beim Zusammentreffen der Theilmolekel SO_4 mit einer Molekel H_2O

scheint letzteres leicht zu zerfallen und so zur Entstehung von O und H_2SO_4 Anlass zu geben[1]).

Während sich in verdünnter Schwefelsäure, welche gänzlich sich selbst überlassen ist, die Theilmolekeln H_2, O und SO_4 ganz unregelmässig herumtreiben (Dissociationshypothese), muss sich im vorliegenden Fall ihre Bewegung regelmässiger gestalten. Zwischen dem Wasserstoff, der die eine Platinplatte bedeckt, und den in nächster Nähe befindlichen Theilmolekeln O und SO_4 findet starke chemische Anziehung statt (Grundsatz III); in Folge derselben kommen also vorzugsweise diese Theilmolekeln in innige Berührung mit dieser Platte, geben ihre (—) Ladung an sie ab, und bilden mit dem Wasserstoff der Platte die chemischen Verbindungen H_2O und H_2SO_4. In gleicher Weise wirkt der Sauerstoff, der die andere Platinplatte bedeckt, chemisch anziehend auf die in seiner Nachbarschaft befindlichen Theilmolekeln H_2; also kommen vorzugsweise diese in innige Berührung mit der Platte, geben ihre (+) Ladung an sie ab, und verbinden sich mit dem O zu H_2O. In Folge der inneren Bewegung

---

1) Eine ganz ähnliche Deutung lässt wohl auch ein interessanter Versuch des Hrn. Ostwald zu, der von ihm anders aufgefasst wird. (Ueb. d. Dissociationstheorie der Elektrolyte. Zeitschr. f. physikal. Chemie. II. 1888. S. 271 ff.) Nähert man einem (A) von zwei durch einen Heber verbnndenen, mit Chlorkaliumlösung erfüllten Gefässen A u. B einen (—) elektrisirten Körper und entfernt dann den Heber, so bleibt A (+) geladen zurück. Bei Einführung eines zur Erde abgeleiteten Platindrahts in A erscheint Wasserstoff am Draht. Die Flüssigkeit besteht aus den Molekeln KCl und H_2O und zunächst aus den (+) Theilmolekeln K und den (—) Theilmolekeln Cl. Aber vermuthlich ist K immer nur kurze Zeit in Freiheit und bildet schnell wieder KHO und H. Nach meiner Auffassung sind also schon vor dem Eintauchen des Platindrahts die positiven Theilmolekeln H vorhanden, anstatt dass man nach Hrn. Ostwald dem (+) geladenen K die Reaktionsfähigkeit aberkennt und es erst nach Abgabe seiner Ladung an den Draht die Bildung von KHO und H bewirken lässt.

der Flüssigkeit kommen andre und andre Theilmolekeln an die Platinplatten, immer vorzugsweise (—) geladene an die erstere, (+) geladene an die letztere, und geben ihre Ladungen an sie ab, zugleich in demselben Masse die dort vorhandenen Gasüberzüge aufzehrend. (Die Regelung der Richtungen der inneren Bewegungen wird im folgenden Abschnitt noch sorgfältiger begründet.) Wenn die Platinplatten wieder gasfrei geworden sind, ist kein Anlass mehr vorhanden, dass mehr Theilmolekeln der einen Art als solche der anderen Art an diese oder jene Platte stossen; dann wird also gleich viel + E und — E an jede Platte abgegeben. — Solange an die mit Wasserstoff bedeckte Platte vorzugsweise (—) Ladungen von Theilmolekeln abgegeben wurden, an die mit Sauerstoff bedeckte vorzugsweise (+), musste der Schliessungsdraht von diesen Elektricitäten durchflossen sein. Dieser Polarisationsstrom hat augenscheinlich die entgegengesetzte Richtung als derjenige Strom, der ursprünglich durch das Voltameter floss. Denn ursprünglich wurden die (+) Theilmolekeln zur Kathode geführt; und diese sind es, welche nachträglich die (—) Theilmolekeln herbeiziehen, also zu einer entgegengesetzten Bewegung wie zuvor den Anlass geben. Ganz analog verhält sich's mit der Anode. So sieht man, wie der Polarisationsstrom, und zwar nicht nur im vorliegenden Fall, sondern unter allen Umständen, dem ursprünglichen Strome entgegengesetzt gerichtet sein muss.

Die Aufzehrung der Gasüberzüge der Elektroden in dem für sich geschlossenen Voltameter ist also nicht, wie man es gewöhnlich auffasst, eine Wirkung des Polarisationsstroms, welcher die Jonen zwingt, sich in entgegengesetzter Richtung wie zuvor zu bewegen, sondern jene Aufzehrung ist eine Wirkung der chemischen Verwandtschaft zu gewissen Theilmolekeln, und sie ist vielmehr die Ursache des Polarisationsstroms.

3.

Die Entstehung des Stroms in der galvanischen Kette beruht auf ganz ähnlichen Vorgängen wie die eben geschilderten. Wir denken zunächst nur ein Metall, z. B. Zn, in einen Elektrolyten, z. B. in verdünnte Schwefelsäure, eingetaucht. Das Zn übt auf die (—) Theilmolekeln (SO_4 und O) chemische Anziehung aus. Daher kommen unter allen der Zinkplatte benachbarten Theilmolekeln vorzugsweise die genannten mit ihr in innige Berührung und geben ihre (—) Ladung an die Platte ab, um sodann, mit dem Zn chemisch verbunden, wieder in Lösung zu gehen. Sie lassen also die Zinkplatte (—) geladen zurück.

Sobald die (—) Theilmolekeln ihre Ladung an die Zinkplatte abgegeben haben, ist das vor dem Eintauchen der Platte vorhanden gewesene bewegliche Gleichgewicht im Innern der Flüssigkeit gestört; denn jetzt fehlen diese Theilmolekeln in der Nachbarschaft des Zn, es fehlt die von ihnen ausgeübte Abstossung auf ihresgleichen, sowie die Anziehung auf die entgegengesetzten, weil die auf die ganze Platte übergegangene — E aus der grösseren Ferne nur viel schwächer wirken kann. Folglich müssen aus der Nachbarschaft mehr (—) Jonen als zuvor sich in der Richtung zur Zinkplatte hin bewegen. Dies muss sich von Schicht zu Schicht fortsetzen bis an die Grenzen der Flüssigkeit, sodass an den Grenzen die (+) Theilmolekeln überwiegen. Dieser Process muss aber aus folgenden Gründen sehr bald zum Stillstand kommen. Abgesehen davon, dass die dem Zink benachbarte Schicht wegen ihrer Anreicherung mit Zinksulfat die weitere Auflösung verzögert, sowie dass die (+) gewordenen Wände das weitere Herangedrängtwerden positiver Theilmolekeln verhindern, muss vor Allem die (—) Ladung der Zinkplatte abstossend auf die (—) Theilmolekeln wirken, also der chemischen Anziehung der Platte auf dieselben gerade entgegenwirken.

Gleichzeitig zieht diese Ladung die (+) Theilmolekeln an. So wird dem einseitigen Herandringen negativer Theilmolekeln ein Ende gemacht.

Auf diese Art ist die (—) Ladung, welche das Zn in verdünnter Schwefelsäure annimmt, erklärt; auch ist erklärt, warum reines Zn nur in verschwindender Menge aufgelöst wird. (Die Auflösung unreinen Zinks beruht auf der Bildung von Lokalströmen.)

Wenn ausser dem Zn noch irgend ein anderes Metall in denselben Elektrolyten eingetaucht ist, so muss dieses für sich einen ähnlichen Einfluss ausüben, und dies sogar, wenn es auch zu keiner der Theilmolekeln eine hinreichend starke Verwandtschaft besitzt, um eine wirkliche Verbindung mit ihr einzugehen, sondern wenn es nur überhaupt die eine Art von Theilmolekeln stärker heranzieht. Im Allgemeinen wird die von der zweiten Platte auf die (—) Theilmolekeln ausgeübte Anziehung nicht gleich stark sein wie die von der ersten Platte (Grundsatz III); daher wird sie auch nicht gleich stark elektrisch geladen werden wie erstere.

Wenn man jetzt die beiden eingetauchten verschiedenartigen Platten durch einen Schliessungsdraht verbindet, wird das bewegliche Gleichgewicht von neuem gestört. Denn die stärkere (—) Ladung des Zn verbreitet sich über den ganzen Schliessungsdraht, so dass die vorher von ihr auf die (—) Theilmolekeln ausgeübte Abstossung nun verringert ist. Also dringen wieder mehr (—) Theilmolekeln heran und geben ihre (—) Ladung an's Zn ab. Die (+) Theilmolekeln entfernen sich wieder mehr vom Zn und wandern vorzugsweise zu dem anderen Metall, welchem ja stets durch die im Schliessungsdraht herankommende — E die von den (+) Theilmolekeln empfangene (+) Ladung genommen wird.

Wie diese Auseinandersetzungen erkennen lassen, erzeugt der chemische Process im galvanischen Element durchaus keine Elektricität, sondern er bewirkt nur, dass

die schon vorhandenen beiden Elektricitäten (die den Theilmolekeln des Elektrolyten anhaften), an die beiden verschiedenen Elektroden abgegeben werden.

Wenn die an dem zweiten Metall abgeschiedenen (+) Theilmolekeln (z. B. H_2) nach Abgabe ihrer Ladung daselbst verharren, was ja ohne besondere Massregeln immer der Fall ist, so giebt dies nothwendig Anlass zur Polarisation. Denn diese Theilmolekeln (H_2) üben chemische Anziehung auf die (—) Theilmolekeln (SO_4 und O) aus, so dass letztere herbeigezogen werden und ihre — E an diese Elektrode abgeben. So entsteht durch den Vorgang selber, welcher den ursprünglichen Strom schafft, ein entgegengesetzter Strom: der Polarisationsstrom.

Letzterer Vorgang ist nicht wesentlich verschieden von jenem, welcher immer stattfindet, wenn das zweite Metall chemisch nicht indifferent gegen den Elektrolyten ist, sondern ebenfalls Neigung hat, sich mit den (—) Theilmolekeln desselben zu verbinden. Weil im Allgemeinen an die beiden verschiedenen Metalle sekundlich nicht dieselbe Anzahl von (—) Theilmolekeln herankommen (in Folge der verschiedenen Stärke der chemischen Anziehung), so wird an die eine Elektrode mehr — E abgegeben als an die andere; und diese Differenz der sekundlich den beiden Elektroden zugehenden gleichnamigen Ladungen ist es, welche in der Schliessung als Strom zum Vorschein kommt, gerade wie bei dem durch Polarisation geschwächten galvanischen Element.

Bei der vorstehenden Ableitung der Stromentstehung ist die Elektricitätserregung durch Contakt der M e t a l l e gar nicht erwähnt worden. Massgebend hierfür ist vornehmlich die vorausgeschickte Betrachtung über das Knallgasvoltameter (§ 2), bei welchem eine solche Elektricitätserregung durch Contakt verschiedener Metalle ausgeschlossen ist und trotzdem, wie wir sahen, ein Strom (nämlich der Polarisationsstrom) zu Stande kommt.

Dafür dass diesem Faktor auch bei dem Strome des gewöhnlichen Elements keine Bedeutung zukommt, spricht noch folgende Erwägung. Sobald der Strom zu fliessen begonnen, ändert er die Temperatur aller Contaktstellen von Metallen, und zwar bekanntlich in dem Sinne, dass die thermoelektromotorische Kraft der durch den Strom erwärmten, bezw. erkälteten Contaktstellen stets derjenigen des Stromes entgegen gerichtet ist. Die Contaktstellen können also für den Fortgang des Stroms in der ursprünglichen Richtung überhaupt nicht massgebend sein.

4.

Die Quelle der Stromenergie. Wenn ein geladener Leiter durch einen mit der Erde verbundenen Leitungsdraht entladen wird, so erzeugt der Strom Wärme im Draht. Diese Arbeitsleistung ist nur dadurch ermöglicht, dass vorher freie Elektricität beschafft worden war. In diesem Falle ist also als wahre Quelle der Stromenergie die Arbeit anzusehen, welche hat aufgewendet werden müssen, um jene freie Elektricität zu schaffen. Aehnlich ist es bei dem Strom der galvanischen Kette: Die Quelle der Stromenergie ist die Arbeit, welche aufgewendet worden ist, um die freien Elektricitäten zu beschaffen, d. h. um die beiden Elektricitäten zu trennen. Nun werden dieselben aber zunächst durch den dauernd von selbst stattfindenden Dissociationsprocess getrennt. In der hierbei aufgewendeten Energie hat man also die Quelle der im Strome zur Verfügung stehenden Energie zu suchen.

Solange ein Elektrolyt stromlos und auf konstanter Temperatur befindlich ist, geschehen sekundlich ebensoviele Trennungen als Wiedervereinigungen der Theilmolekeln. Bei jeder Trennung wird Wärme verbraucht, bei jeder Wiedervereinigung wird ebensoviel Wärme wieder erzeugt. Also bleibt der Energieinhalt der Flüssigkeit nach Qualität und

Quantität ungeändert. Sobald aber die durch den Schliessungsdraht verbundenen Polplatten eingesenkt werden, wird es einer bestimmten Zahl von Theilmolekeln unmöglich gemacht, sich in der bisherigen Art wieder zu vereinigen. Die mit ihnen verknüpften Elektricitäten sind somit jetzt getrennt; an die Elektroden abgegeben, vereinigen sie sich im Schliessungsdraht unter Entwickelung der Stromwärme. Solange sie getrennt waren, repräsentirten sie ein Quantum potentieller elektrischer Energie. Diese war gewonnen auf Kosten des Wärmeverbrauchs beim Zerfall der Molekeln in Theilmolekeln. Letzterer Wärmeverbrauch scheint also zunächst das Aequivalent der Stromenergie zu sein. Ganz so einfach ist der Sachverhalt indessen nicht.

Um die Betrachtung zu vervollständigen, fassen wir folgenden möglichst einfachen Fall in's Auge. Eine mit Wasserstoff beladene Platinplatte und eine reine Platinplatte seien in verdünnte Schwefelsäure getaucht und dann durch einen Schliessungsdraht verbunden. Beim Zerfall einer Molekel H_2SO_4 wird eine gewisse Wärmemenge verbraucht; diese hat die Kosten der Stromwärme bestreiten zu helfen. Wenn nun aber die Theilmolekel SO_4 zu der mit Wasserstoff bedeckten Platinplatte wandert, dort ihre (—) elektrische Ladung abgiebt und sich mit dem dortigen H_2 verbindet, so scheint dort durch diese Verbindung dieselbe Wärmemenge wieder entstehen zu müssen, sodass für die Arbeit des Stromes nichts übrig bleibt. Denn man sieht zunächst nicht ein, wieso die Verbindungswärme nicht dort, wo die Verbindung vor sich geht, zum Vorschein kommen sollte; aus welchen Gründen sie sich vielmehr nur zum Theil daselbst zeigen, zum anderen Theil aber über die ganze Strombahn verbreiten sollte.

Bei genauerer Betrachtung erkennt man aber, dass die hier stattfindende chemische Vereinigung von H_2 und SO_4 nicht völlig unter denselben Verhältnissen vor sich geht wie die vorausgegangene Trennung von H_2 und SO_4. Als die

Molekel $H_2 SO_4$ sich dissociirte, waren beide Theilmolekeln entgegengesetzt geladen; es war also bei der Trennung eine doppelte Arbeit zu leisten: erstens war die rein chemische Anziehung beider Theilmolekeln (welche vielleicht mit der allgemeinen Massenanziehung identisch ist), zu überwinden, und zweitens die Anziehung ihrer beiden entgegengesetzten elektrischen Ladungen. Bei der chemischen Vereinigung an der Elektrode ist dagegen der das Pt bedeckende Wasserstoff elektrisch neutral; (er hat ja, als man die Platte etwa elektrolytisch mit Wasserstoff belud, seine Elektricität an die Platte abgegeben). Was die (—) geladene Molekel SO_4 angeht, so stelle ich mir der Einfachheit halber zunächst vor, sie gebe ihre Ladung an die Elektrode ab und gehe dann erst die chemische Verbindung mit H_2 ein. In diesem Falle wirkt also bei der Verbindung von SO_4 und H_2 nur die chemische Anziehung, während die Anziehung der Elektricitäten fehlt. In Folge dessen producirt diese chemische Vereinigung nicht dieselbe Wärmemenge als bei der Dissociation verschwand, nämlich soviel Wärme weniger als auf Rechnung der Anziehung beider elektrischen Ladungen kommt. Diese beiden Elektricitäten vereinigen sich aber nun im Schliessungsdraht, und hierbei wird die noch fehlende Wärme producirt, nämlich jene, die zur Trennung derselben beiden Elektricitätsmengen vorher verbraucht wurde.

Dieser Schilderung des Vorgangs ist vielleicht folgende Betrachtung vorzuziehen, welche aber im Wesentlichen auf dasselbe Ergebniss hinausführt. Die (—) geladene Molekel SO_4 zieht, wenn sie an die Elektrode herankommt, durch Influenz + E herbei und stösst — E ab, sodass im Momente der Verbindung die Theilmolekel H_2 doch wieder eine gleich grosse aber entgegengesetzte Ladung hat als SO_4. Durch das Herbeiströmen dieser Elektricitätsmenge + E und das Wegströmen von — E durch den Schliessungsdraht wird in letzterem Wärme produciert: Die Stromwärme. Die elek-

trische Anziehung hat also in diesem Falle nur Elektricität in Bewegung gesetzt, aber keinen Einfluss auf die Bewegung der sich verbindenden Theilmolekeln gehabt. Bei dem Verbindungsvorgang ist also entsprechend weniger Wärme erzeugt worden.

Dies scheint die Lösung des Räthsels zu sein, warum nicht die ganze Verbindungswärme an Ort und Stelle der Verbindung zum Vorschein kommt, warum vielmehr ein grosser Theil auf der ganzen Strombahn vertheilt auftritt. Die weitere Verfolgung dieser Ueberlegungen ist vielleicht geeignet, den Zusammenhang der elektromotorischen Kraft mit der Wärme, die durch die chemischen Processe der Kette erzeugbar ist, etwas aufzuklären.

5.

Die im Vorigen entwickelte Vorstellung vom Zustandekommen des galvanischen Stroms hat theilweise grosse Aehnlichkeit mit einigen früheren Theorien, ohne jedoch mit einer derselben identisch zu sein. Es ist keineswegs meine Absicht, eine erschöpfende Vergleichung mit den verschiedenen früheren Theorien vorzunehmen, sondern nur auf zwei derselben möchte ich kurz hinweisen. Die grösste Verwandtschaft besitzen meine Ansichten mit Herrn F. Exner's Theorie[1]); nur findet ein wesentlicher Unterschied statt. Die Exner'schen Betrachtungen ruhen gänzlich auf dem Thomson'schen Satz von der Proportionalität der elektromotorischen Kraft eines galvanischen Elements mit der Wärmetönung der in ihm ablaufenden chemischen Vorgänge. Dieser, zur Zeit der Veröffentlichung von Herrn Exner's Theorie fast allgemein

1) Ueb. d. Natur d. galv. Polarisation. Sitzgsber. d. Wiener Akad. **78.** II. Abth. Jahrg. 1878; u. Wiedem. Annal. **6.** 1879. p. 355. — Zur Theorie der inkonstant. galvan. Elemente. Sitzgsber. **80.** II. Abth. Jahrg. 1879. u. A.

angenommene Satz ist bekanntlich jetzt auf Grund von Untersuchungen Edlund's, Paalzow's, Braun's, v. Helmholtz's und Anderer als unzutreffend erkannt. Er spielt also auch bei meinen obigen Auseinandersetzungen keine Rolle; mein Ausgangspunkt ist ein ganz anderer, und ich gelange demgemäss zu einer wesentlich anderen Auffassung des Zusammenhangs zwischen chemischer Wärme und Stromenergie. Doch stimme ich mit Herrn Exner darin vollkommen überein, dass „was die Art der Entstehung angeht, gar kein Unterschied zwischen einem Polarisationsstrom und dem irgend einer Hydrokette besteht[1])".

Grosse Aehnlichkeit herrscht sodann zwischen meiner Schilderung der Stromentstehung und der an die alte Schönbein'sche Theorie anknüpfenden Auseinandersetzung des Herrn G. Wiedemann[2]). Nichtsdestoweniger decken sich unsere Ansichten keineswegs. Denn zunächst legt Hr. W. seinen Entwickelungen die, wie mir scheint schon durch Clausius als unhaltbar erwiesene Grotthuss'sche Ansicht von der Elektricitätsleitung in Elektrolyten zu Grunde; sodann aber ist seine Auffassung der Polarisation grundverschieden von der hier vertretenen.

1) Wiedem. Annal. 6. p. 355.
2) Die Lehre v. d. Elektr. Bd. I. Seite 251 ff.

Ueber die Versetzung der Gattung
Dobinea
von den Acerineen zu den Anacardiaceen.

Von L. Radlkofer.

(Eingelaufen 8. November.)

Die nur aus einer Art bestehende, im Anfange dieses Jahrhunderts (1802—3) zuerst von Hamilton in Nepal beobachtete und nach dessen Materialien und Aufzeichnungen im Jahre 1825 von David Don veröffentlichte Gattung *Dobinea* Ham. mss., ed. Dav. Don in Prodr. Flor. Nepal., 1825, p. 249, ist seit ihrer Aufstellung stets den Acerineen beigezählt worden, scheint aber bisher nur mehr oder weniger unzureichender Untersuchung unterworfen worden zu sein, woraus sich ausser der Belassung in der erwähnten Stellung widersprechende Angaben über die Charaktere derselben ergeben haben.

So werden derselben in den Genera von Bentham & Hooker I, 1862, pag. 410 „stamina cum ovarii rudimento basi connata" und ein „ovulum erectum", von Baillon dagegen in Hist. d. Pl. V, 1874, p. 428 „stamina filamentis liberis" und ein „ovulum ex angulo interno germinis descendens, micropyle introrsum supera" zugeschrieben.

Diese Widersprüche und die Bemerkung von Baillon (a. a. O.) „Genus quoad locum valde dubium" veranlassten mich, die Pflanze erneuter Prüfung zu unterwerfen.

Dabei ergab sich denn sehr bald, und zwar nach der zunächst nur auf die Vegetationsorgane in Anwendung gebrachten anatomischen Methode allein schon, dass die Pflanze wohl zweifellos zur Familie der Anacardiaceen gehöre, und das wurde durch die Untersuchung der Blüthe und Frucht auf's vollständigste bestätiget.

Dieses überraschende Ergebniss, von welchem ich in Durand Index Gen., 1888, p. 499 bereits flüchtig Kenntniss gegeben habe, soll in dem Folgenden seine nähere Darlegung finden. —

Die in Rede stehende Pflanze besitzt, um, dem Gange der Untersuchung entsprechend, zuerst die wesentlichsten anatomischen Verhältnisse der Vegetationsorgane hervorzuheben, die für die Anacardiaceen und Burseraceen charakteristischen Balsamgänge unter dem Hartbaste der Rinde, welch letzterer auf dem Querschnitte der Zweige für jeden Gefässbündel einen nach aussen convexen Bogen bildet. Diese Balsamgänge finden sich weiter bei *Dobinea*, gleichwie bei gewissen Anacardiaceen, z. B. *Anacardium occidentale* L. und *Thyrsodium Schomburgkianum* Benth., in geringer Zahl auch an der Peripherie des Markes und in der primären Rinde. Markständige Balsamgänge kommen dagegen den Burseraceen bekanntlich nicht zu, und so ergibt sich für *Dobinea* aus dem Verhalten ihrer bisher gänzlich unbeachtet gebliebenen Balsamgänge allein schon der deutliche Hinweis auf die erwähnte Thatsache, dass sie eine Anacardiacee sei.

Die Balsamgänge von *Dobinea* sind zwar klein und desshalb leicht zu übersehen; nichts desto weniger aber erweisen sie sich als völlig charakteristisch ausgebildet, so dass Weiteres hierüber beizufügen überflüssig erscheint. Die der secundären Rinde ziehen sich im Weichbaste der Gefässbündel durch den Blattstiel in die Blattnerven fort bis hinein in das Venennetz, und selbst in den Gefässbündeln

der zarten Staubfäden und in dem Pistillrudimente der männlichen Blüthe sind sie nach Aufhellung des Gewebes mittelst Javelle'scher Lauge an ihrem charakteristischen Inhalte noch leicht zu erkennen. Ebenso bei der weiblichen Blüthe in der Wandung des Fruchtknotens, und selbst in dem Nabelstrange der Samenknospen, als Theil der betreffenden Gefässbündel.

Von anderen anatomischen Verhältnissen sei nur nebenher erwähnt, dass der Hartbast aus bandartig platten Fasern mit nur mässig verdickter Wandung besteht und dass das Holzparenchym in der Nähe der Gefässe sich durch eine auffallend weitläufig netzfaserige oder selbst nur querfaserige Verdickung seiner Wandungen auszeichnet, so dass man im ersten Augenblicke solche Wände für leiterförmig durchbrochene Zwischenwandungen von Gefässen zu halten geneigt sein könnte, welche den Anacardiaceen in der Regel fehlen[1]). Die Holzprosenchymzellen sind mit einfachen Tüpfeln und da und dort mit einer dünnen Querwand versehen. Der Bast ist reich an Reihen schmaler Gerbstoffschläuche, deren fadenförmig zusammengetrockneter, hin und her gebogener, brauner Inhalt denselben das Ansehen von Milchsaftgefässen gibt. Etwas weitere Gerbstoffschläuche finden sich in der Markscheide; ausserdem im Marke Reihen gerbstoffhaltiger Zellen, welche länger, aber enger als die übrigen Markzellen sind. In kleineren Markzellen finden sich einzelne Krystalldrusen. Ebensolche in kürzeren oder längeren Reihen kubischer Zellen in der primären und sekundären Rinde. All das findet sich auch bei anderen Anacardiaceen und scheint für dieselben

1) Neben einfach durchbrochenen finden sich leiterförmig durchbrochene Zwischenwände mit wenig zahlreichen (8—12) Spangen bei *Campnosperma gummiferum* March. u. *C. macrophyllum* Hook. fil.

in grösserer oder geringerer Ausdehnung charakteristisch zu sein.

Das Blatt, welches nur unterseits mit Spaltöffnungen versehen ist, trägt, wie auch die Oberfläche anderer Theile, ausser unverästelten, einzelligen oder wenigzelligen Haaren mit braunem Inhalte auch kleine Drüsen mit kurzem Stiele und ovalem, nicht sehr reichzelligem Köpfchen, wie sie auch bei anderen Anacardiaceen (Arten von *Rhus*, *Buchanania*, *Phlebochiton* etc.), ferner bei den Sapindaceen und Meliaceen besonders an der unteren Blattseite und hier meist in Begleitung der Venen sehr verbreitet sind.

Unter den Charakteren der Fortpflanzungsorgane erscheint als der wichtigste die Beschaffenheit der Samenknospe. Für sie sind weder die Angaben von Baillon noch die in Benth. Hook. Genera zutreffend. Sie ist weder von dem inneren Winkel des Fruchtknotens „absteigend (mit innen und oben gelegener Micropyle)" noch „aufrecht", sondern wie der für die zunächst ähnlichen Anacardiaceen bezeichnende Terminus lautet, eine „gemmula a funiculo basilari suspensa", und was ihre Gestalt betrifft eine gemmula anatropo-campylotropa, apotropa.

Die gleichen Verhältnisse der Lage und Gestaltung zeigt auch der Same, welcher, wie die Frucht selbst, von der Vorder- und Rückseite her platt linsenförmig zusammengedrückt und breiter als hoch ist, dabei mit seinem grössten (in der Transversalebene der Blüthe gelegenen) Durchmesser, wie das auch für die Frucht selbst gilt, die Axe der Frucht schief schneidend. An seinem nach oben gekehrten Rande, dessen höchst gelegener Theil die Spitze des Keimwürzelchens überdeckt, ist die nur schwach vorspringende, etwas gefärbte Chalaza und die Rhaphe gelegen, von der aus der freie Theil des Nabelstranges sich um das etwas in die Höhe gerichtete Micropyleende herum und immer dem Rande des

Samens dicht angepresst nach der Placentarstelle am Boden der Fruchtknotenhöhle, mitten unter dem Samen, herabzieht. An dem vom Nabelstrange bedeckten Seitenrande des Samens liegt das mit seiner Spitze zur Micropyle emporstrebende Würzelchen des pleurorhizen Keimes, dessen ovale, ziemlich flache Cotyledonen mit ihren oberen (inneren) Flächen einander zugekehrt und mit ihren gewölbten unteren (äusseren) Flächen den Linsenflächen des Samens angeschmiegt sind. Wenn dieser Same als „aufrecht“ bezeichnet wird, wie in Endlicher und Benth. Hook. Genera, so scheint dabei der seinem Rande angeschmiegte freie Theil des Samenstranges als damit verwachsen angesehen und übersehen worden zu sein, dass dabei die gegebene gegenseitige Lage der Chalaza und Micropyle und damit des Würzelchens unmöglich sein würde; die Bezeichnung desselben als „absteigend etc.“, wie bei Baillon, schliesst andererseits eine Verkennung der wirklichen Anheftungsstelle in sich und könnte nur, wenn die Lage des Samens, abgesehen von seinem Träger, anzugeben wäre, zulässig erscheinen.

Wie die Samenknospe und der Same, so ist auch die allem Anscheine nach nur aus einem (wohl in der Transversalebene der Blüthe stehenden) Carpelle gebildete Frucht auf der Micropyle- (oder Funicular-) Seite, welche zugleich als die axensichtige oder Bauchseite des Fruchtknotens erscheint, schief nach oben, auf der entgegengesetzten, der Rückenseite, schief nach unten ausgedehnt, ähnlich den schiefen Früchten anderer Anacardiaceen (z.B. *Buchanania*). Auf der Micropyle-Seite ist auch die mit dem Blüthenstiele auf dessen ganze Länge in ihrem unteren Drittheile verwachsene, bei der Fruchtreife sich zu einem Flugorgane verbreiternde Bractee anfänglich nicht selten etwas stärker ausgebildet, als in ihrer anderen Hälfte, nach welcher die Frucht schliesslich etwas übergeneigt ist. Von dem der Rückennaht der Frucht entsprechenden Rande aus erhebt

sich als Spitze des Fruchtblattes der fadenförmige Griffel (in analoger Richtung, wie im Innern der Nabelstrang), um sich entweder direct, oder nachdem er sich erst noch etwas über die höhere Fruchtseite hingeneigt hat, zurückzukrümmen und in derselben Richtung spiralig (meist uhrfederartig, doch auch korkzieherartig, mit gewöhnlich dann nach der Bractee gerichteter Spitze) zusammenzurollen, wie Endlicher in den Worten: „stylus apice revolutus" richtig angegeben hat, während andere Autoren den Griffel als „apice spiraliter involutus" bezeichnen.

Von der Bauchnaht her zieht sich über die convexe, also äussere Seite der Krümmung — nicht, wie die Autoren angeben, innen („stylus intus stigmatosus", Baillon, Benth. Hook. Genera), aber allerdings der inneren (oberen) Fläche des Fruchtblattes entsprechend — eine Furche mit stigmatoser Beschaffenheit (namentlich an den Rändern); dieser Narbentheil verjüngt sich gegen die Spitze hin, so dass die Bezeichnung der Narbe als „stumpf" bei D. Don und Endlicher nicht als zutreffend erscheint.

Was die übrigen Verhältnisse betrifft, so will ich mich der Hauptsache nach auf die Hervorhebung dessen beschränken, was zur Berichtigung bisheriger irriger Angaben dienlich erscheint.

Die Frucht, von Baillon nur als „fructus siccus", in Benth. Hook. Genera als „fructus coriaceus", von Endlicher als „fructus indehiscens", von D. Don (und ebenso von G. Don, General System. I, 1831, p. 651) als „Capsula" bezeichnet, ist deutlich drupös mit saftlosem Mesocarpe und nur aus 1 Schichte sclerenchymatischer Zellen nebst einer Epithelial-Schichte gebildetem cartilaginösem Endocarpe. Nur das Mesocarp ist an der Bildung des flügelartigen, gezähnelten Randes betheiliget, welcher die Frucht in ihrer grössten (Längs-) Durchnittsebene umzieht und welcher sie der geflügelten Frucht von *Smodingium* vergleich-

bar erscheinen lässt. Der unter der Frucht befindliche Discus, der einzige Theil, aus welchem die weibliche Blüthe neben dem Pistille besteht, welchen aber Endlicher unerwähnt gelassen hat, während er der männlichen Blüthe ohne Grund einen „discus perigynus" zuschreibt, ist ungleichseitig und der Spitze des Blüthenstieles schief aufgesetzt, offenbar durch das eng anliegende Deckblatt auf der betreffenden Seite in seiner Entwicklung behindert und durch das Längenwachsthum des Deckblattes auf der gleichen Seite emporgehoben.

Der Same ist nicht eiweisslos, wie allerwärts angegeben wird, sondern lässt unter seiner dünnen, ausser an der Rhaphe gefässbündellosen Schale ein zwar spärliches, aber doch deutliches und als besondere Schichte abhebbares Endosperm erkennen, wie ein solches auch bei anderen Anacardiaceen schon beobachtet worden ist gemäss der im Familiencharakter bei Engler und Benth. Hooker zu findenden Angabe: „albumen nullum vel interdum tenuissimum". Von bestimmten Gattungen werden in dieser Hinsicht übrigens nur *Smodingium* in Benth. Hooker Genera I, 1862, p. 416 („semen strato tenui albuminis donatum") und *Schinus* („albumine parco vel 0") in Baillon Hist. V, 1874, p. 314 angeführt, und auch für diese fehlt es an bestätigender Wiederholung, für *Smodingium* bei Baillon und Engler, für *Schinus* bei Letzterem, in dessen Monographie des Vorkommens von Sameneiweiss überhaupt, ausser im Familiencharakter, nirgends Erwähnung geschieht, was jedoch sicherlich nicht einer ausdrücklichen Negirung für die genannten Gattungen gleich zu achten ist.

Der Gefässbündel im Nabelstrange des reifen Samens macht sich durch eine rothbraune Färbung bemerklich; dieselbe rührt von gerbstoffführenden Zellen her.

Die männliche Blüthe besitzt einen röhrigglockigen, kaum 1 mm langen Kelch mit 4 in orthogonalem Kreuze

stehenden, in der Knospenlage klappigen Zähnchen; 4 lanzettliche, in einen ziemlich langen Nagel verschmälerte Blumenblätter mit gleichfalls klappiger und zwar etwas eingefaltet klappiger (nicht, wie Baillon angibt, imbricirter) Knospenlage; 4 längere äussere, vor die Kelchblätter, und 4 kürzere innere, der regelmässigen Alternation all dieser Theile zufolge vor die Blumenblätter fallende und mit diesen den Kelch ungefähr um seine Länge überragende Staubgefässe mit kurzen, fast zweiknöpfigen, introrsen Antheren; endlich ein pfriemliches Pistillrudiment, dessen unterer Theil — unähnlich dem des fertilen Pistilles — mit Spaltöffnungen, dessen oberer, mit einfach kegelförmiger oder etwas keulenförmiger Spitze endigender, dem Griffel entsprechender Theil mit kleinen Drüsen besetzt ist.

Die Blüthenaxe der männlichen Blüthe ist unter den Blumenblättern und noch mehr unter den Staubgefässen etwas gestreckt und die genannten Theile ziehen sich etwas daran herab, was den Verwachsungsverhältnissen derselben bei *Gluta* und *Mangifera* entspricht, bisher aber anders aufgefasst worden ist; so heisst es in Beziehung hierauf bei D. Don „stamina in columnam circa stylum sterilem connata“, bei Endlicher „filamenta ima basi connata“, bei Benth. Hook. „stamina centrica cum ovarii rudimento basi connata“, bei Baillon „filamenta libera“.

Der Pollen ist, abweichend von dem der meisten Anacardiaceen, kugelig mit sehr kleinwabiger Exine.

Das Pistillrudiment ist an der Basis in Folge des Druckes von Seite der Filamente gefurcht und zwischen diesen in Wülsten vorspringend, was den Eindruck macht, als ob es aus ebenso vielen Theilen, als Wülste vorhanden sind, und nicht wie in der weiblichen Blüthe aus 1 Fruchtblatte gebildet sei. Gefässbündel, welche durch ihre Zahl einen Aufschluss hierüber geben könnten, fehlen, abgesehen von einem centralen Strange, welcher die solide, keine Frucht-

knotenhöhlung und keine Samenknospenanlage umschliessende, das Pistillrudiment bildende Gewebemasse in der Mitte bis in den Griffeltheil hinein durchzieht.

Die Stiele der männlichen Blüthen sind nicht, wie bei Endlicher und in Benth. Hook. Genera angegeben ist, bracteenlos, sondern nur nicht immer gerade unter ihrer Ursprungsstelle mit einer Bractee versehen, da diese mehr oder weniger recaulescirt zu sein pflegt.

Was die Inflorescenz betrifft, so bilden die männlichen Blüthen wiederholt verzweigte, zuletzt mitunter verarmende Dichasien, welche zu Pleiochasien (Rispen) vereiniget sind, die ihrerseits wieder die Aeste einer nickenden Gesammtrispe bilden. Die weiblichen Blüthen bilden ebenfalls eine nickende Gesammtrispe, deren letzte Theile aber nicht Dichasien tragende, sondern einfache (traubenförmige), 3—8 cm lange Pleiochasien sind mit 10—30 und mehr Blüthen (welche hier die Dichasien der männlichen Inflorescenzen vertreten). Ob die Blüthen monöcisch sind, wie D. Don und Endlicher angeben, oder diöcisch, wie Baillon angibt, muss ich dahingestellt sein lassen.

Die Blätter werden überall schlechthin als opponirt bezeichnet, sie erscheinen aber nicht selten auch als zerstreut. Ihrer Textur nach sind sie den Blättchen von *Phlebochiton extensum* Wall. und denen mancher Arten von *Rhus* ähnlich, dünn und zerbrechlich. In der Gegenständigkeit der Blätter steht unserer Pflanze unter den Anacardiaceen nur die Gattung *Bouea* zur Seite, und wie diese ist sie wohl der Tribus der Mangiferae beizuzählen, welcher auch die im Vorausgehenden schon gelegentlich in Vergleich gezogenen Gattungen *Buchanania*, *Gluta* und *Mangifera* angehören, während die bezüglich der Fruchtgestalt und des Endosperms in Erinnerung gebrachte Gattung *Smodingium* der Tribus der Rhoideae angehört, wie auch *Schinus*. Eine sichere Bestimmung ihrer Stel-

lung wird so für *Dobinea* wohl erst von einer genauer als bisher durchgeführten Untersuchung der betreffenden Triben rücksichtlich der Pollen- und Samenbeschaffenheit, sowie der Vertheilung der Balsamgänge und anderer anatomischer Verhältnisse zu erwarten sein. —

Eine aus der hier berichteten Untersuchung sich ergebende gedrängte Charakteristik ist die folgende:

Dobinea Ham. mss., ed. Don, Dav., in Prodr. Fl. Nepal. 1825, p. 249: Flores unisexuales, monoeci (?). Fl. ♂: Calyx campanulato-tubulosus, 4-dentatus, valvatus. Petala 4, unguiculata, ima basi cum toro stipitiformi connata, implicato-valvata. Stamina 8, filiformia, basi cum toro stipitiformi ultra petalorum insertionem producto connata, exteriora alternipetala longiora; antherae didymae, introrsae, 2-rimosae; pollen globosum, exine tenerrime favosa; pistilli rudimentum subulatum, centrale, basi staminum pressione sulcatum. Fl. ♀: Pedicelli cum bracteae venosae parte inferiore connati. Calyx et corolla nullae. Discus annularis, inaequalis, obliquus, postice magis evolutus et declinatus. Germen disco insidens, transversim erecto-lenticulare, 1-loculare; stylus terminalis, filiformis, apice spiraliter revolutus, in spirae latere exteriore (convexo) sulcatus et stigmatosus; gemmula solitaria, ab apice funiculi e germinis fundo secus ventrem adscendentis oblique pendula, apotrope anatropa, eademque curvata, margine rhaphem dorsalem excipiente breviore concavo, micropyle introrsum supera. Fructus bractea aucta scariosa reticulata colorata suffultus, parvus, drupaceus, oblique lenticularis et basi oblique subcordatus, mesocarpio exsucco in marginem membranaceo-aliformem denticulatum circumcirciter expanso. Semen lenticulare, a funiculo adpresso oblique pendulum, testa membranacea, albumine tenuissimo; embryo curvatus; cotyledones planae, ovales; radicula brevis, accumbens, sursum spectans. — Frutex glabriusculus, in omnium partium libro leptodermico nec non ad medullam

et in cortice primario ductus balsamiferos fovens. Rami virgati. Folia opposita vel interdum sparsa, exstipulata, petiolata, ovato-lanceolata, penninervia, serrata, tenuia, sicca fragilia. Paniculae ad apices ramorum laterales cum terminali in paniculam communem nutantem consociatae, florum ♂ e pleiochasiis cymos dichotomos ferentibus, florum ♀ e pleiochasiis racemiformibus compositae. Flores perparvi, pedicellis pubescentibus et minutissime glandulosis. —

Species 1: D. vulgaris Hamilt. mss., ed. Don, Dav., in Prodr. Fl. Nepalens., 1825, p. 249 („D. oppositifolia Don" errore apud Baillon Hist. d. Pl. V, 1874, p. 428). — In Himalayae centralis et orientalis regione temperata.

Sitzung vom 1. Dezember 1888.

1. Herr E. Lommel macht eine Mittheilung „Ueber Phosphoro-Photographie des ultrarothen Spectrums".

2. Herr L. Radlkofer hält einen Vortrag „Ueber die Versetzung der Gattung Henoonia von den Sapotaceen zu den Solanaceen".

3. Herr W. v. Gümbel bringt zur Vorlage eine Abhandlung des auswärtigen Mitgliedes Prof. Dr. F. v. Sandberger in Würzburg „Ueber Lithionit-Granite mit besonderer Rücksicht auf jene des Fichtelgebirges, Erzgebirges und des nördlichen Böhmens".

4. Herr N. Rüdinger spricht „Ueber die Bildung der Bogengänge des inneren Ohrs".

Phosphoro-Phothographie des ultrarothen Spectrums

von E. Lommel.

(Mit Tafel V.)

(Eingelaufen 1. Dezember.)

Wird ein Spectrum auf der Oberfläche einer vorher zu schwachem Leuchten gebrachten phosphorescirenden Substanz, z. B. auf einem mit Balmain'scher Leuchtfarbe bestrichenen Schirm, aufgefangen, so wirken bekanntlich die verschiedenen Partien des Spectrums in sehr verschiedener

Weise auf die Substanz ein. Ein Theil der blauen und violetten, sowie ein Theil der ultravioletten Strahlen regen die Substanz zu erhöhtem Selbstleuchten an, die übrigen dagegen löschen das bereits vorhandene Phosphorescenzlicht mehr oder weniger aus, nachdem sie dasselbe zuerst zu hellerem Aufleuchten angefacht hatten.

Nach der Einwirkung erblickt man daher auf der phosphorescirenden Fläche ein eigenthümliches Bild, eine „Phosphorographie", des Spectrums, welches an den von den erregenden Strahlen getroffenen Stellen heller, an den Stellen aber, auf welche die auslöschenden Strahlen wirkten, dunkler ist als der schwachleuchtende Grund.

Bei der genannten Substanz beginnt die Auslöschung, wenn wir von dem brechbareren Ende des Spectrums gegen das weniger brechbare vorschreiten, schon im Blau bei $F\frac{1}{8}G$, bewirkt im Gelb ein erstes Maximum der Dunkelheit, ein zweites zu beiden Seiten der Linie A, endlich ein drittes und dunkelstes im Ultraroth zwischen den Wellenlängen 861 bis 942 μ. Zwischen diesen beiden letzteren Maximis, welche als breite dunkle Streifen sich darstellen, findet nur eine sehr geringe auslöschende Wirkung statt; die beiden dunklen Streifen erscheinen daher durch einen hellgebliebenen Zwischenraum von einander getrennt, das von Draper sogenannte „helle Rechteck (bright rectangle)".

Sehr bemerkenswerth ist, dass auch eine schmale Partie im Ultraviolett unmittelbar hinter der Linie H auslöschende Wirkung übt (Maximum der Dunkelheit bei $\lambda = 390\ \mu$), die noch brechbareren ultravioletten Strahlen von $\lambda = 375$ bis $\lambda = 345$ aber wieder lichterregend wirken, jedoch ein mehr grünliches Phosphorescenzlicht erzeugen, als die blauen und violetten Strahlen.

Sind in dem Spectrum, welches man auf der schwachphosphorescirenden Fläche entwirft, Lücken vorhanden, wie die Fraunhofer'schen Linien im Sonnenspectrum, so müssten sich

dieselben in dem hellen Theile der Phosphorographie, d. h. in dem Gebiete der erregenden Strahlen, dunkel auf hellem Grunde, in dem dunklen Theile aber, d. i. im Gebiete der auslöschenden Strahlen, hell auf dunklem Grunde abbilden.

Mit dem Auge sind diese Linien in dem lichtschwachen phosphorographischen Bilde nur schwer wahrzunehmen, und nur dann, wenn das Auge durch längeres Verweilen im Dunkeln empfindlich genug geworden ist.

Da aber das bläuliche Licht der phosphorescirenden Fläche reich ist an photographisch wirksamen Strahlen, so lässt sich das phosphorographische Spectrum einfach dadurch photographiren, dass man eine lichtempfindliche Trockenplatte (Bromsilbergelatine) auf die phosphorescirende Fläche legt. Die photographische Platte ist weit empfindlicher, als das Auge; sie erfasst und fixirt sofort alle Einzelheiten des phosphorographischen Bildes.

Diese Methode, das phosphorographische Spectrum zu photographiren, wurde bereits von Draper[1]) angewendet. Draper gibt jedoch an, dass eine Phosphorographie, und demnach auch ihr photographisches Bild, niemals scharf erscheinen, und keine feineren Linien zeigen kann, und zwar aus folgendem Grunde. Das von der Substanz ausgestrahlte blaue Phosphorescenzlicht ist selbst wieder fähig, die nämliche Substanz zum Leuchten anzuregen. Deckt man z. B. auf eine phosphorescirende Platte eine andere noch nicht erregte, so wird auch diese leuchtend. Auf einer und derselben phosphorescirenden Platte breitet sich daher die Lichtwirkung seitlich aus, und greift von den durch directe Strahlung leuchtend gewordenen Theilchen auch auf benachbarte Theilchen über, welche von erregenden Strahlen gar nicht getroffen wurden. In dem phosphorographischen Spectrum werden daher die dunklen Linien, welche auf dem hellen

1) Draper, Philos. Mag. (5) XI. 160. 1881.

Grunde erscheinen sollten, durch diese seitliche Wirkung der benachbarten leuchtenden Theilchen wieder zum Leuchten gebracht und sonach mehr oder weniger verwischt.

Dies gilt jedoch, wie ich gefunden habe, nur für das Gebiet der erregenden Strahlen, wo die Linien dunkel auf hellem Grunde erscheinen würden, nicht aber für das Gebiet der auslöschenden Strahlen. Die auslöschende Wirkung greift nämlich nicht nach seitwärts über, und die seitliche Ausbreitung der auf dunklem Grunde stehen gebliebenen hellen Linien wird durch die auslöschende Wirkung, welcher die Nachbartheilchen ausgesetzt sind, hinreichend im Schach gehalten.

Diese Beobachtung, welche ich insbesondere hinsichtlich der Linie *A* schon früher gemacht hatte[1]), liess erwarten, dass man auf dem Wege der „Phosphoro-Photographie" wenigstens im Auslöschungsgebiet, welches den weitaus grössten Theil des Spectrums einnimmt, und besonders im Ultraroth, dennoch scharfe Bilder der Fraunhofer'schen Linien erhalten könne.

Ich veranlasste daher einen meiner Schüler, Herrn L. Fomm, nach Draper's Methode das phosphorographische Bild des Spectrums zu photographiren. Die grösste Schwierigkeit bot die Herstellung möglichst ebener phosphorescirender Flächen. Herr Fomm hat diese Aufgabe mit grossem Geschick gelöst.

Der Erfolg entsprach jener Erwartung. Das hellleuchtende Gebiet der erregenden blauen und violetten Strahlen erscheint auf der photographischen Platte sehr dunkel, ohne scharfe Linien, das Auslöschungsgebiet dagegen hell mit den Fraunhofer'schen Linien, von $F\frac{1}{3}G$ abwärts bis ins Ultraroth, wo jedoch der für Auslöschung fast unempfindliche Zwischenraum, das helle Rechteck Dra-

1) Lommel, Wied. Ann. XX. 847. Taf. VII. Fig. 18. 1883.

per's, als ein breiter dunkler Streifen sich geltend macht. Die Eigenthümlichkeit der Substanz, für Strahlen dieser besonderen Brechbarkeit fast unempfindlich zu sein, erschwert die Abbildung von Linien, welche diesem speciellen Gebiete angehören. Der Umstand jedoch, dass auch in dieser dunkeln Region einige noch dunklere Linien wahrgenommen werden, beweist, dass auch hier noch auslöschende Wirkung, wenn auch in sehr geringem Grade, vorhanden ist.

Von den zahlreichen Aufnahmen des prismatischen Spectrums, welche gemacht wurden, sind auf der beigegebenen Tafel zwei in Photographiedruck unmittelbar nach den Originalplatten reproducirt. Das Spectrum Fig. 1 wurde mit einem Prisma aus Thalliumglas, dasjenige Fig. 2 mit einem Flintprisma erhalten. Ersteres erstreckt sich vom Ultraroth bis über die Linie D, letzteres bis über die Linie b hinaus.

Um die Linien im Ultraroth, welche theils in dem dunklen Gebiet, das in der Phosphorographie dem hellen Rechteck entspricht, theils in dem hellen Theil, wo das Hauptmaximum der Auslöschung liegt, sich zeigen, mit den vorhandenen Zeichnungen des ultrarothen Spectrums, insbesondere mit denjenigen Becquerel's[1]) und Abney's[2]), vergleichen zu können, wurde folgendes Verfahren eingeschlagen. Da die Brechungscoefficienten des Prismas für die sichtbaren Fraunhofer'schen Linien bekannt waren, konnten diejenigen im Ultraroth unter der Voraussetzung, dass die Abstände der Linien im Spectrum (das Prisma war bei der Aufnahme für die Linie A auf das Minimum der Ablenkung eingestellt) den Differenzen ihrer Brechungscoefficienten proportional sind, leicht berechnet werden.

1) Becquerel, Ann. chim. phys. (5) XXX. p. 5. 1883.

2) Abney, Philos. Transact. Vol. 171. p. 653. 1880. Vol. 177. p. 457. 1887.

Nun haben Herr Wüllner[1]) und ich[2]) gezeigt, dass die Dispersionsformel

$$n^2 - 1 = \frac{a + b\lambda^2}{1 - \frac{\lambda_0^2}{\lambda^2}}$$

ihre für die sichtbaren Strahlen schon früher erprobte Giltigkeit auch im Ultraroth bewahrt, so dass aus ihr nicht nur für jede gegebene Wellenlänge der zugehörige Brechungscoefficient, sondern auch, wenn die Brechungscoefficienten bekannt sind, die zugehörigen Wellenlängen ermittelt werden können.

So ergaben sich für die mit den entsprechenden Buchstaben (Fig. 1) bezeichneten Stellen im ultrarothen Spectrum die folgenden Wellenlängen:

A	760	π	901—910
X_2	857	ϱ	912—927
X_3	869	σ	937—950.

Können diese Zahlen in Anbetracht ihrer indirecten Herleitung einen Anspruch auf grosse Genauigkeit nicht erheben, so genügen sie doch, um die in unserem Spectrum vorkommenden Linien und Liniengruppen mit denjenigen, welche Abney in seinen nach directer Photographie mittels Bromsilberemulsion angefertigten Zeichnungen des ultrarothen Spectrum mit den gleichen Buchstaben bezeichnet hat, als identisch erkennen zu lassen. Bei Abney finden wir nämlich:

A	760	π	905
X_2	854,2	ϱ	930
X_3	866,1	σ	950

Auch im allgemeinen Aussehen stimmt unser ultrarothes Spectrum sehr gut überein mit der Zeichnung, welche Ab-

---

1) Wüllner, Sitzungsber. d. k. bayer. Ak. d. Wiss. XIV. p. 245. Wied. Ann. XXIII. p. 306. 1884.

2) Lommel, Sitzungsber. d. k. bayer. Ak. d. Wiss. XVI. p. 283. 1886. Wied. Ann. XXX. p. 473. 1887.

ney von dem prismatischen Spectrum gibt. Die Linien X_2 und X_3 sind wie in der Abney'schen Zeichnung Einzellinien; auch die von Abney mit Z bezeichneten Linien finden sich auf einigen Platten (Fig. 2) innerhalb des dunklen Raumes angedeutet. Die Linien π, ϱ, σ erscheinen wie bei Abney als Liniengruppen, zu deren Auflösung stärkere Dispersion nöthig wäre. Dagegen gelang es mir nicht, unser Spectrum mit der Zeichnung, welche Becquerel nach einer Phosphorographie auf hexagonaler Blende (künstlich dargestelltem Wurtzit) entwarf, in vollen Einklang zu bringen. Für Linien, welche dem Aussehen und der Gruppirung nach mit den unsrigen etwa übereinstimmen würden, findet man bei Becquerel ganz andere Wellenlängen angegeben.

Ueber die Wellenlänge 950 reicht unser Spectralbild nicht hinaus, weil, wie es scheint, die Balmain'sche Leuchtfarbe für Strahlen grösserer Wellenlänge nicht hinreichend empfindlich ist. Es findet sich eben in demselben nicht nur die Beschaffenheit der Sonnenstrahlung, sondern daneben auch das merkwürdige optische Verhalten der benutzten phosphorescirenden Substanz ausgeprägt.

Lassen sich die beigegebenen Spectralbilder des weniger brechbaren und insbesondere des ultrarothen Spectrums, was die Ausdehnung und die Fülle der Linien betrifft, den grossen Abney'schen Tafeln, welche das Gitterspectrum wiedergeben, auch nicht an die Seite stellen, so dürfen sie doch als die ersten bezeichnet werden, in welchen der Habitus des ultrarothen Spektrums, ohne Dazwischenkunft der Hand eines Zeichners, gleichsam in Naturselbstdruck veröffentlicht wird.

Die Versuche, nach dieser Methode das ultrarothe Spectrum zu photographiren, insbesondere auch das Gitterspectrum, werden im physikalischen Institut der Universität fortgesetzt.

Ueber die Versetzung der Gattung Henoonia von den Sapotaceen zu den Solanaceen

von L. Radlkofer.

(Eingelaufen 1. Dezember.)

Die von Grisebach im Jahre 1866 nach Materialien von Ch. Wright aus Cuba aufgestellte und den Sapotaceen zugewiesene Gattung *Henoonia* ist nach der im Folgenden darzulegenden Untersuchung der im Herbarium Grisebach befindlichen authentischen Exemplare in die Familie der Solanaceen zu übertragen.

Auch an dieser Richtigstellung hat, wie an der jüngst erst zur näheren Darlegung gebrachten von *Dobinea* Ham.[1]) und wie an der Mehrzahl der in meinen früheren Schriften schon bewerkstelligten [2]), die anatomische Methode

1) Siehe diese Sitzungsberichte 1888 p. 385—395.

2) Sie sind, soweit sie nicht bloss Arten, sondern Gattungen betreffen, im Index Durand, 1888, zum Theile im Texte selbst, zum Theile in den Addendis unter Angabe der betreffenden Originalstellen aufgeführt, zugleich mit solchen, über welche das Nähere erst noch zu berichten ist und in Bälde zur Mittheilung kommen soll. Es gehören zu den letzteren namentlich die aus der Familie der Sapindaceen auszuschliessenden Gattungen *Akania*, *Alvaradoa*, *Aitonia*, *Ptaeroxylon* und *Huertea*, mit deren Betrachtung auch die Stellung der aus dem Verwandtschaftskreise der genannten Familie ebenfalls auszuschliessenden Meliantheen und Staphyleaceen eine entsprechende Beleuchtung unter Berücksichtigung der anatomischen Verhältnisse finden wird.

den Hauptantheil, und auch diessmal führte ihre Anwendung auf die Vegetationsorgane allein schon zum Ziele, wodurch ihre Leistungsfähigkeit auf das hellste beleuchtet wird. Die Leistungsfähigkeit der anatomischen Methode zeigt sich in dem gegenwärtigen Falle zugleich in um so günstigerem Lichte, als es ohne sie kaum gelungen sein würde, für die Deutung der Gattung *Henoonia* als einer Solanacee bei den mannigfachen vom Typus der Solanaceen abweichenden Charakteren derselben die volle Ueberzeugung zu gewinnen. —

Wie bei *Dobinea* war so zu sagen mit dem ersten Querschnitte des Zweiges auch für *Henoonia* die Frage nach ihrer Stellung im Systeme so gut wie entschieden.

Ein solcher Querschnitt liess nämlich auf den ersten Blick ebenso das Vorhandensein von innerem (markständigem) Weichbaste erkennen als das Vorkommen von sogenanntem Krystallsande in besonderen Zellen des dünnwandigen Parenchyms.

Diese beiderlei Verhältnisse finden sich gleichzeitig nach unseren gegenwärtigen Kenntnissen (sieh die betreffenden Zusammenstellungen bei Solereder, über den systematischen Werth der Holzstructur bei den Dicotyledonen, 1885, p. 28 u. 42) nur bei einem guten Theile der Solanaceen (mit Krystallsand in der primären und secundären Rinde, im Marke und im Blatte) und bei gewissen Thymelaeaceen (bei *Lachnaea buxifolia* Lam. mit Krystallsand im Marke und im Blatte; ferner bei *Chymococca empetroides* Meisn., *Funifera utilis* Leandro und *Drimyspermum ambiguum* Meisn. in Rinde und Mark — nach noch nicht veröffentlichten Untersuchungen Solereder's über die Zweigstructur), für welch letztere aber, ganz abgesehen von den Charakteren der Blüthe und des Habitus, zugleich das Auftreten reichlicher seidenartiger Bastfasern durch die ganze secundäre Rinde hindurch charakteristisch ist, während bei

Henoonia nur weit auseinander gerückte kleine Gruppen von dickwandigem Baste und nur an der Grenze von primärer und secundärer Rinde sich finden.

Somit war durch die blosse Untersuchung eines Zweigquerschnittes die grösste Wahrscheinlichkeit gewonnen, dass *Henoonia* nicht eine Sapotacee, sondern eine Solanacee sei — eine an Gewissheit grenzende Wahrscheinlichkeit, doch noch nicht die Gewissheit selbst — denn soweit ist ja die anatomische Methode, trotz der zahlreichen Förderer, die sich dieselbe bereits gewonnen hat, noch nicht durchgebildet, dass als schon feststehend betrachtet werden könnte, eine Combination der oben angeführten beiden Structureigenthümlichkeiten sei für jede andere Familie als die der Solanaceen und Thymelaeaceen ausgeschlossen. Es lag vielmehr die Frage nahe, ob nicht bei irgend einer Familie, für welche bisher nur die eine jener Structureigenthümlichkeiten nachgewiesen war, auch die andere innerhalb einer engeren oder weiteren, darauf zufällig noch nicht geprüften Gruppe von Gliedern vorhanden sei, und es war somit durch die weitere Untersuchung zu eruiren, ob *Henoonia* auch in ihren übrigen Verhältnissen mit den Solanaceen genügende Uebereinstimmung zeige, um als solche betrachtet werden zu können oder ob sie darnach vielmehr mit einer jener anderen Familien, für welche vorderhand nur eine der erwähnten Structureigenthümlichkeiten bekannt geworden ist, wie z. B. gerade für die Sapotaceen das Vorkommen von Krystallsand nach einer Angabe von Möller über die Monesia-Rinde[1]), mehr Zeichen natürlicher Verwandtschaft gemein habe.

---

1) Sieh Möller, Anatomie der Baumrinden, 1882, p. 194. — Die Nachuntersuchung einer von Gehe bezogenen Probe der bekanntlich von einer Sapotacee (*Pradosia lactescens* m. in Durand Ind. Gen. 1888, p. 501 — sphalmate „*P. lutescens*“ — cum synonymis: *Pometia lactescens* Vell., 1825; *Chrysophyllum Buranhem* Riedel, 1839; *Chry-*

Ich will in der folgenden Darlegung dem Leser nicht die ganze Reihe jener Mühseligkeiten zu kosten geben, welche durchzumachen waren, um die eben erwähnten Fragen in ausreichender Weise zu beantworten, und will ihn auch nicht fühlen lassen, welche Schwierigkeiten zu überwinden waren, um von den irrigen Beobachtungen, welche die Einstellung der in Rede stehenden Pflanze bei den Sapotaceen veranlasst hatten, wie namentlich die vermeintliche Epipetalie der Staubgefässe, zu dem wahren Sachverhalte zu gelangen.

Diese Schwierigkeiten waren um so grösser, als das Material ein ausserordentlich mangelhaftes war.

Schon Grisebach hat darüber geklagt, dass ihm vollentwickelte Blüthen nicht zu Gebote standen, sondern einerseits nur jugendliche Blüthenknospen und andererseits jüngere oder ältere Entwickelungszustände der Frucht („floris structura ex gemmis minutissimis aut ovario post anthesin observatis nondum patet" Catal. Pl. Cubens. 1866, p. 167). Seitdem war das mir durch Herrn Prof. Peter gütigst zur Verfügung gestellte Material des Herb. Grisebach auch noch durch eine andere Hand gegangen, durch die Hand Pierre's nämlich, welcher Zeichnungen einer analysirten Blüthenknospe und eines in der Fortbildung befindlichen Frucht-

---

sophyllum glycyphloeum Casar., 1842; *Lucuma glycyphloea* Mart. & Eichl., 1863; *Pradosia glycyphloea* Liais, 1872; *Pouteria lactescens* Radlk. 1881) herrührenden Monesia-Rinde ergab eine Bestätigung der Angabe Möller's, jedoch mit dem Unterschiede, dass der Krystallsand nur in vereinzelten Zellen des Bastparenchyms zu finden war, während nach Möller das Bastparenchym „ziemlich reichlich mit Krystallsand erfüllt" sein soll. Reichlich erfüllt zeigte sich dagegen das Bastparenchym mit Stärke, deren Möller keine Erwähnung gethan hat. In allen übrigen Punkten stimmte die Rinde von Gehe ganz mit den Angaben von Möller überein, so dass kein Zweifel über ihre Identität mit Möller's Monesia-Rinde besteht.

knotens aus einer ihrer Blumenkrone bereits entledigt gewesenen Blüthe dem Herb. Grisebach einverleibt hat.

Mir war so von Blüthenmaterial ausser ein Paar der allerjüngsten Blüthenknospen nichts geblieben als das, was schon Anderen zur Analyse gedient hatte.

Aber auch über diese Schwierigkeit half das anatomische Messer hinweg, und es war vielleicht gerade der Umstand ein günstiger, dass hier an ein anderes Studium der Blüthe, als das an successiven Querschnitten derselben unter dem Mikroskope, nicht mehr zu denken war.

An derartigen Querschnitten liess sich nämlich mit aller nur wünschenswerthen Deutlichkeit erkennen, dass bei gleicher Zahl (Fünfzahl) der Blumenkronentheile und der Staubgefässe, die letzteren mit den ersteren regelmässig alterniren, nicht also, wie Grisebach angegeben hatte, und wie Pierre in Uebereinstimmung mit dieser Angabe in der erwähnten Zeichnung dargestellt hatte[1]), epipetal sind. Nur wenn auf 5 Kronentheile (denen gelegentlich, wie hier nebenbei erwähnt sein mag, 6 Kelchtheile vorausgehen) nur 4 Staubgefässe folgen, wie ich das bei einer der Blüthenknospen beobachtet habe, findet eine Verschiebung der Staubgefässe in soweit statt, dass die dem fehlenden benachbarten den durch jenes frei-

1) Es darf diess hier wohl erwähnt werden, da ja die Folge davon, die Erhaltung der Gattung *Henoonia* in ihrer Stellung bei den Sapotaceen durch Pierre ihren Weg bereits in die Oeffentlichkeit gefunden hat, nämlich in einer systematischen Uebersicht der Sapotaceen, welche Pierre als vorläufiges Resultat seiner Studien über diese Familie an L. Planchon mitgetheilt hat und welche dieser mit Erlaubniss Pierre's seiner vor kurzem erschienenen Schrift über die Producte der Sapotaceen (Montpellier 1888) einverleibt hat. In dieser Uebersicht ist *Henoonia* in der Tribus der Sideroxyleen und unter *Sideroxylon* selbst nach Art eines Synomymes angeführt.

gelassenen Raum für ihre Entwicklung ausnützen und desshalb nahezu vor zwei Kronentheile zu stehen kommen.

Doch über Blüthe und Frucht mag das Weitere später folgen.

Für jetzt kehre ich zurück zu den anatomischen Verhältnissen, um zuerst aus diesen die Natur der in Rede stehenden Pflanze ersichtlich zu machen.

Dabei begnüge ich mich, ohne den Leser die gemachten Umwege selbst auch durchmachen zu lassen, in Kürze nur das zusammenzustellen, was zur Befestigung der gleich Anfangs, wie berichtet, aus der Beobachtung des inneren Weichbastes und des Krystallsandes gewonnenen Wahrscheinlichkeit, dass Henoonia zu den Solanaceen und nicht zu den Sapotaceen zu rechnen sei, besonders beigetragen hat.

Es ist das Folgendes:

1. Nirgends, weder bei der Untersuchung von Axe und Blatt, noch bei der daran angeschlossenen mikroskopischen Untersuchung der Blüthe (im Knospenzustande) und der Frucht zeigte sich ein den Milchsaftschläuchen der Sapotaceen entsprechendes Organ.

2. An keinem Theile waren die den Sapotaceen eigenen zweiarmigen Haare bemerkbar.

3. Dagegen finden sich, wie sie den Solanaceen im allgemeinen zukommen, gegliederte, einreihige Haare, deren Endglied hier aus einer stärker verdickten, zugespitzten Zelle besteht, während die übrigen Glieder dünnwandig sind. Nicht selten ist bei *Henoonia* nur eine solche dünnwandige Gliederzelle vorhanden, eingeschoben zwischen eine kurze und schmale Stielzelle und die Endzelle, eine Art Gelenkzelle bildend, welche die Endzelle dadurch zum Anschmiegen an das behaarte Organ bringt, dass sie an der äusseren (vom Organe abgewendeten) Seite stärker als an der inneren entwickelt ist. Ein besonderer gelber Inhalt

zeichnet diese Gelenkzellen aus, wie das nicht selten auch für die eine oder andere Gliederzelle der Solanaceen-Haare überhaupt der Fall ist. An den Blüthentheilen erscheinen diese Haare durch gänzliches Fehlen der Gliederzellen und Reducirung auf die spitze Endzelle noch mehr vereinfacht. Die weitest gehende Vereinfachung endlich zeigen an der oberen Blattfläche auftretende kurze Haare, welche mit ihrer Basis zu einer an Grösse den übrigen nachstehenden Epidermiszelle sich erweitern und, wie sonst die Stiele der Haare, nur eine enge Protuberanz dieser Epidermiszellen darstellen, gleichsam also spitzig gewordene und nun für sich allein das Haar bildende Haarstiele.

4. Die den Solanaceen ebenfalls ganz allgemein zukommenden Drüsenhaare mit einem aus einer einfachen Zellreihe bestehenden Stiele und wenigzelligem Köpfchen finden sich auch bei Henoonia, namentlich an der Unterseite der Blätter. Den Sapotaceen dagegen fehlen, soviel bis jetzt bekannt, solche Drüsenhaare gänzlich.

5. Die Epidermiszellen des Blattes sind an dessen Oberseite, wie gewöhnlich bei den Solanaceen, mit wellig gebogenen, buchtigen Seitenrändern versehen, was übrigens auch bei manchen Sapotaceen der Fall ist (z. B. *Pouteria Caimito* Radlk.).

6. Nahe der Epidermis findet sich an beiden Seiten des Blattes, wie nach dem gleich eingangs Bemerkten im dünnwandigen Parenchyme des Zweiges, und wie das unter den Solanaceen z. B. auch für *Lycium* der Fall ist, Krystallsand in besonderen Zellen. In der Mitte desselben ist hier gewöhnlich eine Krystalldruse eingebettet, ein gleichzeitiges Vorkommen von Krystallsand und Krystalldrusen, welches meines Wissens bisher noch nirgends die entsprechende Hervorhebung gefunden hat, welches übrigens auch anderen Solanaceen nicht fremd zu sein scheint. Ein Beispiel hiefür liefert der Blattstiel von *Datura Stramonium*,

für welchen schon Vesque ein gleichzeitiges Vorkommen von Krystalldrusen und Einzelkrystallen mit Krystallsand erwähnt hat, ohne sich jedoch deutlich darüber auszusprechen, ob es sich dabei um ein gleichzeitiges Auftreten in derselben Zelle[1]) oder nur in demselben Organe, aber in besonderen Zellen, handle (sieh Vesque, Charactères des Gamopétales etc., Ann. Sc. nat., VII. sér., I, 1885, p. 301). Auch der letzt gedachte Fall scheint kein häufiger zu sein und scheint für die betreffenden Pflanzen etwas Charakteristisches darzustellen. Er findet sich nach Möller (Anatomie der Baumrinden, 1882, p. 323, 422 und 433 Anmerkung) bei *Simaruba excelsa* DC. (Zellen mit Drusen und Zellen mit Einzelkrystallen neben solchen mit Krystallsand), bei *Sambucus*, *Tectonia* und der oben (pag. 407) bereits erwähnten, früher auf *Chrysophyllum* bezogenen Monesia-Rinde (Zellen mit Einzelkrystallen neben solchen mit Krystallsand).

7. Der auf der inneren Seite der Gefässbündel befindliche (markständige) Weichbast ist bei *Henoonia*, wie das namentlich bei den Solanaceen der Fall ist (sieh Solereder, Holzstructur etc. p. 31), von Hartbastfasern begleitet.

8. Der innere Weichbast findet sich auch an den in einen Kreis gestellten, eine kleine Höhlung umschliessenden Gefässbündeln des Mittelnerven im Blatte, auch hier von einzelnen Hartbastfasern be-

1) Ein derartiges Auftreten in ein und derselben Zelle kam auch bei der oben schon erwähnten Thymelaeacee *Drimyspermum ambiguum* Meisn. zur Beobachtung. Es finden sich hier in der primären Rinde neben Zellen mit je einer Krystalldruse auch solche, welche zugleich Krystallsand enthalten, und in ähnlicher Weise in der secundären Rinde und im Marke neben Zellen, welche je einen säulenförmigen Krystall umschliessen, auch solche, welche überdiess noch Krystallsand führen; ausserdem im Marke auch noch Zellen mit Krystalldrusen.

gleitet. Ein durchaus übereinstimmendes Verhalten zeigten mir unter den Solanaceen daraufhin untersuchte Arten der Gattung *Cestrum*. Andere Solanaceen, wie Arten von *Lycium*, verhalten sich anders.

9. Was die Holztheile der Gefässbündel des Zweiges betrifft, so sind die Zwischenwände der Gefässe bei *Henoonia* mit einer einfachen runden Durchbrechung versehen, wie das bei den Solanaceen der Fall ist. Leiterförmige Durchbrechungen, wie sie bei manchen Sapotaceen, namentlich in der Nähe des primären Holzes, beobachtet worden sind (sieh Solereder l. c. p. 167), sind nicht vorhanden.

Das Holzparenchym ist nicht, wie bei den Sapotaceen in tangentiale Binden geordnet.

Das Holzprosenchym ist nicht, wie bei den Sapotaceen, mit einfachen Tüpfeln versehen, sondern mit Hoftüpfeln, wie das unter den Solanaceen für die Abtheilungen der Atropeen (*Lycium* etc.), Cestrineen und Salpiglossideen der Fall ist (sieh Solereder l. c. p. 193).

10. Die Bildung des Korkes, welcher von weisser Farbe ist, wie bei den Arten von *Lycium* und *Cestrum*, nimmt ihren Anfang in der äussersten Rindenzellenlage, wie das nach Möller (Anatomie der Baumrinden, 1882, p. 177) auch bei *Cestrum*, nicht bei *Lycium* stattfindet.

11. Die Pflanze besitzt, wie schon eingangs erwähnt, kleine Gruppen von Hartbastfasern an der Grenze der primären und secundären Rinde — im sogenannten primären Baste. Primäre Bastfasern besitzt auch *Cestrum*; bei *Lycium* und anderen Solanaceen fehlen sie.

Alle diese Momente enthalten übereinstimmend eine Bestätigung für die aus der Beobachtung des markständigen Weichbastes und des Vorkommens von Krystallsand in der Rinde gewonnene Ansicht, dass *Henoonia*

nicht zu den Sapotaceen, vielmehr zu den Solanaceen zu rechnen sei.

Aber nicht bloss das, sondern es enthalten diese Momente auch schon deutliche Fingerzeige, an welcher Stelle in der Familie der Solanaceen, bei welcher Tribus und neben welcher Gattung *Henoonia* ihren Platz zu finden habe — nämlich in der Tribus der Cestrineen und zwar neben *Cestrum* selbst, obwohl der Habitus der Pflanze, von welchem bisher noch nicht die Rede war, und durch welchen die Pflanze zunächst an gewisse Arten der Gattung *Lycium* erinnert, weit mehr als an die von Grisebach damit verglichene Myrsineen- (resp. Theophrasteen-) Gattung *Monotheca* A. DC. (das ist *Reptonia* A. DC. mit der einzigen, dem arabisch-bactrischen Gebiete angehörigen Art *R. buxifolia* A. DC.) eine noch nähere Beziehung zu *Lycium* als zu *Cestrum* vermuthen lassen möchte, und obwohl auch hinsichtlich des Auftretens des Krystallsandes *Henoonia* sich in Uebereinstimmung mit *Lycium* befindet, während nach den bisherigen Untersuchungen Krystallsand bei der Gattung *Cestrum* fehlt.

Für die Zugehörigkeit zu den Cestrineen und die nahe Verwandtschaft mit *Cestrum* selbst nun spricht nach dem Vorhergehenden ebenso, wie, abgesehen von dem zunächst zu nennenden Momente, gegen eine nähere Beziehung zu *Lycium*, das hofgetüpfelte Holzprosenchym, das Auftreten von primären Hartbastfasern, die Bildungsweise des Korkes und die so ganz mit *Cestrum* übereinstimmende Structur der Mittelrippe des Blattes.

Dafür sprechen aber zugleich auch gewisse Eigenschaften der Blüthe und der Frucht, auf deren Betrachtung uns dieser Umstand nun hinüberleitet und in denen sich, wie einerseits zu *Cestrum*, so andererseits zu der mit *Cestrum* selbst wieder zunächst verwandten Gattung *Götzea* nahe Beziehungen zu erkennen geben.

Dabei sehe ich übrigens für *Götzea* von Grisebach's angeblich verbessertem Gattungscharakter ab, da die Grundlage zu den von Grisebach im Catal. Pl. Cubens., 1866, p. 190 vorgenommenen Aenderungen, die als *Götzea amoena* von Grisebach bezeichnete Pflanze, nach dem von ihm beigefügten Synonyme „*Espadaea* Rich. Cub. t. 65" und nach den Bemerkungen in Benth. Hook Gen. II, p. 1148 und 1244 nichts anderes ist, als die wahrscheinlich zu den Verbenaceen gehörige *Espadaea amoena* A. Rich. Flor. Cubens., 1845—55, tab. 65.

Ich hebe in der besagten Hinsicht Folgendes hervor.

1. Der Kelch von *Henoonia* ist röhrig-glockig mit in der Regel 5-zähnigem Saume, unter der Frucht zerschlitzt — in allen diesen Stücken dem von *Cestrum* durchaus ähnlich. Mitunter tritt derselbe aber auch sechsgliederig auf, dadurch dem von *Götzea* sich nähernd, wobei dann der eine Kelchtheil kleiner und schmäler ist als die übrigen. Auch die Nervation des Kelches ist der bei *Götzea* (nach der Zeichnung von Wydler, Linnaea, V, tab. VIII, fig. d) ähnlich, ähnlicher als der von *Cestrum*, indem sich, wie bei der Untersuchung von der Innenseite deutlich zu sehen ist, für jeden Kelchtheil von dem Mittelnerven an dessen Basis oder noch vor dessen Eintritt in den Kelchtheil beiderseits ein starker Randnerv abzweigt, mit welchem der Mittelnerv durch kleine Seitennerven in Verbindung steht. Bei *Cestrum* pflegen dem Rande, resp. der Verwachsungsstelle der Kelchtheile zustrebende Seitennerven erst viel höher und in viel geringerer Stärke zur Abzweigung zu kommen oder auch ganz zu fehlen.

2. Die Blumenkrone scheint stets nur fünfgliedrig zu sein, auch bei sechsgliedrigem Kelche. Der eine Kronentheil erscheint im letzteren Falle etwas verbreitert und nimmt, während die übrigen mit den Kelchtheilen alterniren, auch den Raum vor dem überzähligen Kelchtheile ein. Zugleich

ist derselbe, während die übrigen Kronentheile in der Blüthenknospe nur einen medianen Nerven besitzen, von zwei Nerven durchzogen, welche den Raum vor dem Mittelnerven des überzähligen Kelchblattes frei lassen und so zu sagen diesem Nerven durch seitliche Stellung (wahrscheinlich schon in dem Blüthenstiele) ausweichen. Der ausgewachsenen Blumenkrone kommt nach dem einzigen im Hb. Grisebach vorhandenen, unter den Resten früherer Analysen vorgefundenen und der Behaarung gemäss sicher hieher gehörigen Fragmente eine Röhre von 2 mm Länge zu. Von den Lappen des Saumes fand sich nur einer mehr vor, abgelöst von der Röhre (wahrscheinlich sammt einem Stücke dieser), 4 mm lang, 1,5 mm breit, auf der Aussenseite kurz und fein filzig. Die Frage nach gleicher oder ungleicher Länge und Breite der Kronenlappen, oder mit anderen Worten, nach regelmässiger oder symmetrischer Gestaltung der Krone war an diesen Fragmenten nicht mehr mit Sicherheit zu entscheiden. Der Blüthenknospe nach scheint die Krone actinomorph zu sein.

3. Das Andröcium erscheint in der Regel mit der Krone gleichgliedrig und seine Glieder, wie schon oben im Gegensatze zu den Angaben von Grisebach und Pierre bemerkt worden ist, mit den Kronentheilen alternirend[1]);

---

1) Ich will nicht unbemerkt lassen, dass es nach den Worten und Zeichnungen von Wydler (Linnaea V, 1830, p. 424, tab. VIII) scheinen könnte, als seien bei *Götzea* die Staubgefässe epipetal, das heisst den Kronentheilen gegenüberstehend. Derselbe gibt nämlich an: „Stamina sex, epipetala, basi corollae inserta, maxima parte libera, exserta". Aber hier soll das Wort „epipetal" wohl nur die Verwachsung der Staubgefässe mit der Blumenkrone hervorheben, und das Weitere den Ort und die Erstreckung der Verwachsung näher bestimmen. Dass ferner der Zeichner bei der von innen (nicht auch bei der von aussen) dargestellten, aufgeschlitzten Krone die Staubgefässe vor die Kronentheile gelegt hat, ist wohl nur ein Zufall. Mit Recht scheinen Benth. & Hook. in Gen. II, p. 1244 darüber hinweggegangen zu sein.

doch kommt auch eine Verminderung der Staubgefässe auf 4 vor, wobei zwei, wie schon oben erwähnt, in der Knospe annähernd vor 2 Kronentheile treten und darin scheint sich eine Neigung zu symmetrischer Blüthenbildung kund zu geben, was auf eine intermediäre Stellung der Gattung zwischen den Cestrineen und den Salpiglossideen hindeuten würde. Die Staubgefässe scheinen nach dem Verhalten des schon vorher erwähnten Restes einer entwickelten Blumenkrone den Schlund dieser zu überragen und 4 mm Länge zu besitzen. Zwei abgefallene Antheren zeigten spitz-eiförmige Gestalt mit einer herzförmigen Bucht an der Basis und ein ziemlich dickes Connectiv mit vielen netzförmig verdickten Zellen in demselben, worin sich wieder eine Annäherung an die Verhältnisse bei der Gattung *Cestrum* erkennen lässt.

4. Das Gynöcium zeigt in so ferne erhebliche Abweichungen von den bei den Solanaceen im allgemeinen vorkommenden Verhältnissen, als dasselbe einfächerig ist und nur eine einzige an dem untersten Theile der Fruchtwand befestigte, aufsteigende und, so viel sich erkennen liess, mehr gekrümmte als anatrope Samenknospe besitzt, mit an der Basis befindlicher Micropyle, welche Samenknospe sich zu einem als eiweisslos bezeichneten Samen entwickelt mit geradem aufrechtem Keimling, dessen Cotyledonen ziemlich flach und breit sind und dessen Würzelchen kurz und an der Basis des Samens gelegen ist.

Für diese Verhältnisse scheinen sich übrigens doch, wenigstens grossentheils, unter den Solanaceen Seitenstücke zu finden, theils bei der Gattung *Cestrum*, theils bei *Götzea*, so dass dadurch die in ihnen gelegene Anomalie wesentlich abgeschwächt wird und nicht mehr als ein Hinderniss erscheint für die Einreihung der Gattung bei den Solanaceen.

So findet sich eine ganz übereinstimmende Gestalt und Lagerung des Embryo bei Arten von *Cestrum*, bei welcher Gattung auch die Frucht gelegentlich einsamig ist, gleich-

wie auch bei *Götzea* und bei Arten von *Lycium*; vereinzelte Samenknospen weiter finden sich wenigstens für jedes Fach des allerdings zweifächerigen Fruchtknotens wahrscheinlich auch bei *Götzea*, gemäss der fragweise ausgesprochenen Angabe von Wydler, und sicher bei *Sclerophylax*, bei diesen beiden Gattungen aber allerdings nicht in aufsteigender, sondern in hängender Lage. Aufsteigend aber, mit nach unten gekehrter Micropyle, sind die auch nur in geringer Zahl auftretenden Samenknospen von *Cestrum*.

Was weiter noch von besonderer Wichtigkeit ist — der Same von *Henoonia*, welchen Grisebach als eiweisslos bezeichnet hat, entbehrt doch wohl nicht gänzlich des Endospermes, wie es auf den ersten Blick allerdings den Anschein hat. Bei einem schon einmal der Untersuchung von anderer Seite unterworfen gewesenen Samen fanden sich nämlich unter dem Mikroskope zwischen den Cotyledonen im befeuchteten Zustande gallertartige Reste eines sogenannten Albumen deliquescens, welche an dem in Wasser erweichten Samen einer jüngeren Frucht auch dem unbewaffneten Auge sich deutlich zu erkennen gaben.

Mit dieser Wahrnehmung ist wohl das Haupthinderniss, welches einer Anerkennung der Gattung *Henoonia* als Glied der Solanaceen sich hätte entgegenstellen können, beseitiget.

Als hauptsächlichste Anomalie bleibt also nur mehr die Einfächerigkeit des Fruchtknotens bestehen, welche Anomalie aber unter den Sapotaceen keine geringere gewesen wäre, als sie es unter den Solanaceen ist. Und wenn man ihr dort die nahe Verwandtschaft der Sapotaceen mit den Myrsineen hilfreich zur Seite stellen wollte (sieh Grisebach l. c. p. 116 „Genus Sapoteas cum Myrsineis connectens“ und p. 167: „in Sapoteis ovario ad structuram Monotheca etiam simpliciorem reducto anomalum“), so kann nunmehr mit ebenso viel Recht auf die nahe Ver-

wandtschaft der Solanaceen mit den Scrophularineen hingewiesen werden, bei welchen ein wenigstens nur unvollständig zweifächeriger Fruchtknoten bei mehr als einer Gattung sich findet *(Limosella, Glossostigma).* Bei *Henoonia* scheint überdiess der einfächerige Fruchtknoten, wie aus der nicht ganz centralen Stellung des an der Frucht sich findenden, etwas gekrümmten Schnabels zu schliessen ist, aus einem Fruchtblatte gebildet zu sein, nicht aus einem Kreise von Fruchtblättern, wie bei den Myrsineen, denen zugleich eine centrale Placenta zukommt, während diese bei *Henoonia* deutlich eine an der Basis des Fruchtknotens seitenständige ist. All das lässt sich viel leichter aus einer schon in der Blüthe, anstatt wie bei *Götzea* (nach den Angaben von Wydler), während der Fruchtbildung auftretenden Verkümmerung des einen der den Solanaceen gewöhnlich zukommenden zwei Fruchtblätter, resp. Fruchtfächer, erklären, als die Bildung eines solchen Fruchtknotens, wie ihn *Henoonia* zeigt, aus einem ganzen Kreise von Fruchtblättern unter Ausbleiben der Scheidewandbildung nach Art desjenigen der Myrsineen. Ausserdem ist bei der nahen Verwandtschaft der Solanaceen und Scrophularineen von Bedeutung, dass auch bei den letzteren das Albumen gelegentlich nur sehr spärlich auftritt oder, den Angaben der Autoren gemäss, geradezu auf Null reducirt ist (sieh Benth. Hook. Gen. II, p. 913, 915).

Es sei dem über die Blüthentheile Gesagten, um auch ein denselben gemeinsames anatomisches Moment gebührend hervorzuheben, noch hinzugefügt, dass in ihrem Gewebe (dem Befunde an der Blüthenknospe gemäss) reichlich Zellen mit Krystallsand eingelagert sind, wie in Axe und Blatt, ein Verhalten, das dem anderer Solanaceen vollkommen entspricht. —

Ich schliesse diese Betrachtung, indem ich die mitgetheilten Beobachtungen in eine kurze Charakteristik der

Pflanze zusammenfasse und indem ich für die Besitzer der Sammlung von Wright noch die Bemerkung beifüge, dass unter derselben Nummer 2940, welche von Grisebach im Cat. Plant. Cub. für *Henoonia* angegeben ist — dem Ausweise des Hb. Grisebach gemäss aber nur in Folge eines Druckfehlers statt „2930" — auch *Forestiera cassinoides* Poir. zur Ausgabe gelangt ist, was zur Vermeidung oberflächlicher Verwechslungen nicht ausser Acht zu lassen ist.

Die Charakteristik ist folgende:

Henoonia Griseb. (Cat. Pl. Cub., 1866, p. 166), Solanacearum genus germine 1-loculari anomalum: Calyx rufescenti-tomentellus, parvus, tubuloso-campanulatus, 5 (—6)-dentatus, aestivatione valvatus vel subapertus, sub fructu demum fissus. Corolla extus puberula, 5-loba, lobis valvatis. Stamina corollae tubo adnata, lobis alterna, breviter exserta; antherae cordato-ovatae, acutae, introrsae, connectivo crassiusculo subapiculato. Germen superum, ovoideum, tomentellum, 1-loculare; gemmula solitaria, ad basin lateraliter affixa, adscendens, anatropo-campylotropa, apotropa, rhaphe brevi, micropyle infera; stylus subnullus; stigma sessile, punctiforme, concavum, rufo-pilosum. Bacca subglobosa-ovoidea, apice in rostrum curvum producta, puberula, pericarpio tenui, 1-sperma. Semen ovatum, testa coriacea, albumine deliquescente demum evanido. Embryo rectus, cotyledonibus subfoliaceis carnosulis ovatis, radicula brevi infera. — Frutex rigens. Rami subere albido tecti, in cortice primario et secundario nec non in medulla hic illic cellulas pulvere calcii oxalici repletas gerentes, circa medullam quoque libro et fibros sclerenchymaticos fovente instructi; ramuli juveniles foliaque novella induplicata extus rufo-pubescentia. Folia alterna, nec non in ramulis abbreviatis nodiformibus supra foliorum cicatrices lateralibus fasciculata, sicca decidua, lanceolato- vel subobovato-oblonga, subacuta et mucronulata, brevissime petiolata, margine integerrima et subrevoluta, chartacea, haud procul ab epi-

dermidis utriusque cellulis undulato-marginatis utriculos calcii oxalici crystallis conglobatis pulvereque repletos hic illic foventia, nervo mediano intus quoque libro instructo infra medium valido subtus prominente, oblique reticulato-venosa, supra glabra nitidula, subtus pilis raris articulatis glandulisque minutissimis articulato-stipitatis adspersa et ad nervum medianum rufo-puberula. Flores in ramulis abbreviatis glomerati vel subsolitarii, subsessiles. —

Species 1: Henoonia myrtifolia Griseb. (l. c. p. 167): Rami floriferi diametro 2 mm; folia 2 – 3 cm longa, 8—10 mm lata, calyx 2,5 mm longus; bacca (sicca) 1 cm longa, 8 mm lata, rostro 3 — 4 mm longo terminata. — In Cuba orientali, ad Rio Toro; Wright n. 2930! (in Herb. Griseb., nec 2940, ut in Cat. Pl. Cub. p. 167 indicatur, sub quo numero Forestiera cassinoides Poir. intelligenda est fide ejusdem catalogi p. 169.)

Ueber Lithionit-Granite mit besonderer Rücksicht auf jene des Fichtelgebirges, Erzgebirges und des nördlichen Böhmens

von F. v. Sandberger.

(Eingelaufen 1. Dezember.)

I. Theil.

Wer von dem Erzgebirge kommend in die Central-Gruppe des Fichtelgebirgs eintritt, dem wird die grosse Aehnlichkeit der Gesteine sofort auffallen, welche die Hauptmasse beider Gebirge zusammensetzen. Je tiefer er in die Sache eindringt, desto mehr zeigt sich der erste Eindruck den Thatsachen entsprechend. Bei weiterem Verfolgen der Gesteine nach dem nördlichen Theile von Böhmen stellt es sich ferner heraus, dass auch das sog. Tepler und Karlsbader Gebirge nebst dem Kaiserwald zu diesem ursprünglich auch räumlich zusammenhängenden Complexe gezogen werden müssen. Dagegen sind Böhmer- und bayerischer Wald nach meinen seit 1883 fortgeführten Untersuchungen aus wesentlich verschiedenen Gesteinen zusammengesetzt und stehen daher den erwähnten Gebirgen fremd gegenüber. Was jenen gemeinsam und für sie charakteristisch ist, eigenthümliche Gneisse und Lithionit-Granite, fehlen den letzteren völlig. Die wissenschaftliche Begründung dieser Auffassung ergibt sich aber erst aus einer eingehenden Erörterung über die hier in Frage kommenden Gesteine und wird daher erst nach dieser wieder zur Sprache kommen.

Die allgemeine Grundlage, auf welcher sich im Fichtelgebirge die jüngeren krystallinischen Schiefer aufbauen, bildet Gneiss von einem sich merkwürdig gleichbleibenden petrographischen Habitus, der in der Regel die Bezeichnung „flaserig“ in Folge seiner zu langgestreckten Bändern zusammengehäuften Glimmer-Aggregate vollkommen verdient. So findet man ihn am östlichen Rande des Lithionit-Granit-Zuges auf bayerischem Gebiete von Bischofsgrün und der Platte im höchsten Theile des Gebirges über Vordorf, Wunsiedel, Weissenstadt, Selb und Asch, wenn auch zuweilen durch Granit unterbrochen, bis nach Schönberg im Voigtlande und dann wieder in weiter Ausbreitung im Erzgebirge, wo er fast auf keiner der Sectionen der neuen geologischen Karte von Sachsen vermisst wird.

Betrachtet man diesen Gneiss genauer, so zeichnet er sich ausser den erwähnten langgestreckten und nicht selten wellenförmig gebogenen Zonen eines in frischem Zustande fast schwarz erscheinenden Glimmers noch durch die feinkörnige Struktur der zwischen ihnen eingeschalteten aus Feldspathen und Quarz gemengten Grundmasse aus. Kleinschuppiger weisser Glimmer spielt in ganz frischen Gesteinen nur eine untergeordnete Rolle, nimmt dagegen an Menge in in Zerzetzung begriffenen beträchtlich zu und ist in diesem Falle jedenfalls z. Th. Neubildung auf Kosten der Feldspathe.

Von accessorischen Bestandtheilen ist Magnetkies in mikroskopischen Pünktchen überaus häufig eingemengt und verräth sich in dem frischen Gesteine durch seinen starken Metallglanz, Magnetismus und die Schwefelwasserstoff-Entwickelung mit Salzsäure, in dem mehr oder minder zersetzten durch rostgelbe Flecken. Turmalin ist nicht überall häufig und auch meist nur in mikroskopischen Säulchen eingewachsen, ebenso Zirkon und Rutil. Cordierit scheint nur von v. Gümbel[1]) als Seltenheit bei Wunsiedel beobachtet zu sein,

1) Geogn. Beschreibung des Fichtelgebirges S. 308.

der von Sauer[1]) neuerdings bei Freiberg nachgewiesene mikroskopische Staurolith dürfte sich dagegen bei genauer Untersuchung weiter verbreitet zeigen. Die im Erzgebirge von mir hin und wieder beobachteten Mikrolithe von Uranpecherz scheinen nur local aufzutreten, im fichtelgebirgischen Gneisse habe ich sie vergeblich gesucht.

Eine besondere Abänderung dieses Gneisses stellt der sog. Augengneiss dar, welcher in dem ganzen hier besprochenen Gebiete gefunden wird. So tritt er z. B. schon in dem höchsten Theile des centralen Fichtelgebirges zwischen Granit eingeklemmt an dem Nosser und der Farnleite auf und findet sich stellenweise in dem ganzen Verbreitungsgebiete, sehr schön z. B. bei Biebersbach auf bayerischem Gebiete, aber ebensowohl auch in den sächsischen Sectionen Brambach, Elster, Schwarzenberg, Marienberg, Annaberg, Elterlein, Geyer u. s. w. Die sog. Augen desselben sind hasel- bis wallnussgrosse rundliche Orthoklas-Knauer, welche entweder nur aus einem Individuum bestehen oder Zwillinge darstellen.

Der dunkele Glimmer der Gneisse erweist sich in dünnen Blättchen mit kaffeebrauner Farbe durchsichtig und ist nach Scheerer optisch zweiaxig mit kleinem Axenwinkel. Vor dem Löthrohr schmilzt er unter Gelbfärbung der Flamme nicht sehr schwer zu schwarzem nicht magnetischem Email und wird von heisser Salzsäure nach längerer Einwirkung völlig zersetzt. Die Hauptbestandtheile sind schon vor Jahren von Scheerer[2]) quantitativ bestimmt worden, wie folgt:

Kieselsäure	37,50
Titansäure	3,06
Thonerde	17,87
Eisenoxyd	12,93
Eisenoxydul	9,95
Manganoxydul	0,20

1) Erläuterungen zu Section Freiberg S. 11.
2) Zeitschr. d. deutsch. geol. Gesellschaft Bd. XIV. S. 56 ff.

Kalk	0,45
Bittererde	10,15
Kali	0,83
Natron	3,00
Wasser	3,48
	99,42

Der Glimmer ist hiernach ein Eisen-Magnesia-Glimmer mit auffallend hohem Gehalte an Natron und Titansäure und sehr geringem an Kali.

Dazu kommen noch die in je 10 g des reinen, d. h. mikroskopisch und chemisch als frei von Erz-Einmengungen erkannten Glimmers von zahlreichen sächsischen Fundorten nachgewiesenen weiteren Bestandtheile: Arsen, Blei, Zink, Kupfer, Zinn, Kobalt, Nickel, Fluor und Borsäure[1]). In je 30 g wurde überdiess von Herrn Hauptprobirer Mann zu Přibram 0,0008 – 0,0011 proc. Silber nachgewiesen[2]). In den dunkelen Glimmern der fichtelgebirgischen Gneisse ist nur Blei und Kupfer in geringerer Menge enthalten, wie in jenen der erzgebirgischen, sonstige Unterschiede sind nicht bemerkbar. Lichter Kaliglimmer fehlt zwar in dem hier zu besprechenden Gneisse in einzelnen oder in Aggregaten zahlreicher Schüppchen niemals, spielt aber, wie oben bereits erwähnt, stets eine untergeordnete Rolle.

Was die Feldspathe des Gneisses betrifft, so ist der vorherrschende Orthoklas, welcher, wie ich schon 1880[3]) nachwies, stets kleine Mengen von Baryt enthält. Neuerdings hat Sauer[4]) in einem solchen von Grube Beihülfe bei Freiberg 0,37 proc. davon nachweisen können, doch ist das nicht, wie er meint, ein hoher Barytgehalt, da andere Varietäten noch reicher daran sind und z. B. der Orthoklas aus dem

1) Unters. über Erzgänge II. S. 200.
2) Jahrb. f. Min. 1888 I. S. 70 f.
3) Berg- und Hüttenm. Zeitung 1880 S. 391.
4) Erläuterungen zu Section Freiberg. 1887. S. 7.

Gneisse von Schapbach nach Petersen und Flinsch[1]) 1,05 proc. Baryt aufzuweisen hat. Der meist erst unter dem Mikroskop deutlich erkennbare trikline Feldspath ist nach seinem Verhalten vor dem Löthrohre und gegen Säuren zu schliessen gewiss in den meisten Fällen Oligoklas, über welchen einstweilen Weiteres nicht zu bemerken ist. Eine neuere Analyse von Sauer[2]) ergab nach Abzug des beigemengten und durch die Thoulet'sche Flüssigkeit nicht trennbaren Quarzes:

Kieselsäure	63,58
Thonerde	21,97
Eisenoxyd	Spur
Kalk	3,10
Baryt	Spur
Natron	8,36
Kali	2,18
Wasser	0,77
	99,96

In der von Herm. Müller „Drehfelder Gneiss“ benannten Varietät findet sich dagegen in augenartigen Ausscheidungen ein trikliner Feldspath vom spec. Gew. 2,61, welcher nach Rube's Analyse[3]) als Albit angesehen werden muss. In den mir bekannten Gneissen des centralen Fichtelgebirgs habe ich Albit nicht nachzuweisen vermocht.

Was die in dem Augen-Gneisse auftretenden accessorischen Mineralien betrifft, so ist Turmalin in kleinen Krystallen nur dann häufig, wenn sich weisser Glimmer in grösserer Menge in dem Gesteine einfindet. Der sonst sehr seltene Granat (Almandin) kommt nur in fast rein feldspathigen Zwischenlagen bei Vordorf in erbsengrossen Körnern vor, Magneteisen eingesprengt in quarzigen. Mikrolithe von Zirkon

1) Unters. über Erzgänge I. S. 49.

2) Erläuterungen zu Section Freiberg S. 8.

3) Th. Scheerer, Zeitschr. d. deutsch. geol. Gesellsch. XIV. 1862 S. 33.

finden sich in jedem Gesteins-Schliffe, auch Apatit-Nadeln und Magneteisenkörnchen sind recht häufig. Der im Gneissschutt nicht gar selten in prächtig lauchgrünen Splittern vorkommende Augit stimmt ganz und gar mit dem von Becke[1]) aus gewissen niederösterreichischen Gneissen beschriebenen überein, wie ich mich an Originalstücken überzeugen konnte.

Von den in dem Gneisse eingelagerten Gesteinen soll im Anschlusse an denselben nur ein recht merkwürdiges geschildert werden, welches bei Vordorf einbricht und einen völlig granitähnlichen Habitus besitzt. Dasselbe besteht aus violetgrauem Quarze in haselnussgrossen Körnern, verwachsen mit lichtgrauem, gut spaltbarem Orthoklase, welcher gewöhnlich von feinkörnigen Aggregaten von weissem Oligoklas umhüllt erscheint, und zweierlei Glimmern, deren Blättchen jedoch niemals parallel gelagert sind, demgemäss ist das Gestein körnig und nimmt nur an der Grenze gegen den Normalgneiss, in welchem es eingelagert ist, eine schiefrige Struktur an.

Der in grösseren Putzen eingewachsene dunkle Glimmer gehört zu den leicht verwitternden, da sich von ihm aus fast überall Brauneisenstein-Häutchen in die benachbarten anderen Mineralien verbreiten. Vor dem Löthrohr schmilzt er nicht schwer zu schwarzem magnetischem Glase und von Salzsäure wird er nach eintägigem Kochen zersetzt. Seine Bestandtheile sind dieselben, wie jene des Glimmers des gewöhnlichen Gneisses, doch herrscht Eisenoxydul über Oxyd beträchtlich vor. wie diess ja auch in gewissen Glimmern aus erzgebirgischen Gneissen der Fall ist[2]). Primitiv gebildeter lichter Glimmer erscheint im ganzen Gesteine nicht häufig, er tritt nur am Rande der von dunkelem gebildeten

1) Tschermaks Mitth. 1882 S. 219, 366.

2) Th. Scheerer, Zeitschr. d. deutsch. geol. Ges. XIV. S. 60 f. Sandberger, Unters. über Erzgänge II. S. 178, 206.

Putzen und mit diesem verwachsen auf, secundärer findet sich in kleinen Schüppchen hauptsächlich auf Klüftchen und Haarrissen des Feldspaths, auf dessen Kosten er entstanden ist, und hier um so reichlicher, je stärker der Feldspath angegriffen ist.

Der violetgraue Quarz, welcher auf den ersten Blick leicht für Cordierit gehalten werden könnte, verdankt die nicht häufige Färbung lediglich gleichmässig vertheilter organischer Substanz, da er sich im Glühröhrchen unter Entwickelung eines brenzlichen Geruches bald und vollständig entfärbt.

Ich habe diesen körnigen Gneiss nur bei Vordorf gesehen, in dem übrigen Fichtelgebirge und im Erzgebirge scheint er z. Z. nicht beobachtet worden zu sein.

Der Verwitterung ist der Gneiss in hohem Grade zugänglich. Dieselbe beginnt stets mit dem Angriffe auf den dunkelen Glimmer, aus welchem kohlensaures Eisenoxydul ausgezogen und auf Klüften wieder abgesetzt wird. In seltenen Fällen bleibt dasselbe erhalten, meist aber geht es bald in Brauneisenstein über, dessen Häutchen sich in die angrenzenden Quarz-Feldspath-Zonen hereinziehen und dieselben lichtbraun färben. Zugleich bemerkt man häufig in den dunkelen Glimmern die Ausscheidung schwarzer undurchsichtiger Körnchen oder Häufchen von solchen, welche man zuerst für Magneteisen halten möchte, die aber bei näherer Untersuchung weder Magnetismus zeigen, noch von Säuren (einschliesslich Königswasser) gelöst werden, und bei eingehender Untersuchung zeigt sich, dass sie viel Zinn neben Eisen und Mangan enthalten und daher einstweilen unter Vorbehalt quantitativer Analysen als „schwarzer Zinnstein“ bezeichnet werden sollen, von welchem noch später die Rede sein wird. Dann folgt die Zersetzung des Oligoklases zu Kaolin, beginnend mit der Umwandlung zu trüben weissen, nach den Spaltungsflächen leicht zerbröckelnden Massen und endigend

mit völligem Zerfallen zu weissem Pulver von thonigem Geruch, welches vor dem Löthrohre nicht mehr geschmolzen werden kann. Unterdessen hat der Orthoklas noch wenig gelitten und seine Färbung, wenn auch nicht seinen Glanz beibehalten, so dass er jetzt besonders auf dem Querbruche schon mit freiem Auge besser als in dem völlig frischen Gestein von dem Oligoklas zu unterscheiden ist, allein im weiteren Verlaufe der Verwitterung fällt auch er der Kaolinisirung anheim. Das Gestein bildet daher schliesslich einen Grus von verschiedener Korngrösse, in dessen Schlämmrückstande sich nicht nur alle jene Mineralien wiederfinden, welche oben als in Form von Mikrolithen in dem Gneisse enthalten aufgeführt wurden, sondern auch andere, welche erst bei der Zersetzung abgeschieden wurden. Von ersteren fand sich Zirkon sehr häufig, Rutil auch in hübschen knieförmigen Zwillingen und Turmalin nicht selten, Magneteisen und lichtgrüner Augit nicht selten, von letzteren der „schwarze Zinnstein“ häufig in schwarzen Körnchen, sowie Anatas, farblos oder gelblich in den Combinationen $0P.P$ und $0P.P.mP\infty$.

Wie schon früher bemerkt, sind die schwarzen Körnchen leicht mit Magneteisen zu verwechseln, wenn man sie nicht näher untersucht. Sie sind aber nicht magnetisch und in Säuren (einschliesslich Königswasser) unlöslich. Vor dem Löthrohr geben sie mit Borax und Phosphorsalz braunrothe Perlen, mit Cyankalium erhält man auf Kohle Zinnkörnchen. Nach weiteren qualitativen Versuchen ist neben Zinn Eisen und Mangan vorhanden, der Zinnstein hat also vielleicht eine ähnliche Zusammensetzung, wie manches strahlige sog. Holzzinnerz. In dem geschlämmten Gneisse vom Seitig bei Weissenstadt kommen neben Magneteisen höchstens 1 mm grosse Körnchen von zweierlei zinnhaltigen Mineralien vor. Das häufigere ist schwarz, wird aber nach dem Zerdrücken in dünnsten Splittern mit tiefbrauner Farbe durchsichtig, es enthält neben

Zinn auch Blei, sowie Eisen und Mangan und muss noch weiter untersucht werden. Das seltenere aber ist lichtbrauner und durchsichtiger reiner Zinnstein, welcher im Fichtelgebirge sonst in der Regel nur im Granitgrus getroffen wird, dem dagegen die schwarzen zinnhaltigen Körnchen fehlen.

Derartiger Gneissgrus verbreitet sich nicht blos in sehr beträchtlicher Mächtigkeit am Ostrande des Granitzuges von Weissenstadt bis zur Farnleite, sondern tritt auch in dem Becken des Fichtelsees in einer Menge von kleinen Hügeln auf. Oft zeigen derartige Ablagerungen eine grosse Aehnlichkeit mit Moränen, besonders ein langgestreckter nach beiden Seiten steil abfallender Hügel westlich von dem Dorfe Tröstau, welcher grosse nicht abgerundete Blöcke von Gneiss zwischen kleineren in grobem eckigem Gneissgruse bemerken lässt. Andere derartige Schuttmassen umschliessen mächtige geglättete und abgerundete, aber nicht mit Furchen bedeckte Blöcke von Lithionit-Granit, wie namentlich jene in dem Walddistrikte „Zinngräben" bis in die Nähe des Silberhauses an neu angelegten Waldwegen aufgeschlossenen, welche ich im Herbst 1887 in Begleitung der Herren Apotheker Schmidt und Forst-Assessor Heinz besichtigte. In diesem Grus wurde überall schwarzer Zinnstein gewaschen und offenbar mit bedeutendem Erfolge, da ja die Stadt Wunsiedel ihre Blüthe-Periode in früheren Jahrhunderten notorisch nur der Gewinnung dieses Erzes aus solchen Zinnseifen und der Verarbeitung zu verzinnten Blechen zu verdanken hatte. Herrn Alb. Schmidt gebührt das Verdienst, die auf alte Zinngewinnung aus Seifen im Gneiss-Gebiete bezüglichen Daten gesammelt und veröffentlicht zu haben[1]). Auch im Erzgebirge gibt es an mehreren Orten Zinnseifen im Gneiss-Gebiete, wenn dieselben auch in jenem des Granits häufiger sind.

1) Archiv d. hist. Vereins für Oberfranken Bd. XV. 1883. S. 187 ff. Bd. XVII. 1886.

Von Zinnstein-Gängen, welche nur bei Weissenhaid und Schönlind unweit Weissenstadt in h. 8—11 streichend in einem glimmerschieferähnlichen Gneisse abgebaut worden sind, stammen die Körnchen, nach ihren Begleitern zu schliessen, jedenfalls nicht. Dem glimmerschieferähnlichen Gneisse scheint auch ein später zu besprechender Dioritschiefer eingelagert zu sein, welcher vollständig mit jenem übereinstimmt, der bei Vaulry (Haute Vienne) ebenfalls von Zinnstein-Gängen durchsetzt wird. v. Gümbel[1]) gibt nach Acten des Bergamts Bayreuth, die auch ich 1885 benutzen konnte, sechs solche Gänge an. Der Zinnstein wurde von Arsenikkies begleitet, aus welchen schon 1733 mittelst eines sog. Arsenik-Fanges weisses Arsenik (arsenige Säure) gewonnen wurde. Dass auch Kupfererze beigebrochen sind, geht aus den stark kupferhaltigen Nebenproducten der Verhüttung hervor, welche ausserdem auch reichlich Eisen, Arsen und Antimon, sowie etwas Blei, Wismuth, Kobalt, Nickel und Spuren von Zink und Cadmium enthalten. Zinn fand sich darin nur in Spuren. Grössere Brocken solcher Massen waren noch vor einigen Jahren an Ort und Stelle nicht besonders selten. Im böhmischen Theile des Fichtelgebirges wurde von Reuss[2]) am Zinnberge bei Asch ein weit fortsetzender Pingenzug beobachtet, welcher ebenfalls auf Zinnsteingängen betrieben worden sein wird, die ja auch an manchen Orten im Erzgebirge (Marienberg, Pobershau u. s. w.) bebaut wurden.

Die Blüthe der fichtelgebirgischen Zinn-Production fällt in das fünfzehnte Jahrhundert, über welches regelmässig geführte amtliche Acten noch nicht berichten. In späterer Zeit 1730—40 galt ein Ergebniss von 3—4 Centnern pro Quartal schon für befriedigend.

1) Geogn. Beschreib. d. Fichtelgebirges S. 331.

2) Geogn. Verhältn. des Egerer Bezirks und Ascher Gebiets (Abh. d. k. k. geol. Reichsanstalt Bd. I. Abth. I. S. 15).

Die ausschliesslich Kaliglimmer führenden sogenannten rothen Gneisse des Erzgebirges kommen in dem centralen Fichtelgebirge, soweit mir bekannt, nicht vor, wohl aber sind in demselben andere Gesteine sowohl von sauerem als basischem Charakter eingelagert.

Mit dem Gneisse wechsellagern bei Vordorf und anderen Orten der Gegend von Wunsiedel, Weissenbach bei Selb u. s. w. vielfach dickschieferige Quarzitschiefer mit reichlich eingestreutem kleinschuppigem Kaliglimmer, zuweilen manchen Varietäten des Itakolumits nicht unähnlich. Ausser den beiden Hauptbestandtheilen führen sie noch mikroskopischen Zirkon und Magneteisen, selten auch bräunlichen Turmalin.

Der Glimmer enthält wie gewöhnlich nur sehr wenig Schwermetalle, es wurden in ihm nur etwas Kupfer und Kobalt sowie Spuren von Arsen aufgefunden. Ganz ähnliche Quarzit-Einlagerungen kommen auch im Bereiche der sächsischen Sectionen Geyer, Annaberg, Freiberg, Brand u. a. vor. Meist erscheinen sie in ebenso geringer Mächtigkeit, wie im Fichtelgebirge, nur auf Section Brand erreichen die Quarzitschiefer eine grössere Mächtigkeit und ragen in weissen Klippen über die leichter verwitternden Gesteine hervor.

Die nur zwischen Leupoldsdorf und dem Blechhammer beobachtete granulitähnliche Gneiss-Varietät spielt nur eine ganz untergeordnete Rolle.

Etwas interessanter sind die Hornblendegesteine, obwohl auch sie im Vergleiche zu der beträchtlichen Verbreitung, welche ihnen in dem westlichen (Münchberger) Gneissgebiete zukommt, in so geringer Mächtigkeit auftreten, dass sie auf der Gümbel'schen Karte nicht angegeben werden konnten. Hier kommen vorzugsweise die bei Vordorf und Weissenstadt dem Gneisse eingelagerten feldspathhaltigen und zu-

gleich glimmerführenden Hornblende-Gesteine in Betracht, welche man als Dioritschiefer bezeichnen darf.

Ausser der schwarzgrünen Hornblende und dem weissen triklinen Feldspathe, welcher nach seinem Verhalten gegen Löthrohr und Säuren als Labradorit angesehen werden muss, enthalten diese Gesteine noch dunkelbraunen Glimmer und Magneteisen (reichllich bei Vordorf), etwas Magnetkies, Titanitkörner (Weissenstadt), sowie Mikrolithe von Apatit und braunrothem Rutil (Vordorf). Der zuweilen schon im Uebergang zu Chlorit-Substanz befindliche Glimmer ist in frischem Zustande dunkelbraun und zwar nicht arm an Magnesia, enthält daneben aber auch so viel Lithion, dass er die Löthrohrflamme purpurroth färbt, sowie Zinn, Arsen und Kupfer. Eines der von Herrn Alb. Schmidt bei Weissenstadt im Bereiche der alten Zinngruben aufgenommenen Gesteine stimmt, wie ich schon früher[1]) bemerkt habe, nach unmittelbarer Vergleichung völlig mit einem Dioritschiefer überein, welcher bei Vaulry (Haute Vienne) dem Gneisse eingelagert ist und von Zinnstein führenden Gängen durchsetzt wird. Bei Vordorf kommen neben diesem Hornblende-Gesteine Blöcke eines Gemenges von fleischrothem Orthoklas und Quarz nebst wenig weissem Oligoklas vor, welche von dickeren und dünneren Schnüren von lichtgrünem Epidot (Epidotus eumetricus) durchsetzt werden, in welchem zuweilen Asbest in grösserer oder geringerer Menge eingewachsen ist. Ich glaube, dass diese beiden Mineralien aus Hornblende hervorgegangen sind, welche nun ganz verschwunden ist, wie ich anderswo[2]) näher auseinandergesetzt habe. Auch Kupferkies-Körnchen zeigen sich hier und da eingesprengt. Das Gestein dürfte ursprünglich syenitähnliche grobkörnige Ausscheidungen in dem Dioritschiefer oder Gneiss gebildet haben, die ja auch sonstwo nicht gar selten sind.

1) Unters. über Erzgänge. II. S. 181.

2) Jahrb. f. Min. 1888 Bd. I. S. 208 f.

Der Gneiss zeigt an vielen Orten deutlich ein der Erzgebirgs-Richtung entsprechendes Streichen in SW — NO, wodurch auch in stratigraphischer Beziehung sein enger Zusammenhang mit der Gneissmasse dieses Gebirges nachgewiesen ist[1]).

Ebenso einförmig wie die Gliederung der Gneiss-Gruppe gestaltet sich auch jene der Glimmerschiefer-Zone in dem centralen Fichtelgebirge, welche sich aus ersterer durch ein so allmähliges Verschwinden des Feldspathes entwickelt, dass die Grenzen beider Gesteine in der Regel nicht scharf zu bestimmen sind. Der typische Glimmerschiefer zieht sich, wie v. Gümbel[2]) gezeigt hat, aus der Gegend nördlich von Selb dem Rande des nördlichen Granitzuges entlang über Kirchenlamitz bis nach Weissenstadt. Meist besteht er aus wechselnden Lagen von Glimmer und weissem, ziemlich feinkörnigem Quarze von sehr verschiedener Dicke. Dazu kommen noch in manchen, wie es scheint, bereits in Umwandlung begriffenen Varietäten chlorit- und damouritähnliche Substanzen, die ich indess ebensowenig als v. Gümbel zu isoliren und genau zu bestimmen vermochte. Der Glimmer ist in der Regel lichtbraun bis weingelb, bleicht aber bei der Verwitterung unter Ausscheidung von Brauneisenstein aus. Neben diesem lassen sich öfter z. B. in dem zerdrückten Glimmerschiefer am Fahrwege von Kirchenlamitz nach dem Epprechtstein auch die schwarzen Zinnsteinkörnchen erkennen, welche oben bei dem Gneisse geschildert worden sind. Bei völligem Zerfall bildet der Glimmerschiefer gelbbraune staubige Massen, welche wesentlich aus ganz entfärbten Glimmerblättchen, feinen Quarzkörnern, sowie durch Brauneisenstein gefärbtem Lehm bestehen und im Fichtelgebirge nur selten grössere Flächen fruchtbarer Felder zusammen-

1) Diese Thatsache ist von v. Gümbel, a. a. O. S. 309 f., mit Recht wiederholt hervorgehoben worden.

2) a. a. O. S. 165.

setzen, welche von zahlreichen Hohlwegen unterbrochen sind. So stellt sich das Glimmerschiefer-Gebiet z. B. in der Gegend von Kirchenlamitz dar. Auch hier bestanden früher Zinnseifen und die von Herrn Alb. Schmidt[1]) gegebene Skizze zeigt eine solche, welche ich 1887 in seiner Begleitung besuchte. In den Schlämm-Rückständen derselben fand sich ausser reichlichem wasserhellem Zirkon und Körnchen des schwarzen Zinnminerals selten auch Rutil in einfachen Krystallen und knieförmigen Zwillingen, sowie vereinzelt Anatas in blauen Tafeln und Splitter von grünem Augit. Die im Gneiss-Schutt so gewöhnlichen Turmalin-Mikrolithe scheinen gänzlich zu fehlen.

Von den mannigfaltigen Gesteinen, welche gewöhnlich im Glimmerschiefer des sächsischen und böhmischen Erzgebirges auftreten, ist im centralen Fichtelgebirge Nichts zu bemerken. Geringe Mächtigkeit und Einförmigkeit des petrographischen Charakters deuten vielmehr darauf hin, dass sich die Gruppe hier auszukeilen beginnt und weiter nach Südwesten hin möglicherweise vollständig verschwindet. Auch im Erzgebirge sind ja solche Punkte bekannt, namentlich auf den sächsischen Sectionen Schellenberg-Flöha[2]) und Brand[3]).

Man darf mit Grund behaupten, dass die Gruppe des Phyllits, mit welchem die Reihe der altkrystallinischen Schiefergesteine des centralen Fichtelgebirges nach oben abschliesst, sich durch Einlagerungen von vielerlei Gesteinen von abweichender petrographischer Beschaffenheit auszeichnet, von welchen Lager von körnigem Kalk eine hervorragende Rolle spielen.

Die Phyllit-Gruppe erscheint überall, wo deutliche Aufschlüsse zu bemerken sind, dem Glimmerschiefer oder wenn

1) Archiv d. hist. Vereins f. Oberfranken XVI. 1886, Heft 3.
2) Erläuterungen S. 34.
3) Erläuterungen S. 32.

dieser fehlt, wie z. B. bei Wunsiedel, dem Gneisse concordant aufgelagert und umfasst ein weites Gebiet, welches v. Gümbel[1]) in folgender Weise begränzt hat. „Aus dem Wondrebthale zwischen Waldsassen und Eger breitet sich ein mächtiger Phyllit-Stock bis zum Röslauthale aus und steigt nun mit der Thalung aufwärts gegen Wunsiedel und Redwitz, wo ein nördlicher Zug an dem Granit der Centralkuppen abstösst, während der südliche Hauptzug, zwischen den Granitkuppen der Kösseine und des Steinwald-Gebirges eingezwängt, über Waldershof und die Einsattelung bei Langentheilen bis zum Fichtelnaab-Thal weiter streicht und, von Trevesen bis Ebnath sich ausbreitend, mit der von S kommenden Randzone sich wieder vereinigt" [2]). Das weitausgedehnte Phyllit-Gebiet des sächsischen Erzgebirges steht mit dem des Fichtelgebirges nicht in unmittelbarer Verbindung, wohl aber jenes des Voigtlandes, welches sich in der zwischen Rehau und Selb gelegenen Parthie auf bayerisches Gebiet verbreitet. Im Süden füllt die böhmische Phyllitzone die zwischen jenem des Erzgebirges und Fichtelgebirges bestehende Lücke vollständig aus. Die Gliederung im Erzgebirge stimmt mit der im Fichtelgebirge sichtbaren gut überein, ist aber noch reicher an merkwürdigen Einlagerungen, unter denen die Augit-Hornblende-Gesteine der Gegend von Schneeberg u. a. besonders bemerkenswerth erscheinen.

Den interessantesten Abschnitt des fichtelgebirgischen Phyllit-Gebietes bildet die Wunsiedel-Hohenberg-Redwitzer Mulde, deren nördlicher Flügel ebenso wie der übergebogene südliche gleichmässig nach SO einfällt und aus ganz gleichen Gesteinen zusammengesetzt ist. Hier herrschen stark nach Art der Glimmerschiefer glänzende und stets fein gefältelte

1) Geogn. Beschr. d. Fichtelgebirges S. 336 f.

2) Vergl. Geogn. Karte von Bayern, Blätter Münchberg und Erbendorf. Karten der k. k. geol. Reichsanstalt, Sect. Eger-Falkenau, Graslitz-Johanngeorgenstadt, Karlsbad-Luditz, Caaden-Joachimsthal.

graue Schiefer vor, mehr dem Thonschiefer ähnliche Abänderungen, wie sie bei Eger (St. Loretto) und Waldsassen auftreten, fehlen, aber auch die feldspathhaltigen, sog. Phyllit-Gneisse sind nur schwach vertreten und erreichen vielmehr ihre stärkste Entwickelung im Fichtelgebirge zwischen Weissenstadt und Goldkronach. Sie kommen dort mit Lithionit-Graniten nicht mehr in Berührung und sind daher hier nicht weiter zu besprechen.

In den tieferen Bänken der erwähnten Mulde bei Schönbrunn, Furthammer u. s. w. ist zwar, wie in Sachsen, ein fast kalkfreier Natron-Feldspath (Albit) zwischen den übrigen Bestandtheilen des Phyllits eingemengt deutlich zu bemerken, tritt aber ähnlich, wie in den Sericitschiefern des Taunus, noch häufiger in reinen Ausscheidungen auf Klüften in Begleitung von Pistacit und selten auch Grossular (2 O 2) auf, wie z. B. auf den Halden der Grube Gottesgab bei Furthammer. Das lichtgraue harte Gestein soll hier von einem Zinnstein-Gange durchsetzt gewesen sein, auf den Resten der Halde finden sich aber keine Belegstücke mehr für diese Angabe. Möglicherweise handelte es sich aber auch nicht um einen solchen, sondern um eine stärker als gewöhnlich mit Zinnstein imprägnirte Einlagerung im Phyllit, wie jene bei Aue im Erzgebirge[1]). Die alten Zinnseifen bei Furthammer, welche wohl in wenigen Jahren ausgeebnet und dann spurlos verschwunden sein werden, müssen ehemals nicht ganz uneinträglich gewesen sein. Sie enthalten denselben „schwarzen Zinnstein,“ wie jene im Gneiss- und Glimmerschiefer-Gebiete gelegenen, aber merkwürdiger Weise ohne die zahlreichen Mikrolithe von Zirkon, Rutil u. s. w., welche ihn in jenen begleiten, nur Turmalin ist hier und da bemerkbar; der im Gesteine offenbar secundär gebildete

1) Erläuterungen zu Section Schwarzenberg S. 71. Auch über diese Lagerstätte fehlen genauere Nachrichten.

Pistacit ist ebenfalls in Krystallbruchstücken vertreten, aber auch nicht häufig.

Weniger stark entwickelt erscheinen feldspathhaltige Quarzitschiefer in dieser unteren Abtheilung bei Schönbrunn und am Kohlwald bei Arzberg, sie lassen keinen Chlorit und kein Graphitoid erkennen und ihr Glimmer bildet deutliche farblose Schuppen.

Die Mineralien, welche die demnächst folgenden glimmerschieferähnlichen Massen zusammensetzen, sind im Fichtelgebirge und Erzgebirge nahezu die gleichen, nämlich ein dem Sericit sehr nahe stehender glimmerähnlicher (30—40 proc.), v. Gümbel's Promicit, und ein mit demselben innigst gemengter chloritähnlicher Körper[1]), v. Gümbel's Phyllochlorit (10—20 proc.), sowie feinkörniger Quarz (50 proc.). Das sind dieselben Mineralien, welche, wenn schon in wechselnder Menge, in Phylliten aller Länder wiederkehren. Zu ihnen gesellen sich noch einige andere. Beiderseits ausgebildete Turmalin-Mikrolithe scheinen niemals zu fehlen, auch Magneteisen und Graphitoid[2]) sind nicht selten und bewirken mit dem Chlorit zusammen die dunkelgraue Färbung der gewöhnlichen Phyllite. Im Fichtelgebirge ist überdies ein mit dem oben erwähnten „schwarzen Zinnstein" in chemischer Beziehung übereinstimmendes Mineral häufig, welches aber stets in sehr kleinen und undurchsichtigen Körnchen auftritt, die niemals in nutzbarer Menge vorhanden sind. Einmal wurde auch Granat beobachtet. Zirkon, welcher anderswo, z. B. im Erzgebirge und im Taunus nachgewiesen ist, ist in dem Schutte der fichtelgebirgischen Phyllite in schar-

1) v. Gümbel, Geogn. Beschr. d. ostbayer. Grenzgebirges S. 393 f. Ders., Geogn. Beschr. d. Fichtelgebirges S. 101. Dalmer, Erläuter. zu Section Schneeberg S. 52.

2) Dieser merkwürdige Körper wird später eingehend besprochen werden.

fen Krystallen ebenso selten als Apatit, während runde Körnchen von beiden ziemlich häufig sind.

In manchen Varietäten der Gegend von Wunsiedel, z. B. jener vom Juliushammer und von Döhlau treten ganz nach Art des Ottrelits im Gestein zerstreute Blättchen und Putzen von tiefbraunem Glimmer auf, in denselben finden sich meist auch grössere bläuliche Quarzkörner in den weissen feinkörnigen Quarz-Zonen eingewachsen. Ausscheidungen von sonstigen Mineralien sind nicht häufig, sie enthielten am Katharinenberg und Wintersberg bei Wunsiedel grosse Andalusitkrystalle ($\infty P . 0 P$), welche in Begleitung von weissem Glimmer in derbem Quarze eingewachsen erscheinen.

Die von v. Gümbel[1]) mitgetheilten Analysen von glimmerschieferähnlich glänzenden Phylliten vom Juliushammer (I) und Arzberg (II) ergaben:

	I.	II.
Kieselsäure und Ti O_2 . .	61,56	62,54
Thonerde	20,12	22,84
Eisenoxyd	2,87	—
Eisenoxydul	3,40	3,89
Kalkerde	0,71	0,18
Bittererde	1,58	1,22
Natron	1,92	1,38
Kali	4,84	5,24
Glühverlust	3,05	3,48
	100,05	100,77

Hierzu kommen nach meinen qualitativen Versuchen[2]) noch: Zinn, Arsen, Kupfer, Kobalt, Nickel, Zink, Bor und Phosphorsäure.

Merkwürdiger Weise ist aber der krystallinische Habitus der Phyllite in der Wunsiedel-Redwitzer Mulde nicht in den untersten Ablagerungen am stärksten ausgeprägt, sondern in einer der

1) Geogn. Beschr. d. Fichtelgebirges S. 161.
2) Unters. über Erzgänge II. S. 186.

höheren. Dieselbe besteht nämlich aus einem weissen dünnplattigen, nicht gefältelten Gesteine, welches durch einen kleinen Schurf nahe der Ruhebank an der Landstrasse von Wunsiedel nach Sichersreuth blosgelegt worden ist. Es ist der Hauptsache nach ein sehr feinkörniger Quarzit, innig gemengt mit kleinschuppigem farblosem Kaliglimmer, in welchem Blättchen und Putzen von tiefbraunem Eisenglimmer ebenso eingewachsen erscheinen, wie in dem grauen Phyllit vom Juliushammer u. a. O. Daneben finden sich hier und da auch kleine Turmalin-Säulchen. Chlorit, Graphitoid und „schwarzer Zinnstein“ fehlen. Das Aussehen ist vollständig das eines sehr quarzigen Glimmerschiefers. Das geschlämmte Pulver lässt keine weiteren Mineralien bemerken, namentlich auch keinen Andalusit. Aehnliche Gesteine kommen auch in der Oberregion der voigtländischen Phyllit-Gruppe im Bereiche der sächsischen Sectionen Falkenstein, Adorf und Zwota vor.

Das andere Extrem stellen ganz mit Graphitoid imprägnirte schwarzgraue bis schwarze Gesteine dar, wie sie in den tieferen Lagen des Nordflügels an der Göringsreuther Strasse oberhalb Wunsiedel bis Holenbrunn und in jenen des Südflügels bei Schirnding und Arzberg, ganz wie an so vielen Orten in Sachsen (Wiesenthal, Schneeberg u. s. w.) und Böhmen auftreten. Viel Eisenkies eingesprengt enthaltende Bänke wurden bei Arzberg im vorigen Jahrhundert zur Alaundarstellung abgebaut. Dagegen fehlen mit Ausnahme der Gegend von Waldsassen im Bereiche des Fichtelgebirges die in Sachsen, besonders in der Umgebung von Lössnitz, dann in Böhmen bei Eger u. a. O. entwickelten Einlagerungen geradflächiger, als Dachschiefer verwendbarer Gesteine.

Hornblendesubstanz bildet mit mehr oder weniger triklinem Feldspath gemengt in allen drei Ländern den Hauptbestandtheil anderer z. Th. selbstständig, z. Th. als Be-

gleiter des körnigen Kalks eingelagerter Gesteine, so bei Eulenlohe, am Katharinenberg bei Wunsiedel, bei Redwitz und Arzberg. Gemeine Hornblende findet sich namentlich in den den Kalk begleitenden Gesteinen, wie z. B. in dem stellenweise auch braunen Glimmer, Magneteisen und Magnetkies führenden Hornblendeschiefer des grossen Kalkbruches bei Wunsiedel[1]), welcher nach gefälliger Mittheilung des Herrn Dr. Kellermann besteht aus:

Kieselsäure	49,41
Thonerde	22,38
Eisenoxyd	10,72
Kalkerde	11,38
Bittererde	4,78
Natron	2,63
Kali	0,44
Wasser	0,33
Mangan u. Schwefel	Spuren
	102,07

Diese Zusammensetzung ist jener ähnlich, welche etwas weniger feinkörnige Hornblendeschiefer aus dem Gneisse von Petersthal im Schwarzwalde[2]) nach Klemm's Analyse besitzen.

Weit häufiger ist licht gefärbter Strahlstein, wie bei Tröstau, Redwitz und Alexandersbad, mit wenig Feldspath gemengt, meist aber Granat und Magneteisen führend, wie das in grösserem Massstabe an so vielen Orten im sächsischen und böhmischen Erzgebirge der Fall ist. Im vorigen Jahre (August 1887) habe ich auch Grammatitfels von lichtgrauer Farbe als etwa 0,3 m mächtige Einlagerung im glimmerigen Phyllit zwischen Klein-Wendern und Sichersreuth entdeckt und anderswo[3]) näher beschrieben. Er enthält Einmengungen

1) v. Gümbel, a. a. O. S. 340.

2) Sandberger, Geol. Beschr. d. Umgebung d. Renchbäder, Karlsruhe 1864. S. 24.

3) Jahrb. f. Min. 1888 Bd. I. S. 204.

von Graphitoid sowie von Braunspath-Rhomboëdern und auf Klüften Ueberzüge von Brauneisenstein und Kupferpecherz. Das spec. Gewicht ergab sich zu 2,91. Die von Herrn Professor Hilger mitgetheilte Analyse ergibt nach Abzug der in Essigsäure und Salzsäure löslichen Substanzen (Braunspath, Brauneisenstein u. s. w.) Folgendes:

		Sauerstoff
Kieselsäure	56,12	29,928
Zinnsäure	0,06	0,013
Thonerde	6,10	2,854
Eisenoxyd	0,23	0,069
Manganoxydul	0,02	0,004
Eisenoxydul	9,52	2,113
Kupferoxyd	0,13	0,026
Kalkerde	7,41	2,117
Bittererde	19,70	7,880
Kali	0,31	0,053
Natron	0,40	0,010
	100,00	

Das Mineral ist hiernach ein Grammatit von beträchtlich höherem Thonerde-Gehalte als gewöhnlich und von ähnlicher Zusammensetzung wie die von v. Bonsdorf analysirten aus dem körnigen Kalke von Aker in Schweden.

Ein anderer interessanter Fund am Abhange des Burgsteins gegen Klein-Wendern ist ein roh plattenförmiges, feldspathhartes Gestein von schwarzgrauer Farbe, welches eine nähere Schilderung verdient. Der Schliff zeigt dasselbe der Hauptsache nach aus Streifen von graulichgrünem Diallag zusammengesetzt, mit welchen solche von weissem Feldspath in fast paralleler Anordnung wechseln, ausserdem treten hier und da grössere Serpentinparthien auf, welche z. Th. Maschenstruktur bemerken lassen. Matte weisse Flecken wurden als Kaolin, sehr harte einfach blau polarisirende Körner als Quarz erkannt. Magneteisen erscheint in diesem Gemenge

in einzelnen Körnchen oder Reihen von solchen überall eingestreut, Magnetkies und Graphitoid sind in geringer Menge, aber stets deutlich nachweisbar, ebenfalls vorhanden. Da der weisse feldspathige Bestandtheil zuweilen in bis 2 mm dicken Streifen ausgeschieden erscheint, so konnte sein chemisches Verhalten geprüft werden, wobei er sich als Andesin ergab. Der Magnetkies enthält, wie gewöhnlich, etwas Nickel und Kobalt, der von Salzsäure nicht zersetzte Diallag ausser den gewöhnlichen Bestandtheilen auch Zinn und Spuren von Arsen.

Das ganze Gestein wird man wohl einen grobschieferigen Gabbro nennen müssen. Es ist dem Phyllit in gleicher Weise eingelagert, wie die Hornblendeschiefer. Ich verdanke auch die nachfolgende Bausch-Analyse Herrn Professor Hilger, in derselben sind nur Kohlenstoff und Schwefel nicht bestimmt worden:

Kieselsäure	63,05
Thonerde	14,31
Eisenoxyd	1,32
Eisenoxydul	6,65
Kalkerde	3,91
Bittererde	4,38
Natron	2,06
Kali	0,82
Kupferoxyd	0,938
Zinnsäure	0,217
Wasser	2,54
	100,195

Bei Berechnung derselben auf die nach der mikroskopischen Untersuchung wahrscheinlichsten näheren Bestandtheile ergibt sich:

	Procente		SiO_2	SnO_2	Al_2O_3	Fe_2O_3	FeO	CuO	CaO	MgO	K_2O	Na_2O	H_2O	Fe	S
Andesin	30,15	=	18,03	—	7,81	—	—	—	2,07	—	0,18	2,06	—	—	—
Kaolin	15,16	=	7,05	—	5,98	—	—	—	—	—	—	—	2,13	—	—
Quarz	28,65	=	28,65	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Diallag	10,965	=	4,88	0,217	0,30	—	1,13	0,938	1,84	1,52	—	—	0,14	—	—
Serpentin	10,10	=	4,44	—	0,22	—	1,10	—	—	2,86	—	—	1,48	—	—
Magneteisen . . .	1,91	=	—	—	—	1,32	0,59	—	—	—	—	—	—	—	—
Magnetkies[1]) . . .	4,68	=	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2.98	1,70

1) Der Rest des Eisenoxyduls (3,83) auf $Fe\,S$ berechnet!

Ein wenn auch nicht sehr nahes Analogon hierzu bilden die merkwürdigen Augit-Skapolith-Gesteine der Gegend von Schneeberg[1]).

In den grauen Phylliten erscheinen gewöhnlich körniger Kalk und Dolomit in sehr schwankender Mächtigkeit (3 bis 150 m) eingelagert, welche fast immer von Hornblende-Gesteinen begleitet werden. Auf dem Nordflügel ist Kalk, welcher lokal in Dolomit übergeht, von Eulenlohe über Wunsiedel, Göpfersgrün und Thiersheim bis Hohenberg zu verfolgen und besonders bei Wunsiedel durch grosse Steinbrüche aufgeschlossen. Auf dem Südflügel zieht sich Kalk und Dolomit von Ebnath über Pullenreuth, Waltershof, Redwitz und Arzberg bis in die Nähe von Schirnding. v. Gümbel[2]) vermuthet mit vollem Recht, dass sich beide Züge bei letzterem Orte vereinigen, was indess wegen Ueberdeckung durch tertiäre und pleistocäne Ablagerungen nicht unmittelbar zu beobachten ist.

Der körnige Kalk ist wie gewöhnlich aus Körnern zusammengesetzt, welche sich durch ihre Streifung und ihr Verhalten im polarisirten Licht als Zwillinge zu erkennen geben und in der Regel so rein, dass er nicht nur als Düngmittel und Mörtel-Material, sondern auch für chemische Fabriken einen hohen Werth besitzt und desshalb auch in beträchtlicher Menge ausgeführt wird. Die reinste Varietät von Wunsiedel (I) enthält nach Dr. Kellermann, weniger reine (II und III) von dort nach Fr. Schmidt[3]):

	I	II	III
Kohlensaur. Kalk	99,26	97,4	96,5
„ Bittererde	0,44	1,5	0,8
„ Eisenoxydul	0,12	—	—
„ Manganoxydul	—	—	0,6

1) Dalmer, Erläuterungen zu Section Schneeberg, S. 58 ff.

2) Geogn. Beschreibung des Fichtelgebirges S. 339.

3) Gesteine der Central-Gruppe des Fichtelgebirges, 1850, S. 13.

	I.	II.	III.
Thonerde und Eisenoxyd	—	—	Spur
In Salzsäure unlöslicher Rückstand .	0,23	0,6	0,7
Wasser	—	0,3	0,2

Der von 90 g von Nr. I bleibende Rückstand wurde mikroskopisch untersucht und bestand aus abgerundeten Krystallen und Körnern von Quarz, Zirkon (ohne die sog. zonare Streifung), wasserhellem Glimmer (Phlogopit) und Grammatit. Rutil, welcher hier fehlt, ist von Thürach in dem körnigen Kalke von Redwitz beobachtet worden.

In mehreren Bänken ist meist in Streifen, welche in verschiedenen Abständen auf einander folgen, Graphitoid dem Kalke beigemengt und zwar nicht selten in der Weise, dass man vermuthen muss, dass dasselbe früher zusammenhängende Lagen gebildet habe, welche später wahrscheinlich bei dem Uebergange des Kalksteins in den grobkörnigen Zustand zertrümmert und zwischen demselben eingeschlossen worden sind, wie ich neuerdings gezeigt habe[1]). Das Graphitoid von Wunsiedel wurde schon von v. Fuchs als amorpher Kohlenstoff erkannt. Die neuerdings untersuchte reinste Varietät ist härter als Graphit (H. = 2,5), besitzt das spec. Gew. 2,2 bei 4° C. und hinterlässt beim Verbrennen 1,78 proc. weisse, wesentlich aus Kieselsäure bestehende Asche. Zuweilen erscheinen diese in dem Kalke gleichsam schwimmenden Graphitoid-Bröckchen von einer schmalen Lage von licht bleigrauem weichem und deutlich blätterigem Graphit umsäumt. Hier und da begleitet auch Eisenkies $\left(\frac{\infty O 2}{2} \cdot \frac{3 O \, ^3/_2}{2}\right)$ und Bergkrystall das Graphitoid, welches fast in allen Gesteinen der Phyllit-Gruppe vorkommt, aber hier in der reinsten Form gefunden wird und durch Essig- oder Salzsäure leicht zu isoliren ist.

Der körnige Kalk enthält stellenweise verschiedene Mine-

1) Jahrb. f. Min. 1888 Bd. I. S. 199 ff.

ralien eingesprengt, so z. B. blauen Flussspath, selten auch im Octaeder krystallisirt (Wunsiedel, Göpfersgrün), Apatit, Hornblende, Glimmer, Magnetkies (titanhaltig wie jener von Auerbach in Hessen[1]), Kupferkies und seine Zersetzungsproducte Malachit und Kupferlasur, Zinkblende (sehr selten), Granat (bei Stemmas und Hohenberg), Chondrodit (Stemmas), nicht selten in Serpentin umgewandelt und in eigenthümlicher Anordnung die ehemals Eozoon genannten pseudorganischen Aggregate bildend.

Der körnige Kalk geht an vielen Stellen in Dolomit von zuckerkörniger Struktur über, dessen Körner bei der von Bräunung begleiteten Verwitterung zu einem Dolomitsand zerfallen. Nachdem bittererdearme und daran reiche Schichten, ächte Dolomite, öfter wechsellagern, ist eine secundäre Bildung des Dolomits durch eingesickerte magnesiahaltige Wasser, wie v. Gümbel[2]) mit Recht bemerkt, ausgeschlossen, nicht aber eine fortwährende Anreicherung an Bittererde durch Auflösung und Wegführung von kohlensaurem Kalke. Die ältere Analyse des Dolomits von Sinatengrün von Fr. Schmidt ergab I, die neueste jenes von Göpfersgrün von Herrn Dr. Kellermann II.

		I	II
Kohlensaur.	Kalk	56,8	55,21
„	Bittererde	36,6	38,87
„	Eisenoxydul	2,0	4,17
In Salzsäure unlöslicher Rückstand .		1,2	2,86
Wasser		0,9	—
		97,5	101,11

Der Dolomit hinterlässt stets einen grösseren Rückstand, in welchem ausser Quarz (Bergkrystall) viel farbloser Glimmer und Grammatit, Zirkon in Körnern, zuweilen auch Rutil

1) Petersen, Neunter Bericht des Offenbacher Vereins für Naturkunde S. 86 f.

2) a. a. O. S. 172.

enthalten ist (Holenbrunn, Arzberg, Redwitz). Apatit-Mikrolithe fehlen in den Dolomiten ebensowenig wie in den körnigen Kalken; sie finden sich am reichlichsten in jenem von Redwitz. In letzterem trifft man auch zuweilen in Pentagonaldodecaedern krystallisirten Eisenkies. Eine eigenthümliche in dem Dolomit am Bahnhof Holenbrunn in dünnen, oft unterbrochenen, aber stets der Schichtung parallelen Streifen eingelagerte weiche grünlichgraue Substanz stimmt mineralogisch und chemisch vollständig mit dem Parophit aus körnigen Kalken anderer Gegenden, z. B. von St. Philipp bei Markirch im Elsass überein.

Auf Klüften und in Drusen des Dolomits sind überall oft stark gekrümmte Rhomboeder von Bitterspath ausgeschieden, auch prächtige Bergkrystalle waren früher bei Göpfersgrün und sind noch am Strehlenberge bei Redwitz häufig anzutreffen. Nur an letzterem Orte fanden sich auch die schönen s. Z. von mir[1]) beschriebenen hohlen Pseudomorphosen von Quarz und Albit nach Kalkspath, welche später auch von Piolti[2]) in piemontesischen Dolomiten beobachtet worden sind.

Ueberall, wo körnige Kalke oder Dolomite tief verwittert erscheinen, werden sie von erdigem, mit Manganerzen gemengtem Brauneisenstein bedeckt, welcher oft in Höhlungen bis 2 m mächtig wird und wiederholt abgebaut worden ist. Diese erdigen Eisensteine repräsentiren den durch Oxydation abgeschiedenen und während langer Zeiträume angehäuften Eisengehalt des Kalks und Dolomits und müssen von den an der Grenze von Kalk oder Dolomit abgelagerten Eisenspath- und den aus diesem hervorgegangenen Brauneisenstein-Lagern sorgfältig unterschieden werden. Als Typus der letzteren, welche früher bei Eulenlohe, Thiersheim, Bie-

1) Jahrb. f. Min. 1885 I. S. 185.

2) Atti della R. Academia delle Scienze de Torino. Vol. XXI. Tav. IX.

bersbach u. a. O. mit Erfolg abgebaut wurden, dürfen die Arzberger Lager angesehen werden, auf welchen noch gegenwärtig ein lebhafter Betrieb stattfindet und von welchen v. Gümbel[1]) sehr charakteristische Bilder gibt. Aus denselben geht hervor, dass die Eisensteine bald in auf längere Erstreckung gleich mächtigen Lagern, bald in sich rasch ausspitzenden, zuweilen aber auch in sehr (57 m) mächtigen Linsen concordant zwischen körnigem Kalk und Phyllit, oder seltener und weniger mächtig in letzterem selbst eingelagert sind. Von dem Arzberger Eisenspath (Weisserz) ist mir keine Analyse bekannt, der von Eulenlohe ist aber von Fr. Schmidt[2]) mit folgendem Resultate untersucht worden:

Kohlensaur.	Eisenoxydul . .	88,50
„	Manganoxydul .	2,50
„	Magnesia . . .	0,90
„	Kalk	5,50
Unlösliches	. . . .	1,54
		98,94

Selten scheidet sich der Mangangehalt in traubigen und nierenförmigen Aggregaten als durchscheinender, rosenrother Manganspath aus, von welchem Herr Dr. H. Laubmann mehrere Stücke auffand.

Neben den erwähnten Eisenerzen kommen untergeordnet Bleiglanz mit $\frac{3}{4}$—$1\frac{1}{2}$ Loth Silber im Centner, gelbe Zinkblende, Eisenkies, Arsenikkies ($\frac{1}{4}\breve{P}\infty . \infty\bar{P}$) und Kupferkies nebst den betreffenden Zersetzungs-Producten in den Arzberger Erzen vor. Mehr Licht auf die Entstehung der Eisenspathlager wirft aber die Structur, welche jener der umgewandelten plattenförmigen Kalkbänke genau entspricht und das z. B. auf der Grube „Grosser Johannes" so häufig beobachtete Auftreten unzähliger farbloser Glimmerblättchen und

1) a. a. O. S. 346 f., 349.

2) a. a. O. S. 9.

das von Grammatit in ganz ähnlichen, nur hier und da zerbrochenen oder verschobenen Krystallbüscheln, wie sie in dem Kalk und Dolomit der Arzberger und Wunsiedeler Gegend so verbreitet sind. Die Würzburger Sammlung besitzt dafür gute Belegstücke. Diese Thatsachen scheinen mir mit Sicherheit zu beweisen, dass die mit Kalk und Dolomit vergesellschafteten Eisenerze ursprünglich ebenfalls Kalk oder Dolomit waren, aber durch Lösungen von doppeltkohlensaurem Eisenoxydul, welche in erstere Gesteine eindrangen, ganz oder theilweise umgewandelt worden sind. Dass das kohlensaure Eisenoxydul in kohlensäurehaltigem Wasser beträchtlich schwerer löslich ist, als der kohlensaure Kalk, ist ja eine längst bekannte und durch zahlreiche Pseudomorphosen ausser Zweifel gestellte Thatsache. Die in dem kalkigen Gesteine ursprünglich enthaltenen Mineralien, welche durch kohlensäurehaltige Wasser nur schwer angreifbar sind, wie der Grammatit, wurden dabei nicht zersetzt, sondern nur in Folge der Volumverminderung, wenn auch nicht sehr stark, zerrissen und verschoben. Es fragt sich nun, woher die Eisenlösungen rühren, welche diese Umwandelung bewirkt haben, die nach der geringen Veränderung, welche die ursprünglich im Kalk und Dolomit enthaltenen accessorischen Mineralien erlitten haben, offenbar während sehr langer Zeiträume und vermuthlich durch stark verdünnte Lösungen erfolgt sein muss. Ich nehme keinen Anstand, die letzteren als Auslaugungs-Producte des Eisengehaltes der Phyllite anzusehen, umsoweniger als auch die Elemente sämmtlicher begleitenden Schwefelmetalle in diesem nachgewiesen sind (s. S. 440). Die Menge der Eisenoxyde im Phyllit von Juliushammer beträgt 6 Proc., was vollkommen ausreicht, um solche Wirkungen hervorzubringen, wenn dazu nur lange Zeiträume in Anspruch genommen werden dürfen. Wann die Umwandlung der Kalk- und Dolomit-Lager in Eisenspath erfolgt ist, lässt sich einstweilen noch nicht beurtheilen, vermuthlich

fällt sie in die Tertiär-Periode. Wenigstens scheinen dieser die unter den mächtigen Quarzgeröll- und Lehm-Lagen und über den Erzlagern auftretenden Letten anzugehören, welche von vollständig zersetzten Phylliten nicht zu unterscheiden sind und eckige Kalk- und Phyllit-Brocken umschliessen, welche durch Brauneisenstein verkittet erscheinen [1]). Dass sich gar manche Erzlagerstätten in anderen Ländern auf ähnliche Weise gebildet haben müssen, ist nicht zweifelhaft. Es bedarf nur eines Blickes auf das von Cordella gegebene Bild der Lagerstätte des Laurion bei Athen, um sich davon zu überzeugen.

Damit wäre die Schilderung der krystallinischen Schiefer-Gesteine, wie sie sich in dem hier zu besprechenden Gebiete im normalen Zustande darstellen, beendigt. Ich werde auf dieselben erst wieder zurückkommen, wenn die Produkte der Umwandlung zu besprechen sind, welche sie durch unmittelbare oder mittelbare Berührung mit den Lithionit-Graniten erfahren haben.

Der Lithionit-Granit.

Bei einer vor acht Jahren unternommenen Untersuchung des dunkelen Glimmers des Granits von Eibenstock im Erzgebirge fand ich zuerst, dass derselbe ein Lithion-Eisenglimmer sei [2]), welcher sich vor dem Löthrohre durch leichte Schmelzbarkeit unter purpurrother Färbung der Flamme von allen ähnlich aussehenden unterscheidet. Derselbe erscheint in dickeren Blättchen in ganz frischem Zustande in Tafeln 0 P . ∞ P . ∞ P̧ ∞ von schwarzbrauner Farbe, ist aber leicht zu dünnen, kaffeebraun gefärbten und durchsichtigen, scheinbar optisch-einaxigen Blättchen spaltbar. Das spec. Gewicht beträgt 2,983. Die qualitative Analyse ergab weiter, dass dieser Glimmer ausser Zinnsäure, die ich schon früher in

1) v. Gümbel a. a. O. S. 344.

2) Jahrb. f. Min. 1880 Bd. I S. 257.

allen von mir untersuchten Lithion-Glimmern entdeckt hatte[1]), auch Arsen, Kupfer, zuweilen auch Wismuth und Uran enthalte und sich durch beträchtlichen Gehalt an Fluor auszeichne. H. Schröder[2]) hat kurz nachher eine quantitative Analyse des gleichen Glimmers veröffentlicht, in welcher indess die Menge des Fluors leider nicht bestimmt ist. Diese Analyse ergab folgende Zahlen:

Kieselsäure	39,042
Titansäure	0,569
Zinnsäure	0,223
Thonerde	23,561
Eisenoxyd	6,096
Eisenoxydul	12,422
Bittererde	0,966
Kalk	0,781
Lithion	3,386
Kali	8,514
Natron	0,713
Wasser	3,245
Borsäure	Spur

Dieselben Merkmale zeigen die braunen Glimmer zahlloser Granite des sächsischen und böhmischen Erzgebirges, des Karlsbader Gebirges, Kaiserwaldes, des centralen Fichtelgebirges und des Steinwalds, dann Central-Frankreichs (Vaulry, Montebras, Meymac, la Lizolle), Cornwalls, Irlands, Sibiriens (Onon u. a. O.), vermuthlich auch jene der ostindischen Inseln Banca und Bilitong[3]). Ich habe diesen Glimmer, welcher in den betreffenden Graniten stets als wesentlicher Gemeng-

1) Sitzungsber. d. k. b. Akad. d. Wissensch. math.-naturw. Cl. 1878 S. 36.

2) Erläuterungen zu Section Eibenstock S. 6.

3) F. Sandberger, Neue Beweise für die Abstammung der Erze aus dem Nebengestein. Verh. d. phys.-med. Gesellsch. zu Würzburg. N. F. Bd. XVIII.

theil eingewachsen auftritt, Protolithionit[1]) benannt, da es ja auch jüngere secundäre Eisenlithionglimmer gibt, als deren Typus der Zinnwaldit zu betrachten ist.

Eine wesentlich verschiedene Zusammensetzung wie der Protolithionit besitzt ein noch tiefer, fast schwarz gefärbter Glimmer, welcher in dem grobkörnig porphyrartigen Granit am Schönlinder Schlossberge bei Röslau im Fichtelgebirge im Gemenge mit wenig Quarz ziemlich grossblätterige bis kopfgrosse Ausscheidungen bildet. Die Analyse des Herrn Dr. Böttger, Assistenten am Laboratorium für angewandte Chemie in Erlangen, ergab nach Abzug des Apatits, welcher in den Blättchen häufig in sehr feinen Nadeln eingewachsen ist, folgende Zahlen:

		Sauerstoff	
Kieselsäure	36,260	19,34	20,08
Titansäure	1,722	0,69	
Zinnsäure	0,256	0,05	
Thonerde	13,391	6,27	9,72
Eisenoxyd	11,512	3,45	
Kupferoxyd	0,042	0,008	
Bleioxyd	0,011	0,0007	
Eisenoxydul	14,945	3,32	6,43
Manganoxydul	0,598	0,13	
Bittererde	7,146	2,86	
Kalk	0,423	0,12	
Kali	7,285	1,24	1,98
Natron	2,446	0,63	
Lithion	0,206	0,11	
Wasser	3,320	2,95	
Fluor	0,525		
	100,088		

nebst Spuren von Borsäure, Arsen, Kobalt, Nickel, Antimon und Wismuth, vielleicht auch Wolfram.

1) Unters. über Erzgänge II. S. 169.

Recht auffallend erscheint der hohe Gehalt an Bittererde und der verhältnissmässig niedere an Lithion. In Folge des ersteren schmilzt dieser Glimmer beträchtlich schwerer und mit weit schwächerer Flammenfärbung als der ächte Protolithionit. Offenbar identische basische Ausscheidungen finden sich noch an mehreren Orten im Fichtelgebirge, z. B. an der Luisenburg, sowie in den Graniten von Sandau und Schönfeld in Böhmen u. a. O. In einer jener der Feldspathe gleichkommenden Menge tritt Protolithionit nur in wenigen Varietäten des Granits auf.

Der zweitwichtigste Bestandtheil der Lithionit-Granite ist der Orthoklas. Derselbe erscheint im frischesten Zustande z. B. an der Reuth bei Gefrees, in manchen Stücken aus der Gegend von Eibenstock farblos und stark glasglänzend, meist aber ist er bereits etwas getrübt und seine Farbe neigt dann ins Gelbliche, zuweilen auch ins Rothe (Gegend von Eibenstock, Kammerstein bei Johanngeorgenstadt u. s. w.). Die sogenannten Karlsbader Zwillinge von Selb und Markt Redwitz in Bayern, Elbogen und Hammer in Böhmen lassen sich in sehr verschiedenen Stadien der Veränderung beobachten, mitunter sind sie fast noch ganz frisch. Derartige Krystalle von 2,75 spec. Gew., von Breithaupt s. Z. unnöthiger Weise als Cottait bezeichnet, ergaben bei Rammelsberg's Analyse [1]):

		Sauerstoff		
Kieselsäure	63,02		33,61	11,8
Thonerde	18,28		8,55	3
Kali	15,67	2,66	3,39	1,2
Natron	2,41	0,62		
Baryt	0,48	0,05		
Bittererde	0,14	0,06		
	100,00			

1) Zeitschr. d. deutschen geol. Gesellsch. XVIII. S. 394.

Die Analyse eines Orthoklas-Zwillings aus dem glimmerreichen grob porphyrartigen Granit vom Strehlenberg bei Markt Redwitz von 2,56 spec. Gew. zeigte nach Herrn Dr. Böttger in Erlangen:

Kieselsäure	63,81
Thonerde	19,06
Eisenoxyd	0,42
Kali	12,22
Natron	2,56
Kalk	0,59
Baryt	nicht bestimmt
Wasser	0,55
	99,21

In sehr vielen Fällen ist es äusserst schwierig, hinreichend reinen Orthoklas zur Analyse zu gewinnen, da derselbe häufig andere Mineralien in regelloser, seltener in regelmässiger Lagerung enthält. Ausser meist ganz unregelmässig im Innern eingewachsenen grösseren und kleinen Viellingen kommt trikliner Feldspath nicht selten auch in jener regelmässigen Verwachsung, wie im Perthit oder als regelmässige Umrahmung von Orthoklasen vor und ist nur im letzteren Falle ablösbar. Dergleichen aus dem Gesteins-Gemenge isolirte Verwachsungen von Orthoklas mit Oligoklas geben bei der Analyse um so grössere Zahlen für Natron und Kalk, je mehr von letzterem vorhanden ist. So fand Böttger in Feldspathen aus dem Granit des grossen Kornbergs 1,12 Kalk, 5,19 Natron, 8,48 Kali und aus dem von Schneeberg 1,27 Kalk, 3,27 Natron, 10,54 Kali, während jener von Platten in Böhmen nur 0,63 Kalk, 5,19 Natron und 9,65 Kali und der von Schröder[1]) analysirte von Wilzschhaus bei Eibenstock nur eine Spur Kalk, aber 3,15 Natron und 12,62 Kali ergab. Aus diesen Daten geht mit Bestimmtheit hervor, dass bald Oligoklas, bald ein fast kalkfreier Albit mit dem Ortho-

1) Erläuterungen zu Section Eibenstock S. 4.

klase in der angedeuteten Art verwachsen auftritt. Die Bausch-Analysen der Gesteine, welche später weiter erörtert werden sollen, lassen an den für Kalk gefundenen Zahlen deutlich erkennen, dass in dem Eibenstock-Neudecker Stocke vorherrschend Albit, in den fichtelgebirgischen dagegen Oligoklas neben Orthoklas vorkommt.

Nicht minder häufig als solche von Plagioklas beherbergen die Orthoklas-Krystalle auch Blättchen von braunem Glimmer. Fast immer regellos zerstreut, zeigen sie doch auch an einem Fundorte, dem Schönlinder Schlossberge bei Röslau eine regelmässige Anordnung. Sie bilden hier nämlich sehr schmale, der äusseren Gestalt des Krystalls genau parallele Umrahmungen des bald kleinen, bald grösseren Kerns der Feldspathe, welche denselben gegen die peripherische, ebenfalls aus reiner Feldspathsubstanz bestehende Zone scharf begrenzen. Ich wurde auf diese Erscheinung, die aber keineswegs bei allen grossen Orthoklasen des dort anstehenden glimmerreichen gross porphyrartigen Granits auftritt, s. Z. durch die Herrn Alb. Schmidt und Dr. Kellermann aufmerksam gemacht. Leider ist der auch sonst interessante Fundort gegenwärtig fast ganz verschüttet.

Was nun die Formen betrifft, in welchen Orthoklas in Lithionit-Graniten auftritt, so herrscht in den meisten Fällen die Combination ∞ Ꝑ ∞ . 0 P . Ᵽ ∞ . ∞ P zu Zwillingen des sog. Karlsbader Gesetzes verwachsen vor und gibt sich beim Durchschlagen auch an solchen Stücken deutlich zu erkennen, welche keine gute äussere Ausbildung wahrnehmen lassen. Dick tafelartige Krystalle dieser Art bis zu 0,08 m Höhe charakterisiren besonders die glimmerreichen grob porphyrartigen Granite von Elbogen, Hammer, Petschau u. a. O. in Böhmen, Lorenzreuth, Röslau u. a. O. im Fichtelgebirge, längere parallel der schiefen Nebenaxe stark zusammengedrückte finden sich in den Varietäten vom Ochsenkopfe (Aufstieg von Karges), bei Weissenstadt, Selb, am Strehlen-

berge bei Redwitz und vielen anderen Orten, sie erreichen 0,08 m Höhe bei 0,03 Breite und nur 0,012 Dicke. Ungefähr in der Mitte stehen die bis 0,04 m langen, 0,05 hohen und 0,015 dicken prächtigen Karlsbader Zwillinge aus dem feinkörnig-porphyrartigen Granite vom Fichtelberg, Ochsenkopf und Schneeberg, sowie von Leupoldsdorf und Tröstau (gegen das Silberhaus) u. a. O., an welchen nicht selten auch noch 2 Ꝑ ∞ und die Säule ∞ Ꝑ 3 auftreten. Sie werden am häufigsten von einfachen Krystallen begleitet, an welchen die Combination 0 P. ∞ Ꝑ ∞ . Ᵽ ∞ . ∞ P vorherrscht, aber nicht selten auch ∞ Ꝑ 3 und 2 Ꝑ ∞ auftreten. Die parallel der schiefen Nebenaxe verlängerten Tafeln erreichen bis 0,055 m Länge bei 0,025 Höhe und ebensoviel Breite. Sehr selten kommen indess am Fichtelberge auch fast würfelförmige Gestalten vor, an welchen ∞ Ꝑ ∞ . 0 P und Ᵽ ∞ fast gleich stark entwickelt sind. Ebenso selten sind Zwillinge nach dem Bavenoer Gesetze (Zwillingsebene 2 Ꝑ ∞) und die schon 1828 von Naumann beschriebenen, welche nach ∞ Ꝑ 3 verwachsen sind. Noch andere sind seither nur durch wenige Stücke von Fichtelberg angedeutet. Aus manchen porphyrartigen Graniten z. B. Fichtelberg, Silberhaus, Redwitz, Elbogen, Petschau lösen sich solche Krystalle bei Beginn der Verwitterung des Gesteins oft sehr leicht los, behalten jedoch dabei meist noch eine durch eingewachsene Quarze, kleinere Feldspathe und Glimmerblättchen bedingte rauhe Oberfläche, während ihr Inneres oft noch eine sehr frische Beschaffenheit behalten hat.

In den Graniten von Eibenstock, Kammerstein bei Johanngeorgenstadt und den glimmerarmen porphyrartigen der Umgebung von Karlsbad, seltener auch in den feinkörnigen porphyrartigen von Fichtelberg, Silberhaus u. s. w. werden dagegen die Orthoklase früher angegriffen, als der Granit, in welchem sie liegen, und treten nicht selten mit schönster Erhaltung der Form in ölgrünen dichten bis klein-

schuppigen Aggregaten von 2,859 spec. Gew. auf, welche nach einer unvollständigen Analyse von Schröder[1]) die nachstehende Zusammensetzung zeigen:

Kieselsäure	46,56
Zinnsäure	Spur
Thonerde und Eisenoxyd	37,04
Kalk	0,77
Kali, Natron und Lithion	9—10
Wasser	3,95
	98,33

Eine Wiederholung der Analyse wäre sehr wünschenswerth.

Am häufigsten bilden gelbliche und gelblichgraue schuppige, oft durch eingemengten Rotheisenocker geröthete Pinitoid-Aggregate solche Pseudomorphosen, die sich aber selten vollständig aus dem Gestein herauslösen lassen. Dagegen gelingt diess leicht mit den erwähnten ölgrünen ganz specksteinähnlichen, welche schon v. Struve[2]) und Goethe[3]) vortrefflich beschrieben haben und die auch Hauy bekannt waren. Crasso[4]) hat sie später analysirt. Viele davon fand ich in einer auf Veranlassung Goethe's zusammengestellten Suite der Gegend von Karlsbad vor, welche im Anfang des Jahrhunderts für die Würzburger Sammlung erworben wurde. Soweit ich beobachten konnte, sind es vorzugsweise mit Oligoklas-Einschlüssen versehene Orthoklase, welche dieser Umwandlung unterliegen. Auch der Protolithionit-Granit von Montebras (Creuse) zeigt solche Umwandlungen der Orthoklase. Von der weit tiefer greifenden und mit völliger Wegführung der Basen ausser der Thonerde verbundenen Umwandlung der Orthoklase zu Kaolin, welche am ausgezeichnetsten bei Karls-

1) Erläuterungen zu Section Eibenstock S. 26.
2) Leonhard's Taschenbuch, Jahrg. 1807 S. 171.
3) Daselbst, Jahrg. 1808 S. 9.
4) Rammelsberg, Handwörterbuch der Mineral-Chemie I. S. 235.

bad, aber auch an dem Granite der v. Schwarz'schen Speckstein-Grube bei Göpfersgrün u. a. O. im Fichtelgebirge zu beobachten ist, muss die eben erwähnte scharf unterschieden werden.

Der Quarz ist zuweilen ganz farblos, meist aber rauchgrau, stark fettglänzend und nur in porphyrartigen Varietäten zeigt er Anlage zur Ausbildung deutlicher Krystallflächen, z. B. in jener von Fichtelberg, den sog. Hirschsprung-Graniten der Gegend von Karlsbad u. s. w. Häufig zieht er sich in der Form merkwürdig verästelter Körnerreihen durch das Granit-Gemenge. Von Einschlüssen führt er nicht selten Blättchen von braunem Glimmer, häufiger Apatit-Nadeln und Flüssigkeits-Bläschen mit unbeweglicher, selten beweglicher Libelle.

Der Plagioklas scheint in keinem Protolithionit-Granite vollständig zu fehlen. Man kann auf Vorhandensein von ächtem Oligoklas schliessen, wenn die Bausch-Analyse des Gesteins besonders hohe Zahlen für Kalk und Natron zeigt, auf das von albitähnlichem Oligoklas[1]), wenn sie solche für letzteres allein ergibt. Wo sich die beiden Feldspathe durch verschiedene Färbung auszeichnen, wie in den Graniten von Eibenstock, dem Kammerstein bei Johanngeorgenstadt, manchen Varietäten des sehr analogen der Gegend von Karlsbad, sind dieselben schon mit freiem Auge gut erkennbar. Ebenso gelingt diess bei sehr frischen Gesteinen, wie z. B. jenem der Reuth bei Gefrees, besonders deutlich ferner bei denen des grossen Waldsteins und des Kapellenbergs bei Schönberg, deutlich auch am Granit des Dreikreuzbergs bei Karlsbad, jenen aus der Nähe des Werner-Schachtes bei Joachimsthal und von Geyer in Sachsen durch die Viellings-Streifung, welche im grellen Sonnenlichte mit der Lupe so leicht aufzufinden ist. Es bleiben aber immerhin auch Gesteine übrig, in welchen

---

1) Descloizeaux, Oligoclases et Andesine, Tours 1884 p. 9 (Oligoklas-Albit, Scheerer).

man den Plagioklas erst bei Betrachtung der mikroskopischen Schliffe im polarisirten Lichte nachzuweisen vermag. Bis jetzt ist reiner Plagioklas aus den Protolithionit-Graniten nur einmal isolirt und theilweise analysirt worden [1]), da er nur selten in dazu geeigneter grösserer Quantität getroffen wurde, sondern dem Orthoklas gegenüber stets eine untergeordnete Rolle spielt.

Der lichte Glimmer erweist sich im Gegensatze zu dem dunkelen im Polarisations-Apparate optisch-zweiaxig mit grossem Axenwinkel und stimmt in der Form seiner Schleifen gänzlich mit dem gewöhnlichen Kaliglimmer überein, von dem er in chemischer Beziehung nur zuweilen dadurch abweicht, dass er eine Spur Lithion enthält. Herr Dr. Böttger hat dieses Mineral aus dem mittelkörnigen Granite des kleinen Kornbergs, in welchem es reichlich vorkommt, isolirt und in einer Probe von 2,87 spec. Gew. gefunden:

Kieselsäure	47,95
Thonerde	30,26
Eisenoxyd	2,43
Eisenoxydul	3,10
Kalk	0,98
Bittererde	0,94
Kali	10,25
Natron	2,00
Lithion	geringe Spur
Wasser	2,85
Fluor	nicht bestimmt
	100,76

In dem Kaliglimmer aus dem Granit der Luisenburg fand ich ausserdem Spuren von Kupfer und Zinn, welche auch in anderen Varietäten selten fehlen, aber kein Arsen.

Am reichlichsten trifft man den Kaliglimmer in den

1) Erläuterungen zu Section Eibenstock S. 4. M. Schröder fand in einem solchen nur 0,512 proc. Kalk.

mittelkörnigen Graniten des Steinwaldes und Fichtelgebirges z. B. an der Luisenburg, dem Rudolfstein, grossen Waldstein bei Marktleuthen, an den Kornbergen, dem Kapellenberg bei Schönberg (auf sächsichem Gebiete), Sandau (Kaiserwald), mit welchen solche aus Central-Frankreich (Vaulry u. a. O.) bis ins Kleinste übereinstimmen, aber auch in feinkörnigen am grossen Kornberg, Schönlinder Schlossberg bei Röslau, Dreikreuzberg. Selten ist Kaliglimmer in dem Gesteine der Reuth bei Gefrees und in den Graniten der Gegend von Eibenstock, welche mir zu Gebote stehen, habe ich ihn nicht beobachtet, den analogen Graniten der Gegend von Karlsbad (Hirschensprung-Granit v. Hochstetter's) und den glimmerreichen grobporphyrartigen vom Schönlinder Schlossberg bei Röslau, Petschau, Elbogen u. s. w. scheint er ganz zu fehlen, v. Gümbel[1]) hat daher sehr Recht gehabt, das Auftreten des Kaliglimmers als sehr wechselnd zu bezeichnen. Nicht sehr selten zeigt sich der Protolithionit in engster und verschiedenartig gestalteter Verbindung mit dem Kaliglimmer, indem letzterer bald mehr oder weniger breite Umrandungen des ersteren bildet, durch welche die Spaltbarkeit ununterbrochen hindurchsetzt, so am Steinwald und grossen Waldstein und fast noch schöner am Kapellenberge bei Schönberg[2]) oder in ganz unregelmässiger Verwachsung mit ihm, wie bereits Reuss[3]) ausführlich gezeigt hat. Wie an anderen Orten, erweist sich auch im Fichtelgebirge der Kaliglimmer viel schwerer verwitterbar, als der eisenreiche Protolithionit.

Von accessorischen Bestandtheilen der Lithionitgranite sind vor Allem Zirkon- und Apatit-Mikrolithe anzuführen, welche kaum jemals fehlen. Besonders reich an mannigfach ausgebildeten Formen erweist sich das mittelkörnige Gestein des Schönlinder Schlossberges. Topas ist meist in ebensolcher

1) a. a. O. S. 134.

2) Erläuterungen zu Section Elster-Schönberg S. 18.

3) Abh. d. k. k. geol. Reichsanstalt I. S. 20.

Form, aber auch manchmal wie am Rudolfstein[1]) in mit freiem Auge unterscheidbaren Körnern eingewachsen. Nach Ad. Schwager's Analyse enthält er:

Kieselsäure	39,04
Thonerde	48,18
Fluor	13,13
	100,35

Schwach manganhaltigen Almandin-Granat beobachtete ich in kleinen Körnern und Trapezoëdern in den Gesteinen der Luisenburg und Kösseine, hoch manganhaltige kleine und grössere Krystalle (2 O 2) in dem feinkörnigen Granit und Pegmatit des Schönlinder Schlossberges bei Röslau. Titanhaltiges Magneteisen ist in manchen z. B. dem Luisenburger Granit häufig in kleinen Körnern eingemengt, hexagonales kupfer- und manganhaltiges Titaneisen von 4,659 spec. Gew., mitunter in der einfachen Combination 0 P. ∞ P krystallisirt, in jenem von Röslau und Selb und in dem überaus grobkörnigen sog. Stockscheider-Granit von Geyer, wie es scheint, von primitiver Bildung, während das später zu besprechende von Hengstererben in Böhmen wohl secundären Ursprungs sein dürfte. Turmalin ist im Fichtelgebirge besonders am Epprechtstein in mit Quarz verwachsenen strahligen Aggregaten sehr schön vertreten und sehr ausgezeichnet auch bei Selb in kleineren Parthien, findet sich aber auch noch an vielen anderen Orten, doch nicht so gewöhnlich wie bei Eibenstock und Karlsbad, von ihm wird später noch die Rede sein. Beryll ist im Fichtelgebirge nur in pegmatitischen Ausscheidungen des Granits am Schönlinder Schlossberge bei Röslau vorgekommen, wo er von Herrn Dr. Kellermann zuerst bemerkt wurde. Er bildet hier blassgrünliche Säulen ∞ P. 0 P von 0,05 m Länge. Aus den Graniten von Altenberg, Johanngeorgenstadt und Geyer in Sachsen und Neudeck in Böhmen ist er schon länger bekannt.

1) v. Gümbel, a. a. O. S. 359.

Was nun die Classification der Lithionit-Granite betrifft, so muss von vorneherein bemerkt werden, dass sie nur eine künstliche sein kann, da fast von allen Beobachtern Uebergänge zwischen den vorherrschenden Varietäten anerkannt werden; so fanden v. Gümbel[1]) und ich solche im Fichtelgebirge, ebenso bei Karlsbad, Sandau, Hengstererben, Geyer und vielen anderen Orten im sächsischen und böhmischen Erzgebirge und dem Kaiserwalde. Auch die chemischen Analysen, welche im Folgenden bei den einzelnen Varietäten aufgeführt werden sollen, weisen nur solche Unterschiede auf, welche sich durch Einmengungen grösserer Quantitäten von Plagioklas (Kalk- und Natron-Gehalt) oder Protolithionit (Eisen- und Lithion-Gehalt) sofort erklären.

Behufs der bequemeren Uebersicht scheint es am gerathensten, unter den Protolithionit-Graniten glimmerreiche und glimmerarme zu unterscheiden, von jeder dieser Haupt-Gruppen gibt es wieder Untergruppen mit grobkörniger, mittelgrobkörniger, feinkörniger und porphyrartiger Structur. Manche von diesen Gesteinen sind bereits analysirt, wenn auch in der Regel nicht mit Berücksichtigung des Lithions, Zinns und der Schwermetalle, ich werde diese Analysen regelmässig auf die Beschreibung der betreffenden Gruppe folgen lassen.

1. Glimmerreicher Protolithionit-Granit.

a. Mittelkörnig. Das Gestein besteht aus weissem oder gelblichem Orthoklas, meist in Form von Karlsbader Zwillingen, unregelmässig verwachsen mit lichtgrauem Quarze. In diesem Gemenge sind Protolithionit in einzelnen Blättchen, dann Oligoklas, meist in geringer, sowie lichter Kaliglimmer in stark wechselnder Menge eingestreut. Die Glimmer treten nicht selten in der Weise verwachsen auf, dass der lichte den dunkelen umrandet und die Ebene der Spaltbarkeit durch

1) a. a. O. S. 359.

beide gleichmässig hindurchgeht. Im Fichtelgebirge und Steinwalde ist die Kaliglimmer reichlicher enthaltende Varietät die häufigste; sie tritt in der Ochsenkopf- und Schneeberg-Gruppe, dann an den Waldsteinen im Marktleuthener Stocke, dem Epprechtstein, den Kornbergen, sowie in dem Selber und Ascher Stocke auf. Granite vom Kapellenberge bei Schönberg (Sachsen) und dem grossen Waldstein sind ganz ununterscheidbar, ebenso jene von Sandau u. a. O. im Kaiserwalde. Im südlichen Theile des Eibenstock-Neudecker Stockes sind solche Granite nicht selten, im nördlichen (sächsischen) scheinen sie nicht aufzutreten. Sehr ausgezeichnet finden sie sich auch in Central-Frankreich bei Vaulry u. a. O. in den Departements Haute-Vienne und Creuse, ebenso bei Redruth und Luxulian (Cornwall). Protolithionit herrscht über den Kaliglimmer sehr stark vor in den Gesteinen des Kösseinestockes einschliesslich der Luisenburg, noch mehr aber in dem der Reuth bei Gefrees. Die mir durch Herrn Dr. Schalch zugesandten Stücke des Zinnwalder Granits verhalten sich ähnlich; zwar ist der Protolithionit meist schon stark ausgelaugt und gebleicht, aber doch noch leicht von dem Kaliglimmer zu unterscheiden. In den Gesteinen von Bernstein und Grafenreuth, dem Wellenthal bei Hohenberg und dem Wolfsberg bei Joachimsthal, sowie an verschiedenen Orten (Mückelberg-Wasserfall, Schneiderrang oberhalb der Waldquelle u. s. w.) bei Marienbad findet sich gar kein Kaliglimmer.

Auf Gesteine dieser Gruppe beziehen sich die auf S. 466 unter I mitgetheilten Analysen.

b. Der Uebergang solcher Gesteine in p o r p h y r a r t i g e mit bis 0,08 m langen Orthoklasen ist fast überall, wo sie vorkommen, zu beobachten, sehr schön z. B. am Ochsenkopf, am Haberstein, Schönlinder Schlossberg bei Röslau, Weissenstadt, Selb, Liebenstein u. a. O. nordöstlich von Hohenberg im Fichtelgebirge, Elbogen, Marienbad, Sandau u. a. O. im

I.

	SiO_2	TiO_2	Al_2O_3	Fe_2O_3	FeO	MnO	CaO	MgO	K_2O	Na_2O	Li_2O	H_2O	P_2O_5	F	Sonstiges	Sauerstoff-Quot.	Spec. Gew.	Analytiker:
Kleiner Kornberg . .	74,03	vorh.	13,87	0,09	0,95	—	0,30	0,15	6,14	3,71	vorh.	1,17	0,27	vorh.	Cu	0,2263	2,662	Dr. Aug. Böttger in Erlangen (Mittheilung).
Epprechtstein	77,48	—	11,84	0,57	1,63	—	0,43	0,27	3,73	2,48	vorh.	1,56	0,23	vorh.	(Cu)	0,2170	2,663	Desgl.
Luisenburg	71,93	vorh.	15,54	0,59	2,10	—	1,60	0,46	5,30	2,61	Spur	0,69	0,27	—	Cu	0,2807	2,664	Desgl.
Reuth bei Gefrees . .	71,58	—	14,39	1,40	1,27	—	2,01	0,93	4,82	3,81	vorh.	1,18	0,31	—	Cu	0,2420	2,668	Desgl.
Redruth (Carn brea hill)	74,69	—	16,21	Spur	1,16	0,58	0,26	0,48	3,64	1,18	0,10	1,23	—	—	—	0,231	2,64	Phillips Quart. Journ. geol. soc. 31 (1875) p. 330.
Gready bei Luxulion .	69,64	—	17,35	1,04	1,97	Spur	1,40	0,21	4,08	3,51	Spur	0,59	Spur	—	—	0,294	2,72	Phillips Quart. Journ. geol. soc. 36 (1880) p. 8.

II.

	SiO_2	Al_2O_3	Fe_2O_3	FeO	CaO	MgO	K_2O	Na_2O	H_2O	P_2O_5	SO_3	Sauerstoff-Quot.	Spec. Gew.	Analytiker:
Strehlenberg b. Redwitz	68,90	16,80	1,77	1,64	1,80	1,34	3,11	3,90	1,91	0,24	—	0,356	2,681	Dr. Aug. Böttger in Erlangen (Mittheilung).
Katzenfels bei Graslitz	72,27	13,70	3,11	—	2,82	1,59	3,70	1,45	—	0,36	0,56	0,220	—	Notwotny. Laube Geol. d. böhm. Erzgeb. 1876 S. 20.
Schönlind (Böhmen) .	68,49	15,38	3,26	—	2,64	1,74	2,26	5,45	—	0,36	0,51	0,303	—	Krauss. Laube Geol. d. böhm. Erzgeb. 1876 S. 20.

III.

	SiO_2	Al_2O_3	Fe_2O_3	FeO	MnO	CaO	MgO	K_2O	Na_2O	H_2O	P_2O_5	F	SO_3	Sauerstoff-Quot.	Spec. Gew.	Analytiker:
Johanngeorgenstadt . . .	75,31	13,23	—	1,50	—	0,65	0,25	5,51	2,60	0,86	—	—	—	0,204	—	Rube. Scheerer, Festschr. f. d. Jub. d. Berg-Ak. in Freiberg 1866 S. 180.
Klein-Versailles b. Karlsbad	74,84	12,26	—	2,64	—	1,09	0,26	5,73	2,46	0,56	—	—	—	0,208	—	Rube, das. S. 180
Pra Sands b. Sydney Cove .	72,51	13,31	Spur	3,87	0,62	0,60	1,52	6,65	0,43	0,60	—	Spur	—	0,239	2,62	Phillips Quart. Journ. geol. soc. 31 (1875) p. 335.
Platten in Böhmen . . .	60,50	18,82	2,47	—	—	2,14	2,13	9,50	4,12	—	Spur	—	4,74	0,348	—	Pecold. Laube, Geol. d. böhm. Erzgeb. 1876 S. 28.

Kaiserwalde, doch findet dabei meist eine beträchtliche Verringerung des Gehaltes an Kaliglimmer statt, während Oligoklas ziemlich stark vertreten ist, womit Steigerung des Eisen- und Kalk-Gehaltes und Verringerung des Kali-Gehaltes verbunden ist.

Auf Gesteine solcher Art beziehen sich die auf S. 466 unter II aufgeführten Analysen.

Diese beiden Varietäten umfassen das Meiste von dem, was Laube[1]) nach Hochstetter's Vorgang als „Gebirgs-Granit" bezeichnet, in der Meinung, dass es sich um einen von dem fast überall in Granit-Stöcken vorherrschenden nicht verschiedenen Typus handele, was nicht der Fall ist, da sowohl dieser als die übrigen Varietäten sich durch ihren constanten Gehalt an Protolithionit von jenem scharf unterscheiden.

c. Feinkörnige glimmerreiche Granite sind nicht häufig. Sie finden sich im Fichtelgebirge z. B. am grossen Kornberg, sowie in kleinen Gängen, welche am Fusse des Rudolfsteins in den Gneiss hereinsetzen. Die letzteren enthalten viele Turmalin-Nadeln, sowie Topas und Mangangranat in Körnern.

2. Glimmerarme Granite.

a. Sehr grobkörnige glimmerarme Granite. Diese Gruppe ist nur in Sachsen als sog. Stockscheider, d. h. als bis 4 m dicker Mantel feinkörniger Varietäten am Contacte mit Glimmerschiefer am grossen Stockwerk bei Geyer und bei Johanngeorgenstadt vertreten. Der spärliche dunkele Glimmer (s. oben) zieht sich in schmalen langen, oft fast dendritenähnlich gestalteten Aggregaten durch das sehr grobkörnige Gemenge von Feldspath und Quarz hindurch. Der Uebergang in sehr feinkörnige Massen erfolgt allmählich und ist überall deutlich wahrzunehmen.

b. Grob- und mittelkörnige glimmerarme Granite.

1) Geologie des böhmischen Erzgebirges, I. 1876 S. 15.

Sie bestehen aus Orthoklas, ziemlich viel Albit-Oligoklas grauem Quarz und wenig Protolithionit, welcher in einzelnen, oft sehr scharf ausgebildeten Tafeln oder Gruppen von solchen eingestreut ist. Schröder[2]) glaubt, dass das Gemenge ungefähr aus 5 Theilen Feldspath (Orthoklas und Oligoklas), 5 Quarz und 1—2 Theilen Protolithionit bestehe, was mir durchaus richtig zu sein scheint. Häufig treten Topas und Turmalin als accessorische Gemengtheile auf. Uebergang in

c. porphyrartigen glimmerarmen Granit mit grob- und mittelkörniger Grundmasse, aus welcher sich bis 6 cm lange Karlsbader Zwillinge von Orthoklas ausscheiden, gehört allerwärts zu den gewöhnlichen Erscheinungen.

Diese von Herm. Credner „Eibenstocker Turmalin-Granit" benannten Gesteine setzen den nördlichen Theil des Eibenstock-Neudecker Granit-Stockes auf den sächsichen Sectionen Schneeberg, Eibenstock, Falkenstein, Schwarzenberg, Johanngeorgenstadt, dann den Kammerstein bei Breitenhof unweit Johanngeorgenstadt, sowie die Stöcke von Platten, Streitseifen, Hengstererben u. s. w. zusammen. Sie spielen auch in dem von dem Eibenstock-Neudecker Stocke nur durch eine schmale Tertiärmulde getrennten Karlsbader Gebirge eine bedeutende Rolle. Namentlich ist hierher Alles zu zählen, was v. Hochstetter als „Hirschensprung-Granit" bezeichnet, trotzdem in diesem, wie ja auch schon in dem südlichen Theile des erwähnten Stockes etwas Kaliglimmer in das Gemenge eintritt. Auch in Cornwall sind solche Granite nicht selten, z. B. bei Sydney Cove, in Central-Frankreich bilden sie bei Montebras (Creuse) einen Stock. Im Fichtelgebirge treten sie bei Fichtelberg, Leupoldsdorf und am Schneeberge da auf, wo glimmerreichere Granite in die demnächst zu besprechende feinkörnige porphyrartige

2) Erläuterungen zu Section Eibenstock, S. 10.

Modification des glimmerarmen Gesteins übergehen. Sie sind am meisten der Zersetzung unterworfen und liefern in Folge dessen die vorzüglichsten Porzellanerden der Gegend von Karlsbad, auf dem Kamme des Erzgebirges aber die wasserdichte Unterlage weit ausgedehnter Torfmoore.

Auf diese Gruppe beziehen sich die auf S. 466 unter III aufgeführten gut unter einander übereinstimmenden Analysen.

Ihnen schliesst sich unmittelbar an:

d. porphyrartiger glimmerarmer Granit mit feinkörniger Grundmasse. Es sind ganz dieselben Bestandtheile, wie in c, nur in etwa um die Hälfte geringeren Dimensionen und ärmer an Oligoklas und Kaliglimmer, welche die so bezeichneten Gesteine bilden. Doch gehört zu einer vollständigen Charakteristik noch die Bemerkung, dass der Orthoklas ausser in Karlsbader Zwillingen auch noch und zwar gleich häufig in tafelförmigen Einzelkrystallen auftritt, denen die Combination 0 P. ∞ Ꝑ ∞ . Ꝑ ∞ . ∞ P zu Grunde liegt und dass der Protolithionit meist in putzenförmigen Anhäufungen auftritt. Turmalin habe ich in diesen Gesteinen nie gesehen. Am schönsten tritt diese Varietät in dem Ochsenkopf-Stocke bei Fichtelberg (Neubau u. s. w.), ferner am Schneeberge, an der Platte, sowie bei Tröstau und Leupoldsdorf im Fichtelgebirge auf. Im Erzgebirge und in Böhmen ist diese Varietät jedenfalls selten, jedoch würde ich ein von Herrn Dr. Schalch an der Chaussee zwischen Kissdorf und dem Bärenburger Gasthause bei Altenberg gesammeltes Gestein von gewissen, ebenfalls durch kleinere Orthoklase, als sie gewöhnlich vorkommen, ausgezeichneten Graniten der Platte und des Schneeberges nicht zu trennen vermögen.

Hierher gehört die folgende Analyse des Gesteins vom Schneeberg im Fichtelgebirge von Dr. Böttger:

Kieselsäure	75,25
Thonerde	13,36

Eisenoxyd	0,28
Eisenoxydul	1,23
Kalkerde	0,65
Bittererde	0,02
Kali	4,55
Natron	2,91
Wasser	0,64
Phosphorsäure	0,18
	99,07

Ausserdem wurde auch Lithion gefunden.

Der Sauerstoff-Quotient = 0,222

Das spec. Gew. beträgt 2,669.

e. Die feinkörnigen glimmerarmen Granite bestehen der Hauptsache nach aus Orthoklas im Gemenge mit Quarz, welcher zuweilen deutliche Krystallflächen zeigt (Joachimsthal in der Nähe des Werner-Schachtes, Schönlinder Schlossberg bei Röslau im Fichtelgebirge). Oligoklas ist in stark wechselnder Menge (reichlich z. B. in den Varietäten von Geyer und Joachimsthal, Katzenfels bei Graslitz und Streitseifen), Protolithionit und Kaliglimmer stets in geringer vorhanden, accessorisch treten Topas (Geyer, Sadisdorf), Turmalin (mehrfach) und Mangangranat (Schönlinder Schlossberg bei Röslau) auf. Zuweilen zeigen auch diese Gesteine porphyrartige Struktur (Geyer, Sadisdorf, Karlsbad, namentlich einige von Hochstetter zu seinem Karlsbader Granit gezählte). Selbstständige Stöcke bilden solche Gesteine nur im sächsischen Erzgebirge bei Geyer, Altenberg und Zinnwald: Gänge sind in mannigfachen Formen sowohl im Fichtelgebirge als im Erzgebirge zerstreut z. B. bei Röslau, am kleinen Kornberge, bei Haslau, Liebenstein N O von Hohenberg und verschiedenartig gestaltete Massen derselben greifen besonders bei Karlsbad in andere Varietäten ein.

Auf Gesteine dieser Gruppe beziehen sich die folgenden Analysen.

IV.

	SiO_2	TiO_2	Al_2O_3	Fe_2O_3	FeO	MnO	CaO	Mg	K_2O	Na_2O	Li_2O	H_2O	P_2O_5	SO_3	F	Sauer-stoff-Quot.	Spec. Gew.	Analytiker:
Eibenstock	77,50	—	14,21		—	—	0,10	Spur	4,54	3,35	Spur	0,20	—	—	vorh	—	—	W. Knop. Dalmer, Erl. z. Sect. Eibenstock, 1883, S. 10.
Dreikreuzbg. b. Karlsbad	74,30	—	13,55	—	2,57	—	0,51	0,16	5,67	2,31	—	0,11	—	—	—	0,218	—	Rube, Scheerer, Festschr. f. d. Jub. d. Berg-Ak. in Freiberg 1866 S. 180.
Karlsbad	73,23	?	15,47	—	3,34	—	0,80	0,24	4,38	1,70	—	0,65	--	—	—	0,242	—	Kohlschütter das. S. 176.
Geyer (Greifenstein) .	75,96	—	15,01	Spur	—	—	2,70	0,33	1,53	4,49	—	Spur	—	Spur	Spur	—	—	Schalch, Erläuterungen z. Section Geyer S. 45.
Altenberg	74,68	0,71	12,73	—	3,00	Spur	0,09	0,35	4,64	1,54	—	1,17	—	—	—	0,199	—	Rube, Scheerer Ann. Chem. Pharm. 126 (1863) S. 32.
Streitseifen	72,91	—	13,89	0,85	—	—	1,52	0,73	3,99	2,76	—	—	—	1,82	—	0,228	—	Weber, Laube Geol. d. böhm. Erzgebirges 1876 S. 28.
Zettlitz	72,85	—	16,17	Spur	—	—	—	0,36	4,34	3,42	—	2,84	Spur	—	--	0,278	—	Reinitzer, das. S. 28.
Oberrothau	73,30	—	15,59	0,99	—	—	0,88	0,09	4,50	1,02	—	—	—	1,50	—	0,252	—	Endler, das. S. 28.
Unterrothau	75,23	—	15,15		—	—	Spur	Spur	4,67	3,53	—	1,49	Spur	—	—	—	—	Reinitzer, das. S. 32.
Katzenfels b. Graslitz .	74,68	—	14,25	1,87	—	—	2,01	0,73	4,52	1,64	—	—	Spur	Spur	—	0,228	—	Weber, das. S. 32.
Botallak	74,54	—	14,86	2,53	0,23	Spur	2,29	Spur	3,73	3,49	Spur	0,87	—	—	—	0,235	2,66	Phillips, Quart. Journ. geol. soc. 31 (1875) p. 330.

Drusenräume gehören im Protolithionit-Granit nicht gerade zu den häufigen Erscheinungen, auch erreichen dieselben im Fichtelgebirge und Erzgebirge niemals die Dimensionen und den Reichthum an prachtvoll krystallisirten Mineralien, wie in der Gegend von Nertschinsk u. a. O. Sibiriens und auf Elba, gewähren aber trotzdem interessante und lehrreiche Thatsachen in Menge. Die wichtigsten Vorkommen gehören dem Fichtelgebirge an, in welchem sich namentlich der Epprechtstein bei Kirchenlamitz, einige Punkte bei Selb und in kleinerem Massstabe auch der Kapellenberg bei Schönberg besonders auszeichnen. Aber auch bei Rautenkranz u. a. O. der Gegend von Eibenstock, bei Karlsbad und im feinkörnigen Granite des Greifensteins bei Geyer kommen sie öfter vor, sie erreichen im Maximum einen längeren Durchmesser von 0,3 m.

Es wird nicht unerwünscht sein, einige derselben eingehend zu besprechen, da sie von früheren Beobachtern meist nur nebenbei erwähnt werden. Vor Allem ist zu bemerken, dass sich zwischen den hier in Betracht kommenden Mineral-Aggregaten und dem umschliessenden Granit in der Regel keine scharfe Grenze bemerken lässt und dass sie in sehr vielen Fällen keinen Hohlraum umschliessen, in welchem die einzelnen Mineralien sich zu guten Krystallen ausbilden konnten. Dieselben erscheinen vielmehr, wenigstens soweit es sich um die tiefsten Lagen handelt, nur als lokale Ausscheidungen des Gesteins, über welchen sich nur da, wo dieselben mit Bildung eines Hohlraumes verbunden waren, erst mannigfaltige Zersetzungs-Produkte des Gesteins anhäufen. Die meist mit Quarz oder Feldspath verwachsenen „Turmalin-Sonnen" des Eibenstocker und Karlsbader Gebietes[1]) und die meisten des Fichtelgebirges zeigen nur selten Hohlräume. Anders verhält es sich mit dem Vorkommen am

1) Schön und reichlich z. B. auf dem Gipfel des Dreikreuzberges u. a. O.

Epprechtstein bei Kirchenlamitz, Greifenstein bei Geyer und und an mehreren Orten der Gegend von Eibenstock.

Die Drusen des Epprechtsteins sind durch den dortigen grossartigen Steinbruchbetrieb wohl am besten aufgeschlossen und häufig von sehr beträchtlicher Grösse, zu welcher denn auch die Dimensionen der in ihnen ausgebildeten Krystalle im Verhältniss stehen. So gibt es dort Bavenoer Zwillinge von Pegmatolith von 0,07 m Breite und auch die Bergkrystalle (Rauchtopase) erreichen beträchtliche Dimensionen.

Es dürfte sich empfehlen, zunächst eine Uebersicht über die sämmtlichen in den Drusen auftretenden Mineralien in der durch wiederholte Vergleichung der an Ort und Stelle aufgesammelten Stücke ermittelten Reihenfolge darzubieten und daran die Resultate der Untersuchung der einzelnen Körper anzuschliessen.

Gegen die Druse hin wird das Gemenge des mittelkörnigen Granits allmählich grobkörniger und stellenweise auch ärmer an Glimmer (1, c), welcher sich zwar an anderen Stellen entweder in grösseren Krystallen oder blumigblätterigen Büscheln einfindet, aber an Menge gegen den grauen Quarz (1, b) und Pegmatolith (1, a) stets zurücktritt, welche meist in ganz unregelmässiger Weise, öfter aber auch nach Art des sogenannten Schriftgranits mit einander verwachsen die allgemeine Grundlage der Druse bilden. Der Glimmer ist stets Zinnwaldit, zuweilen von seltener Frische und rothbrauner Farbe, meist aber schon angegriffen und gelblichgrau gefärbt. Am Rande dieser Lage, aber nicht in derselben sind bis erbsengrosse Körner von Arsenikkies eingewachsen, welche zuweilen schon völlig in Pitticit umgewandelt erscheinen. Auf diese Mineralien folgt zunächst schwarzer, braun durchscheinender Turmalin I (2) bald in zusammenhängenden strahligen Massen (Sonnen), bald in kleineren Aggregaten und selten auch in beginnenden Pseudomorphosen nach Pegmatolith, welche bekanntlich an mehreren

Orten in Sachsen und Cornwall vollendet getroffen werden[1]). Demnächst folgt in der Regel grünlichgrauer, in dünnen Blättchen jedoch farbloser secundärer Glimmer (3) (s. unten) in Ueberzügen auf 1,a, welche sehr häufig dicke Umhüllungen über und selbst hohle Pseudomorphosen nach Pegmatolith bilden. Zuweilen scheinbar gleichzeitig, aber in der Regel deutlich auf 3 aufgewachsen tritt farbloser oder rein weisser Albit (4) auf, welcher sich durch grossen Flächen-Reichthum auszeichnet. Flussspath (5) in einzelnen Krystallen, seltener Aggregaten von blauer oder grüner Farbe bildet eine Zierde mancher Drusen. Ihn bedeckt ein zweites glimmerähnliches Mineral (6, a), der ächte Gilbertit, welcher auf Zinnwaldit, sowie in Pseudomorphosen nach diesem vorkommt. Mit ihm ist fast immer nadelförmiger Turmalin II (6, b) verwachsen. Beide Mineralien werden nicht selten von Rauchtopas (7) oder Quarz II umhüllt. Dieser tritt aber nicht selbstständig auf, sondern erscheint nur in Form neuerer Anwachsschichten der in die Drusen hereinreichenden Krystalle des älteren Quarzes 1, b, welchem derartige Einschlüsse fremd sind. Vereinzelt kommen dann noch vor: nadelförmiger Zinnstein (8) und Wolfram (9), häufiger aber graulichgrüner Apatit (10), traubiger Hyalit (11), Lithiophorit (12), Kalk- Uranglimmer (13, a) und Kupfer-Uranglimmer (13, b).

Es mag nun die genauere Schilderung der einzelnen Mineralien folgen. Dieselbe beginnt am besten mit dem wichtigsten von allen, dem Orthoklas (Pegmatolith Breith.). Einfache Krystalle desselben sind nicht häufig, sie zeigen die Combinationen $\infty P . 0P . \bar{P}\infty . \infty \not{P} \infty$ oder $\infty P . \infty \not{P} \infty . 0P . 2 \not{P} \infty . \bar{P} \infty . P$, auch $^1/_2 P$ ist zuweilen bemerkbar. Die ausschliesslich nach dem Bavenoer Gesetze gebildeten Zwillinge zeigen diese Formen stets in der bekannten Verkürzung und

1) Breithaupt, Berg- und Hüttenm.-Zeitung 1852. S. 188 ff. Blum, Pseudomorphosen III. Nachtr. S. 134 f.

erreichen, wie schon oben erwähnt, zuweilen eine sehr beträchtliche Grösse. Das spezifische Gewicht dieser weiss oder höchstens blass fleischroth gefärbten Orthoklas-Varietät ergab sich zu 2,528. Die Zusammensetzung ist nach der Analyse von Dr. Pecher (I) folgende, zum Vergleiche sind die Analysen desselben Minerals von Striegau von E. Becker (II) und von Baveno von Abich (III) beigefügt.

	I Epprechtstein. (Pecher)	II Striegau. (Becker)	III Baveno. (Abich)
Spec. Gew.	2,528	2,479	nicht bestimmt.
Kieselsäure	62,84	65,56	65,72
Thonerde	19,12	17,36	18,57
Eisenoxyd	Spur	0,39	Spur
Kalk	1,65	0,54	0,34
Baryt	0,29	0,32	nicht bestimmt.
Bittererde	1,66	1,08	0,10
Kali	11,80	12,29	14,02
Natron	2,36	2,27	1,25

Bei der mikroskopischen Untersuchung ergaben sich stellenweise nach Art des Perthits ausgebildete Einlagerungen, welche z. Th. nur aus sehr dünnen Lamellen eines fein gestreiften triklinen Feldspaths, z. Th. aber aus solchen von farblosem Quarz bestanden und vor der Analyse nicht zu entfernen waren.

Der Quarz tritt zuweilen in bis 0,05 m langen schmutzig grauen Krystallen $\infty P . \pm R$ auf, von welchen besonders die kleineren sehr schön ausgebildet sind. Zuweilen wurden an ihnen die Flächen $\frac{2P2}{4}$, einmal auch $^5/_3 P ^5/_3$ bemerkt. Im Glührohre entfärbt sich das Mineral unter Entwickelung von bituminösem Geruch vollständig. Breithaupt bezeichnet es mit Recht als den gewöhnlichen Begleiter des Pegmato-

liths, was ja auch für andere Fundorte, Mourne Mountains, Baveno, Striegau u. s. w. vollständig zutrifft.

Der Zinnwaldit erscheint, wie oben erwähnt, in dem grobkörnigen Gemenge von Pegmatolith und Quarz entweder in einzelnen Krystallen $0 P . \infty P . \infty \breve{P} \infty$ bis zu 2,5 cm Länge, in blumigblätterigen oder grossschuppigen Aggregaten, zeigt aber, wie zu Zinnwald, nur selten mehr die röthlichbraune Farbe, welche ihm im ganz frischen Zustande zukommt, sondern meist schon eine gelblichgraue und fein gepulvert eine lichtgraue. Vor dem Löthrohr schmilzt er unter intensiv karminrother Färbung der Flamme leicht zu schwärzlichem Glase. Seine optischen Eigenschaften unterscheiden den stets nur in Drusen und auf Gängen vorkommenden Zinnwaldit überaus leicht von dem Protolithionit, Löthrohr- und sonstiges chemisches Verhalten dagegen von den bald zu besprechenden secundären glimmerähnlichen Substanzen.

Der schwarze Turmalin gehört zu den schönsten der in den Ausscheidungen vorkommenden Mineralien, ist aber keineswegs in allen in gleich grosser Quantität zu beobachten. Wo er deutliche Krystallformen zeigt, bestehen diese immer aus den Flächen $\frac{\infty R}{2} . \infty P 2 . R . -2 R$, wie sich am schönsten in Drusen von Selb, aber auch am Epprechtstein, Kapellenberg bei Schönberg, bei Eibenstock und Karlsbad beobachten lässt. Dünne Nadeln sind durchsichtig und zeichnen sich durch sehr schönen Dichroismus, nämlich rothbraun in der Richtung der Hauptaxe und indigoblau in jener der Nebenaxen aus. Das specifische Gewicht der Varietät vom Epprechtstein beträgt 3,207 bei 4° C. Vor dem Löthrohr färbt der Turmalin die Flamme für sich sehr schwach purpurroth und schmilzt dann zu schwarzem Email. Mit saurem schwefelsaurem Kali und Flussspath entsteht aber die blassgrüne Flamme, welche dem Borsäure-Gehalte entspricht.

Man kann nicht wohl bezweifeln, dass die von Chr. Gmelin[1]) ausgeführte Analyse eines schwarzen Turmalins von Eibenstock sich auf diese Varietät bezieht. Sie ergab:

Kieselsäure	33,05
Borsäure	1,89
Thonerde	38,23
Eisenoxydul	23,86
Kalk	0,86
Natron (mit Spuren von Kali und Bittererde)	3,17
Glühverlust	0,45
	101,51

und sollte baldmöglichst wiederholt werden, da sie dem jetzigen Standpunkte der Wissenschaft nicht mehr entspricht. Von neueren Analysen gehören hierher die von F. Johnson und J. H. Collins[2]) ausgeführten der schwarzen Turmaline von Little Carclase (a) und Trevisco (b) in Cornwall

	a	b
Kieselsäure	46,12	43,22
Thonerde	18,40	23,14
Eisenoxyd u. Eisenoxydul	21,90	20,87
Manganoxydul	—	0,10
Bittererde	0,50	0,40
Kalk	0,40	0,51
Natron }	4,50	2,10
Kali }		2,34
Phosphorsäure	—	Spur
Borsäure	5,40	5,60
Glühverlust	1,50	1,47
Fluor u. Verlust	0.68	0,25
	99,40	100,00

Ausserdem fand ich[3]) in allen Turmalinen aus Lithionit-

1) Poggendorff's Annalen IX. 172.

2) Collins, Cornish Tin Stones and Tin Capels. Truro 1888 p. 41.

3) Untersuchungen über Erzgänge II. S. 170.

Graniten noch Zinnsäure, Mangan, Lithion und Spuren von Kobalt, worauf vorher nicht geachtet worden war. Da dieselben an gewissen Orten in Sachsen und Cornwall in Pseudomorphosen nach Pegmatolith auftreten[1]), so wird man wohl den in den Sonnen und Drusen vorkommenden Turmalin für eine secundäre, auf Kosten des Protolithionits entstandene Bildung halten müssen, während er andererseits sowohl in gewissen Graniten als auch in Porphyren und anderen Eruptiv-Gesteinen einschliesslich mancher Basalte und Dolerite[2]) zweifellos als Primitivbildung angesehen werden muss. Die fein nadelförmigen Turmaline II, fast immer mit dem später zu besprechenden Gilbertit verwachsen und auch wie dieser in den jüngeren Krystallschalen der Rauchtopase eingeschlossen, scheinen sich in chemischer Beziehung von den älteren nicht zu unterscheiden.

Die nun folgenden beiden Mineralien, älterer secundärer Glimmer und Albit, treten fast immer nach einander auf, doch soll nicht geleugnet werden, dass in wenigen Fällen der Glimmer auch mit voller Sicherheit über Albit gelagert beobachtet wurde, so dass man die beiden Substanzen als gleichzeitige Bildungen ansprechen könnte. Beide hängen in Bezug auf ihre Entstehungsweise auf das Engste mit dem Pegmatolith zusammen, welchen sie umhüllen und von dessen Oberfläche sie sich dann auch krustenförmig über die angrenzenden Mineralien, namentlich den Quarz verbreiten. Der ältere Glimmer erscheint oft nur als hauchartiger Anflug, aber auch in bis 2 mm grossen scheinbar hexagonalen Kryställchen $0\,P\,.\,\infty\,P\,.\,\infty\,\breve{P}\,\infty$, oft mit vertiefter basischer Fläche und in knäuelförmigen strahlig-blätterigen Aggregaten licht grünlich, oft aber in Folge eines dünnen Brauneisenstein-

1) Breithaupt, Berg- und Hüttenm. Zeitung 1852 S. 188 f. Blum, Pseudomorphosen III. Nachtr. S. 134 f.

2) H. Thürach, Ueber das Vorkommen mikroskop. Zirkone und Titan-Mineralien. Inaug.-Diss. Würzburg 1884 S. 43.

Ueberzuges gelblich gefärbt, den Flächen des Pegmatoliths aufgestreut. Gleichzeitig macht auch von Spaltungsklüftchen und Haarrissen aus die Umwandlung im Innern der Pegmatolith-Krystalle weitere Fortschritte und wird hier so viel zersetztes Material fortgeführt, dass sich grössere Hohlräume in denselben bilden und selbst vollständig hohle Pseudomorphosen entstehen, welche allerdings in vollendeter Ausbildung sehr selten sind. Abgebrochene Krystalle, die beim Aufschlagen mancher Drusen vorgefunden werden, zeigen sich oft an den beiden Enden ebenso umgewandelt, wie die noch feststehenden. Die bis 2 mm breiten Kryställchen lassen sich nach der stark perlmutterglänzenden Fläche 0 P vortrefflich spalten und erweisen sich im Nörremberg'schen Apparate optisch-zweiaxig. Ihre Härte ist 2,5. Vor dem Löthrohr schmelzen sie unter gelber Färbung der Flamme zu weissem Email. Beim Glühen erleiden sie nur einen Verlust von 0,25 proc. Das specifische Gewicht ergab sich zu 2,825 bei 4° C. Von Salzsäure wird das Mineral schwer angegriffen, von Schwefelsäure aber völlig zersetzt. Die qualitative Analyse ergab als Hauptbestandtheile Kieselsäure, Thonerde, Kali nebst Natron, etwas Eisenoxydul, Bittererde, Kalk, Fluor und Zinnsäure, aber kein Wasser. Das ist eine merkwürdige Zusammensetzung, welche sobald als möglich durch quantitative Bestimmungen weiter festgestellt werden soll. Da eine äusserlich ganz ununterscheidbare Substanz auch die grossen Pegmatolithe von Hirschberg in Schlesien, sowie die von Striegau und Baveno bedeckt, so wurden diese Vorkommen mit jenen des Fichtelgebirgs genauer verglichen.

Die erste und werthvollste Abhandlung, welche die Umwandlung von aufgewachsenem Orthoklase (Pegmatolith) in Glimmer bespricht und daher hierher gehört, rührt von G. Rose[1]) her und schildert das Vorkommen in den Drusen des

1) Poggendorff's Annalen Bd. LXXX S. 121 ff.

Granits am Grünen Busch zwischen Hirschberg und Lomnitz[1]) im Riesengebirge. Wie am Epprechtstein finden sich hier alle Stadien des Processes von den dünnsten hautähnlichen Ueberzügen auf den Flächen des Pegmatoliths bis zur völligen Ersetzung der Feldspathsubstanz durch blätterige Glimmer-Aggregate unter deutlicher Erhaltung der Formen. Ich konnte schöne Stücke der Würzburger Sammlung mit Rose's Angaben vergleichen und wüsste seiner Schilderung Nichts hinzuzufügen. Ich habe die secundären Glimmer von den erwähnten Fundorten nach Entfernung des hier und da zu beobachtenden dünnen gelblichen Ueberzuges von Eisenoxydhydrat durch verdünnte Salzsäure mittelst Schwefelsäure zersetzt und qualitativ analysirt, wobei sich ergab, dass sie ebenso wie jene vom Epprechtstein nur Eisenoxydul, aber kein Oxyd enthalten, obwohl letzteres in den Analysen angeführt wird, auch fand ich geringe Mengen von Zinnsäure. Einige Proben enthielten kein oder nur minimale Spuren, andere wenige Procent Wasser. Bis jetzt sind nur zwei Proben von Hirschberg-Lomnitz von Kjerulf[2]) (I) und vom Rath[3]) (II) und eine von Striegau von Riepe[4]) (III) quantitativ analysirt worden. Die Resultate sind, Eisenoxyd als Oxydul und Alles auf 100 berechnet, die folgenden:

	I		II		III	
		O		O		O
Kieselsäure .	54,59	29,11	51,33	27,37	50,09	26,71
Thonerde .	30,34	14,19	30,15	14,11	29,17	13,65
Eisenoxydul	2,54	0,56	0,61	0,13	1,32	0,29

1) Die Namen Hirschberg und Lomnitz bezeichnen also nicht verschiedene Fundorte, wie man irrigerweise glauben könnte, da das Material für Kjerulf's Analyse als von ersterem, das für jene vom Raths aber als von letzterem Orte stammend angeführt wird.

2) Journal f. prakt. Chemie LXV. 1855. S. 190 f.

3) Poggendorff's Annalen Bd. XCVIII. S. 280 ff.

4) Sitzungsber. der niederrh. Gesellschaft für Naturk. zu Bonn 1879 S. 383.

	I		II		III	
		O		O		O
Kalk . . .	—		0,17	0,05	—	
Bittererde .	0,65	0,26	0,78	0,31	0,43	0,17
Kali . . .	8,74	1,48	11,63	1,98	14,14	2,40
Natron . .	2,26	0,58	0,51	0,13	—	
Wasser . .	—		1,20	1,06	4,85	4,31
Fluor . . .	0,88		—			
Glühverlust .	—		3,62			

Da, wie oben bemerkt, nur Eisenoxydul in diesen Glimmern enthalten ist, so ergaben sich für dieselben folgende Sauerstoff-Verhältnisse:

		SiO_2 : R_2O_3 : RO : H_2O		SiO_2 : R_2O_3 : RO : H_2O
Kjerulf I. . .		29,11 : 14,19 : 2,88 : —	=	10,1 : 4,9 : 1 : —
Vom Rath II. .		27,37 : 14,11 : 2,60 : 1,06	=	10,5 : 5,4 : 1 : 0,4
Riepe III. . .		26,71 : 13,65 : 2,86 : 4,31	=	9,3 : 4,8 : 1 : 1,5
	V. Kobell	Onkosin	=	10 : 5 : 1 : 1,5
	A. Knop	Pinitoid	=	8 : 5 : 1 : 1
	Rammelsberg	Kaliglimmer	=	10,8 : 7,5 : 1 : 1,5

Mit den Sauerstoff-Verhältnissen dieser Körper sind die einiger verwandten zusammengestellt. Man sieht daraus das Folgende: Zunächst steht den secundären Glimmern v. Kobell's Onkosin[1]) (spec. Gew. 2,8), welcher als ein fast identisches, nur Magnesia statt Eisenoxydul enthaltendes Mineral zu betrachten ist, aber allerdings bis jetzt nur in äusserst feinschuppigen, scheinbar dichten Massen bekannt ist. Weniger nahe steht schon, obwohl dem Onkosin äusserlich sehr ähnlich, A. Knop's Pinitoid[2]), und der primitive Kaliglimmer[3]) (von Bengalen), welcher sich ausserdem dadurch wesentlich unterscheidet, dass er sehr elastisch ist und nicht, wie die secundären Mineralien von Schwefelsäure zersetzt wird. Man könnte die aus Feldspath gebildeten schuppigen Glimmer, die

1) Journal f. prakt. Chemie II. S. 295.

2) Jahrb. f. Mineralogie 1859 S. 581 ff.

3) Zeitschr. d. deutsch. geol. Gesellsch. XIX. S. 400 f.

sich alle fettig anfühlen und nicht elastisch sind, als Onkophyllit bezeichnen, da ihre eigenthümlichen Merkmale ebensowohl auf einen selbstständigen Körper deuten, wie die des Pinitoids, Hygrophilits u. a.

Versucht man nun, sich eine möglichst klare Vorstellung von der Art der Entstehung des Onkophyllits aus Orthoklas zu machen, so kann man den Pegmatolith vom Epprechtstein zur Vergleichung leider nicht benutzen, da er, wie oben erwähnt, nicht frei von Einlagerungen von triklinem Feldspath und Quarz ist. Es empfiehlt sich vielmehr, die Zusammensetzung des Onkophyllits nach dem Vorgange von G. Bischof[1]) mit der eines ideal reinen Orthoklases[2]) unter der Annahme zu vergleichen, dass der Thonerde-Gehalt beider Körper der gleiche ist, bezw. keine Thonerde bei der Bildung des Onkophyllits abgeschieden wird:

	Orthoklas	Onkophyllit v. Hirschberg	
Kieselsäure	106,47	54,59	— 51,88
Thonerde	30,34	30,34	0
Eisenoxydul	—	2,54	+ 2,54
Bittererde	—	0,65	+ 0,65
Kali	27,80	8,74	— 19,06
Natron	—	2,26	+ 2,26
Fluor	—	0,88	+ 0,88
	164,61	100,00	

Zur Bildung von 100 Theilen Onkophyllit sind also 164,61 Orthoklas erforderlich; neben 51 Theilen Kieselsäure werden auch 19 Kali frei, welche erstere in Lösung halten. Dass sie später auch ausgefällt wird, beweisen die an allen Fundorten auftretenden Hyalitkrusten zur Genüge.

1) Chemische Geologie 1. Aufl. Bd. II. S. 297.

2) 64,68 $Si\,O_2$
18,43 $Al_2\,O_3$
16,89 $K_2\,O$

Wie schon oben erwähnt, tritt farbloser oder schneeweisser ächter Albit in den Drusen des Epprechtsteins sehr häufig auf und zwar in der Regel über dem eben besprochenen älteren secundären Glimmer, seltener allein und zuweilen auf den Flächen des Pegmatoliths in ganz gleicher Weise orientirt, wie auf den weit grösseren Krystallen von Hirschberg. Die Flächen $\infty \breve{P} \infty$ des Albits liegen nämlich den $0P$ und ∞P Flächen des Pegmatoliths vollständig parallel. Dass der Albit gleich dem Glimmer aus dem Pegmatolith hervorgegangen sein müsse, ist wenigstens an den Krystallen vom Epprechtstein ebenso unzweifelhaft zu erkennen, wie an jenen von Hirschberg, die G. Rose[1]) schon vor vielen Jahren in gleicher Weise aufgefasst hat, da der Albit aus den freigelegenen Flächen der Pegmatolithe förmlich herauswächst und ziemlich tief ins Innere derselben eindringt, so dass letztere nur bei noch nicht allzuweit zersetzten Krystallen noch einen frischen Kern übrig behalten. Zuweilen wird aber der Raum des zerstörten Pegmatoliths theilweise von Albit-Aggregaten eingenommen, welche den basischen Spaltungsflächen des Pegmatoliths parallel gelagerte Fächer bilden, die durch Hohlräume getrennt sind und eine sehr originelle Art von Pseudomorphosen darstellen. Der stets deutlich beginnende Umwandlung verrathende Zustand der von frischem durchsichtigem Albit überzogenen Pegmatolith-Krystalle aus vielen anderen Graniten z. B. von Striegau und Baveno, Petersthal, Harzburg u. s. w. beweist ausserdem, dass diesem Processe eine weite Verbreitung zukommt. Auch abgebrochene und lose in dem Drusenraume liegende Krystalle zeigen dieselben Albit-Ueberzüge wie die noch in demselben fest aufsitzenden. Einfache Krystalle, die ja überhaupt nur äusserst selten beobachtet worden sind, kommen an dem Albit des Epprechtsteins niemals vor, vielmehr entweder Zwillinge oder

1) Poggendorff's Annalen Bd. LXXX. S. 123 ff.

Viellinge der Combination $\infty \breve{P} \infty . 0 P . \infty {}'P . \infty P' . \bar{P} \infty . 2 \bar{P} \infty .$ $\infty {}'\breve{\bar{P}} 3 . \infty \breve{\bar{P}}' 3 . 2 {}'\breve{\bar{P}} \infty . 2 \breve{\bar{P}}' \infty$, nach $\infty \breve{P} \infty$ verwachsen, allein sehr häufig sind auch Doppelzwillinge, welche genau mit den von G. Rose[1]) vom Col du Bonhomme und Roc Tourné beschriebenen und abgebildeten übereinstimmen. Selten zeigen sich solche Doppelzwillinge nochmals zu dreifachen mit gemeinsamen Flächen 0 P (Periklin-Gesetz) vereinigt. Der Albit schliesst zuweilen Blättchen des secundären Glimmers II und nicht selten Bruckstücke von Turmalin-Krystallen ein, ja man findet strahlige Turmalin-Aggregate ganz von ihm zersprengt und durch ihn wieder verkittet. Auch hieraus muss man schliessen, dass sich der Albit aus dem u n t e r dem Turmalin gelegenen Pegmatolith entwickelt und bei seiner Krystallisation die ersteren zertrümmert hat, um sich Raum zu schaffen.

Auf dem älteren aus Feldspath entstandenen Glimmer, seltener auch auf Quarz sitzt in Drusen des Epprechtsteines farbloser, recht selten auch lichtviolblauer oder grünlichblauer Flussspath, zuweilen prächtige Fluorescenz zeigend, in einzelnen Krystallen oder kleinen Gruppen von solchen auf, welche stets vorherrschend 0 oder $\infty O \infty$ mit schwach entwickeltem O und ∞O, zuweilen aber auch statt dessen mit m O n zeigen. Nur einmal fand ich 1884 auch wasserhelle Würfel von 20 mm Kantenlänge, deren Ecken dieselben dunkel violblauen Zeichnungen wahrnehmen lassen, welche Kenngott[2]) von Zinnwald abgebildet hat und die sich auch, wenn auch nicht immer gleich regelmässig, an den Ecken von Octaedern farblosen Flussspaths auf kleinen Drusen des chloritischen Sericitschiefers von Eppenhain im Taunus zeigen.

Gleichzeitig scheint wieder, nach der ganz regelmässigen Verwachsung mit einander zu schliessen, Turmalin in feinen

1) Poggendorff's Annalen CXXV. S. 457 ff.

2) Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien. Mathem.-naturw. Cl. Bd. XI. S. 609, Taf. I Fig. 6.

höchstens 1—1,5 mm breiten, aber oft 10 mm langen rothbraun durchscheinenden stark dichroitischen Nadeln und eine zweite secundäre glimmerähnliche Substanz, welche zu dem Gilbertit gerechnet werden muss. Die kleinen Krystalle derselben bilden sechsseitige Tafeln $0P . \infty P . \infty \breve{P} \infty$, dieselben sind optisch-zweiaxig, durchsichtig oder doch stark durchscheinend und mit Ausnahme der perlmutterglänzenden Endfläche fettglänzend. Man unterscheidet sie daher um so leichter von dem älteren secundären Glimmer (Onkophyllit), als sie nur in der Nähe des stark zersetzten Zinnwaldits oder als Umhüllungs- und als Umwandlungs-Pseudomorphosen nach demselben vorkommen, hier und da trifft man sie auch aufgewachsen oder eingeschlossen in den jüngeren Rauchtopas-Hüllen der Quarze. Vor dem Löthrohr schmilzt das Mineral nach vorhergegangenem Aufblähen unter schwacher Rothfärbung der Flamme leicht zu weissem blasigem Glase. Im Glührohre erleidet es einen Verlust von 1,17 Proc. Von Schwefelsäure wird es vollständig, von Salzsäure und Salpetersäure aber nur theilweise zersetzt. Die qualitative Analyse ergab als Bestandtheile Kieselsäure, Thonerde, wenig Bittererde, sehr wenig Eisenoxydul, Kali, Natron, Fluor, Spuren von Lithion, Mangan, Kobalt, Kalk und Zinnsäure. Die Substanz stimmt völlig mit jener überein, welche ich früher[1]) als Pseudomorphose von Gilbertit nach Zinnwaldit von Schlaggenwald beschrieben habe, nur war mir damals die sehr kleine Menge Lithion entgangen, welche sich nachträglich auch in der Zinnwalder Varietät gefunden hat. Chemische und mineralogische Eigenschaften der Substanz würden mich nicht anstehen lassen, dieselbe direct mit dem Gilbertit, wie er nach den neueren Analysen von Collins[2]) aufgefasst werden muss, zu vereinigen, aber der Glühverlust ist bei diesem mindestens dreimal so hoch (3,70 Proc.), wie bei den Epprechtsteiner

1) Jahrb. f. Mineralogie 1880 Bd. I S. 289.
2) Cornish Tin Stones and Tin Capels p. 39. Anal. 2—4.

Kryställchen. Trotzdem stehen sich diese und der Cornwaller Gilbertit jedenfalls äusserst nahe, namentlich auch durch den Lithiongehalt, welcher auch dem Zinnwalder Gilbertit zukommt, dem Ehrenfriedersdorfer aber fehlt. Bei der Bildung dieses Körpers aus dem Zinnwaldit treten das Eisen und Lithion fast ganz, Fluor zum grössten Theile aus, ebenso auch der Zinnsäure-Gehalt. Möglicherweise wird er als fein nadelförmiger Zinnstein wieder abgesetzt, wenigstens lässt die sogleich näher zu besprechende Entdeckung desselben in einigen kleinen Drusen darauf schliessen. Diese Nadeln sind blass bräunlich, im durchfallenden Lichte völlig farblos, schon mit der Lupe deutlich erkennbar, zu Büscheln gruppirt und unter dem Mikroskope ununterscheidbar von jenen, welche man beim Auflösen der schwarzen Freiberger Blende in Königswasser erhält. Die äusserst seltenen Kryställchen enden scheinbar in sehr spitze Doppel-Pyramiden wie sie bei dem Cornwaller Nadelzinnerz gewöhnlich auftreten, doch sind sie gekrümmt und nicht scharf ausgebildet. Vor dem Löthrohre lassen sich diese Nädelchen mit Cyankalium leicht zu Zinn reduciren. Bis jetzt wurden sie nur an einem, von mir 1884 gesammelten Stücke beobachtet, an welchem sich auch ein plattgedrückter und auf $\infty \bar{P} \infty$ stark gestreifter Wolfram-Krystall von 2 mm Breite der in Zinnwald so häufigen Combination $\infty \bar{P} \infty . \infty P . \bar{P} \infty . {}^1/_2 \bar{P} \infty$ befindet. Ein zweiter zerbrochener wurde behufs chemischer Untersuchung abgelöst, welche die Bestimmung bestätigte.

Nicht so sehr selten, aber immerhin nicht häufig sind bis 8 mm hohe graulichgrüne stark durchscheinende bis durchsichtige Krystalle von Apatit, meist auf Gilbertit oder Pegmatolith aufgewachsen und ganz mit solchen der Würzburger Sammlung von Zinnwald übereinstimmend. Nur einmal habe ich im Apatit Zinnstein-Nadeln als Einschluss in ähnlicher Weise beobachtet, wie früher[1]) Asbest im Spargelstein des

1) Jahrb. f. Min. 1874 S. 606.

Zillerthals, andere Mineralien sind mir darin nicht zu Gesicht gekommen. Die gewöhnliche Form des Apatits ist 0 P. ∞ P. ∞ P 2, in seltenen Fällen treten auch noch P, $^1/_2$P und 2 P 2 hinzu, ganz wie an Zinnwalder Stücken. Der Apatit ist nach der qualitativen Analyse ebenso wie der graulichgrüne von Zinnwald ein Chlor-Apatit, welcher auch etwas Manganoxydul und eine Spur Eisenoxydul enthält. Auch die grünlichen und violeten Apatite vom Greifenstein bei Geyer und Ehrenfriedersdorf, sowie von Schlaggenwald enthalten etwas Mangan, doch rührt ihre schöne Färbung nicht von diesem, sondern von organischen Farbstoffen her, wie man sich bei Versuchen mit dem Glührohre leicht überzeugen kann.

Hyalit in durchsichtigen nierenförmigen oder kleintraubigen Krusten von geringer Dicke überkleidet in manchen Drusen alle älteren Mineralien, nur Zinnstein, Wolfram und Apatit habe ich noch nicht von ihm überzogen gesehen. Manche der von ihm bedeckten Körper wittern später aus, besonders die nadelförmigen Turmaline und es bleiben dann prächtige hohle Ueberzugs-Pseudomorphosen nach ihnen zurück, jenen ähnlich, welche in Basalten, z. B. jenem von Geisnidda in Oberhessen [1]) durch Wegführung von Aragonitnadeln entstehen, die von Hyalit umhüllt worden waren. Nicht uninteressant dürfte es sein, dass auch Rauchtopas-Krystalle an wohlerhaltenen wie an abgebrochenen Enden und Flächen Hyalit-Ueberzüge bemerken lassen.

Als Lithiophorit sind wegen intensiv carminrother Färbung der Löthrohrflamme gewisse in Tröpfchen und kleintraubigen Aggregaten mit glatter Oberfläche oder dünnen Ueberzügen von schwarzer Farbe und braunem Strich auftretende hoch manganhaltige Substanzen anzusehen, welche auch zuweilen grössere Nester in dem Schutt des Granits bilden und diesen verkitten [2]).

1) F. Sandberger Jahrb. f. Min. 1874 S. 172.
2) Jahrb. f. Min. 1888 Bd. I S. 208.

Ueber dem Lithiophorit oder dem mit ihm gleichalterigen Wad sind nur noch zwei Mineralien beobachtet, nämlich kaum 1 mm grosse gelbe Täfelchen von Kalk-Uranglimmer am Epprechtstein und am Kapellenberg bei Schönberg und prächtig grüne, scharfe Kryställchen 0 P. P von Kupfer-Uranglimmer in Nestern von Zinnwaldit am Epprechtstein [1]).

Wie schon öfter angedeutet, finden sich die Mineralien, welche die oft sehr grossen Drusen des Epprechtsteins in so klar ausgesprochener Reihenfolge erfüllen, theilweise auch in den kleinen des Kapellenbergs bei Schönberg (Sachsen) wieder, namentlich Arsenikkies, Pegmatolith, Rauchtopas, Zinnwaldit, Turmalin, auch in beginnenden Pseudomorphosen nach Pegmatolith, Albit, Lithiophorit und Kalk-Uranglimmer. Aus Drusen des Eibenstocker Granit-Gebietes führt Schröder [2]), ohne die Reihenfolge zu erörtern, Albit, ? Kaliglimmer (vermuthlich Zinnwaldit), Quarz, Apatit und Flussspath auf. Die Fortsetzung des Eibenstocker Granit-Massivs in Böhmen scheint nur selten Drusen zu enthalten, wenigstens finde ich in der Laube'schen Abhandlung [3]) solche nicht aufgeführt; von Karlsbad kenne ich aber Drusen, welche Pegmatolith, Quarz, Zinnwaldit, Turmalin und Albit enthalten. In dem Greifensteiner Stocke bei Geyer trifft man wieder Drusenräume, in welchen zunächst prächtig ausgebildete blassviolete Apatite oft ganz in schuppigen Nakrit gehüllt auffallen, doch kommen hier ausserdem auch Turmalin, Topas, Arsenikkies, Wolfram, Zinnstein und Molybdänglanz vor, in welcher Reihenfolge ist aus der Litteratur nicht zu ersehen.

Sieht man sich in weiteren Gebieten nach Analogien

1) Diese wurden 1888 von Herrn Dr. Kellermann aufgefunden, Kalk-Uranglimmer kommt nicht mit ihnen zusammen vor.

2) Erläuterungen zu Section Eibenstock S. 13, desgl. zu Section Falkenstein S. 15.

3) Geologie des böhm. Erzgebirgs I Prag 1876.

mit den bisher besprochenen Drusen um, so bieten sich solche in erster Linie in den bekannten Graniten von Striegau in Schlesien[1]) und Baveno in Oberitalien[2]) dar.

Die genauere Untersuchung der dunkelen Glimmer aus dem rothen und weissen Granit von Baveno[3]) wie aus jenem von Striegau[4]) hat die völlige Identität mit dem Protolithionit ergeben. Ausser dessen gewöhnlichen Bestandtheilen liessen sich in denselben auch Zinn, Arsen, Kupfer und Kobalt nachweisen, Uran war dagegen, vermuthlich wegen zu geringer Menge des Materials nicht aufzufinden. Das Aussehen des rothen Granits von Baveno ist dem mancher glimmerarmen Lithionit-Granite der Gegend von Eibenstock und Karlsbad so ähnlich, dass man schwer begreift, wie diese Analogie seither unbemerkt bleiben konnte.

In den Striegauer Drusen beobachtet man über Verwachsungen von Pegmatolith mit Quarz und seltenerem älterem Turmalin zunächst Onkophyllit und Albit in denselben Formen, wie am Epprechtstein, dann folgen weisse Blättchen eines lithionhaltigen Glimmers (Gilbertit), verwachsen mit Nadeln von jüngerem Turmalin, Flussspath (O . m O) Hyalit und Lithiophorit ebenfalls wie dort, während Strigovit, Chlorit, Epidot, Axinit, dann die Zeolithe Chabasit, Stilbit, Desmin, Laumontit und Prehnit, sowie der Kalkspath den Fichtel-

1) E. Becker, Ueber das Mineral-Vorkommen im Granit zu Striegau. Inaug.-Diss. Breslau 1868.

2) Strüver, Atti della R. Academia de Torino. 1866. Vom Rath Poggendorff's Annalen CXXXV. S. 584. Molinari Atti della societa d. sc. nat. Milano 1885. Streng, Jahrb. f. Min. 1887. I S. 98 ff.

3) Die von Rube und Kyber unter Scheerer's Leitung ausgeführten Bausch-Analysen finden sich in der Festschrift zum 100jährigen Jubiläum der Freiberger Berg-Academie S. 176—183, die von Bunsen in Roths Gesteins-Analysen 1861 S. 66, neuere Alkalibestimmungen von A. Gerhard im Jahrb. f. Min. 1887 II S. 270.

4) Bausch-Analyse von Streng in Poggendorff's Annalen XC (1853) S. 122.

gebirger Drusen fremd sind. Es zeigen daher nur die älteren Glieder der Striegauer Drusen-Ausfüllung eine vollständige Uebereinstimmung mit jener der bayerischen.

Die Drusen von Baveno, sowohl der weissen als der rothen Varietät des Gesteins angehörig, haben wieder als Grundlage Pegmatolith und Quarz, mit welchen aber auch oft breite Blättchen von stark ausgebleichtem, doch noch leicht unter intensiver Rothfärbung der Flamme zu schwarzem Glase schmelzbarem Zinnwaldit[1]) verwachsen sind. Mit den prachtvoll ausgebildeten Pegmatolithen, besonders auch den in dem nach diesem Fundorte benannten Zwillings-Gesetze krystallisirten halten die Epprechtsteiner keinen Vergleich aus, auch die Quarze sind schöner und flächenreicher ausgebildet. Turmalin fehlt auch hier nicht. Die Oberfläche der Pegmatolithe (besonders 0 P) bedeckt wieder Onkophyllit, wie am Epprechtstein, auch die Albite treten in ganz gleicher Weise auf, ebenso farbloser oder hellvioleter Flussspath (0 . ∞ O ∞ . ∞ O und ∞ O m) und Gilbertit, sowie Hyalit und Lithiophorit. Dagegen erinnern Axinit, Epidot, Stilbit, Chabasit, Laumontit und Kalkspath sehr an Striegau, während Datolith, Gadolinit (?), Babingtonit und Scheelit Baveno eingenthümlich zu sein scheinen.

Von den prächtigen Drusen der Mourne Mountains und der sibirischen Lithionit-Granite, sowie jenen von Elba[2]) steht mir leider keine genügende Zahl von Handstücken zu Gebote, um die Reihenfolge ihrer Mineralien bestimmen zu können, auf welche sich nach den bisherigen Angaben in der Litteratur keine sicheren Schlüsse ziehen lassen.

Aus den seitherigen Mittheilungen über die Ausfüllung der Drusen in den Lithionit-Graniten ergibt sich, dass die in denselben enthaltenen Mineralien sich mit Ausnahme der ältesten ungezwungen als Auslaugungs-Producte von diesen

1) Zuerst von Streng a. a. O. richtig erkannt.
2) Vom Rath Zeitschr. d. deutsch. geol. Gesellsch. XXII. S. 644.

oder von dem Nebengesteine nachweisen lassen, wobei indess das letztere noch nicht stark zersetzt worden ist. Wenn der letztere Fall eintritt, so überwiegen auf den Gangspalten Erze und Quarz weitaus über die Silicate, obwohl auch diese niemals fehlen.

Obgleich die eingehendere Besprechung der auf den Gängen auftretenden Mineral-Associationen dem zweiten Theile dieser Abhandlung vorbehalten bleiben soll, mag doch schon hier eine kurze Vergleichung der Ausfüllung der Drusen mit jener der Zinnstein-Gänge ihre Stelle finden.

Der Unterschied besteht hauptsächlich darin, dass der in den Drusen aber nur spärlich vorkommende Zinnstein und Wolfram in den Gängen reichlich, die in ersteren so gewöhnlichen Turmaline und Albite aber in den Gängen nur untergeordnet auftreten.

Sehr verwandt mit jener der Drusen erweisen sich im Eibenstocker Revier besonders die als Ausfüllung von Gängen beobachteten sogenannten „granitartigen Gemenge“ [1]) aus Quarz, Feldspath, Zinnwaldit und „glimmerähnlichem Talk“ (Gilbertit) nebst sehr fein eingesprengtem Zinnstein, welche zuweilen regelmässig mit reinen Quarzlagen wechseln.

Weit reicher an verschiedenen Mineralien erscheint die Gangausfüllung in völlig zu sogenanntem Greisen, einem feldspathfreien Gemenge von Quarz und Zinnwaldit zersetzten Lithionit-Granite. Die reichste mir bekannte Reihe derselben beobachtet man zu Zinnwald im Erzgebirge. Hier folgen übereinander nach Breithaupts [2]) und meinen eigenen Beobachtungen:

1. Quarz, 2. Zinnwaldit, 3. Zinnstein, 4. Wolfram, 5. Gilbertit, 6. Scheelit, 7. Flussspath, 8. Apatit, 9. Kupfer-Uranglimmer. Nur als Seltenheiten finden sich die noch jüngeren Mineralien Bleiglanz, gemengt mit Zinkblende, Zinn-

1) Oppe, Cotta's Gangstudien Bd. II S. 142 f., 145 f.
2) Paragenesis der Mineralien S. 146.

kies, Kupferkies, Kupferglanz und ihre Zersetzungs-Producte, sowie Zeunerit (Arsen-Kupferuranglimmer), wovon 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8 und 9 oben auch fast in gleicher Reihenfolge in den Drusen des Epprechtsteins nachgewiesen wurden. Die Analogie der Ausfüllung der Gänge mit jener der letzteren ist also sehr auffällig.

Zur Entwickelung der häutigen Bogengänge des inneren Ohres.

Von N. Rüdinger.

(Mit Taf. VI.)

(Eingelaufen 30. Dezember.)

Bei der Bildung des häutigen Labyrinthes verdienen zwei wesentlich verschiedene Vorgänge eine besondere Beachtung. Der eine dieser Vorgänge besteht darin, dass sich an dem vergrössernden abgeschnürten Gehörbläschen durch „Faltenbildungen" nach dessen Binnenraume eine Theilung in zwei Säckchen vollzieht; während der andere Vorgang eine „epitheliale Knospung oder Sprossung", ein nach der Aussenseite des Labyrinthbläschens hin stattfindendes Auswachsen der Epithelwand darstellt. Der Ductus endolymphaticus sowohl, als auch die Schnecke treten in ihren ersten Anlagen auch als epitheliale Röhren auf, welche von dem Säckchen ausgehen, bevor eine Trennung desselben vollzogen ist. Für diese beiden Gebilde, für den Endolymphgang und die Schnecke, liegen aus älterer und neuerer Zeit eine Anzahl von Beobachtungen vor, welche über die einzelnen Entwickelungsphasen derselben keine Zweifel bestehen lassen.

Obschon man auch den Bildungsvorgängen an den drei häutigen Bogengängen des Labyrinthes, welche, wie schon Kölliker[1]) sagt, schwer zu beobachten sind, eingehende Aufmerksamkeit zugewendet hat, ist man bis zur Zeit über

1) Entwickelungsgeschichte des Menschen und der Thiere, S. 743.

die ersten Angaben Rathkes[1]) nicht wesentlich hinausgekommen. Rathke sagt in seiner klassischen Monographie, dass „jeder (häutige) Bogengang entsteht, indem der häutige Vorhof an einer Stelle eine mit der Convexität nach aussen gekehrte Falte schlägt, und hierauf die beiden Blätter der Falte an ihrer Basis einander näher kommen und verwachsen und der neu entstandene Gang in seiner Mitte von der Stelle, wo er entstand, getrennt, also von dem Vorhofe gleichsam abgespalten wird.

Diese Darstellung Rathkes entspricht keineswegs dem Entwickelungsvorgang, der sich bei der Bildung der häutigen Bogengänge thatsächlich vollzieht und doch blieb dieselbe die fundamentale Unterlage selbst für die hervorragendsten Embryologen bis in die allerneueste Zeit hinein. Ich will hier nicht näher eingehen auf die Mittheilungen von Valentin, Bischoff, Reichert u. A., sondern nur die beiden Autoren hervorheben, welche der Entwickelung des häutigen Labyrinthes eingehende Aufmerksamkeit zugewendet haben und ihre Angaben auf eigene Beobachtung gründen; ich meine die Herren Boettcher[2]) und Kölliker.

Boettcher hebt Seite 17 seiner Monographie, welche bis in die Gegenwart mit Recht mustergiltig und massgebend erschien, hervor, „dass die vertikalen Bogengänge durch sich aneinander lagernde Wülste aus ihrer gemeinschaftlichen Anlage abgeschnürt seien, indem die Anlage für den horizontalen Bogengang als flache, in senkrechter Richtung zur Längsaxe des Labyrinthes (von oben nach unten) comprimirte Tasche erscheine.“

1) Entwickelungsgeschichte der Natter (Coluber natrix) mit 7 Kupfertafeln, Königsberg 1839.

2) Ueber Entwickelung und Bau des Ohrlabyrinthes etc. Dresden 1869. Seite 17.

In ähnlicher Weise schildert auch Kölliker[1]) die Entstehung der Canales semicirculares membranacei, indem derselbe auf Grund selbständiger Untersuchungen angibt, „dass aus dem Theile des Labyrinthes, der zum Utriculus sich umgestaltet, breite platte Duplikaturen von halbkreisförmiger Gestalt hervorsprossen, die dann am freien Rande sich ausweiten, während in der Mitte die zwei Lamellen der Ausbuchtung verwachsen und dann spurlos verschwinden.“

Obschon diese drei angeführten Forscher bezüglich der Deutung ihrer Beobachtungen im Wesentlichen miteinander übereinstimmen und die Bildung der häutigen Bogengänge aus einer Falte (Rathke), aus einer comprimirten Tasche (Boettcher) oder aus einer breiten platten Duplikatur (Kölliker) hervorgehend beschreiben, glaube ich doch für die Entstehungsweise genannter Gänge eine andere Auffassung vertreten zu müssen und stütze dieselbe auf zahlreiche Untersuchungen an vielen Wirbelthierembryonen. Bis jetzt konnte ich meine Studien ausdehnen auf die geschwänzten und ungeschwänzten Batrachier, die Eidechsen, die Fische, die Vögel, die Säugethiere und den Menschen.

Die Deutung der Vorgänge bei der Labyrinthentwickelung wird um so schwieriger, je spärlicher das Material für die Beobachtung vorliegt, während die schwierigsten Fragen um so leichter beantwortet werden können, je zahlreicher die sich aneinander reihenden Entwickelungsstadien von einer und derselben Thierart gewonnen sind.

In letzterer Hinsicht waren für mich am lehrreichsten die Objekte von Selachiern, von der Eidechse und der Forelle. Von dieser konnte ich eine Entwickelungsreihe bis zum 180. Tage erhalten und zwar regelmässig fortlaufende Stadien, die geeignet sind, die rasch sich vollziehenden Veränderungen

1) l. c. Seite 743.

an dem sich bildenden Labyrinth ohne besondere Schwierigkeiten verfolgen zu können.

Sind auch schon viele von den wesentlichsten Vorgängen bei der Labyrinthbildung durch Reissner[1]) bei dem Hühnchen und die erwähnten beiden Forscher, Boettcher und Kölliker, bei den Säugethieren festgestellt worden, so schien mir die Frage über die Entwickelung der häutigen Bogengänge desshalb nicht endgiltig beantwortet zu sein, weil ich an den mir zugänglichen Objekten aus den verschiedensten Entwickelungsstadien weder eine Falte oder Tasche, noch eine Duplikatur als erste Anlage der häutigen Bogengänge wahrnehmen konnte.

Auf zahlreiche Beobachtungen gestützt, muss ich die Entstehung der Canales semicirculares membranacei als eine „epitheliale Hohlsprossung" jenes Abschnittes der Ohrblase, aus der der Utriculus labyrinthi hervorgeht, auffassen.

Das erste Auftreten eines Bogenganges an der Ohrblase findet in der Form von zwei, anfänglich ziemlich weiten trichterförmigen Ausbuchtungen der Epithelwand statt. Diese Thatsache kam auch schon bei Boettcher in seiner Tafel I Fig. 9 von einem 1,6 cm langen Schafembryo und in der 10. Figur der II. Tafel von einem Schafembryo, der eine Länge von 2,8 cm hatte, zum Ausdruck. Allein die Grössendifferenzen der Embryonen waren zu bedeutend, um die Entwickelungsvorgänge am häutigen Labyrinth von dem einen auf den anderen zurückführen zu können. Nicht minder entspricht die Darstellung und Schilderung bei Kölliker der Natur und dessen Figuren 444 und 454 stellen die charakteristische Ausbuchtung in ihrer ersten Form dar. Der Grund, warum der wahre Vorgang von zwei so bewährten Forschern nicht erkannt wurde, kann meiner Meinung nach

1) De auris internae formatione. Dorpat 1851.

nur in dem Umstande liegen, dass denselben wahrscheinlich keine Entwickelungsstadien, welche sich nahe aneinander reihen und daher sich gegenseitig ergänzen, vorlagen, wie es für das erste rasche Wachsthum der häutigen Bogengänge und deren Beurtheilung erforderlich erscheint; denn unzweifelhaft haben die fünf Schafembryonen, welche Boettcher für seine Auffassung verwerthet hat, bezüglich ihrer Grösse einen viel zu bedeutenden Abstand von einander und sie bieten daher nur schwer die Möglichkeit dar, die verschiedenen Entwickelungsphasen des Ohrlabyrinthes aufeinander zurückzuführen. —

Indem ich zur speciellen Betrachtung der Entstehung der häutigen Bogengänge übergehe, muss ich zunächst auf die Epithelbuchten an der Ohrblase hinweisen. Ihnen voran eilt, wie es scheint aus physiologischen Gründen, die Bildung des Ductus endolymphaticus, welcher die Druckdifferenzen im inneren Ohre ausgleicht und daher ein ungewöhnlich rasches Wachsthum zeigt. Während derselbe in der Entwickelung begriffen ist, sieht man an dem Alveus communis mehrere Buchten von trichterförmger Gestalt auftreten. Diese ersten verhältnissmässig weiten Buchten sind schon von Kölliker und Boettcher beschrieben und abgebildet worden. Sehr bald nehmen dieselben den Charakter von Epithelcylindern an, welche bei einigen Thieren ziemlich weit, bei andern sehr eng erscheinen. Bei der Umbildung der Buchten zu Kanälen haben wir nur die verkitteten Epithelzellen des Alveus communis vor uns, während das übrige Zellenmaterial des Mesenchyms eine gleichmässige, etwas lichte Beschaffenheit annimmt und indem die epithelialen Sprossen der Ohrblase sich verlängern, müssen sich dieselben in dem Mesenchym selbständig ihre Wege bahnen, die wahrscheinlich dadurch zu Stande kommen, dass dem rapiden Wachsthum der Epithelcylinder das Zellenlager des Mesenchyms nur geringen Widerstand leistet und

dasselbe dem Drucke unterliegt. Prüft man in diesen Entwickelungsstadien imbibirte Schnittpräparate, so erscheinen die im raschen Wachsthum begriffenen Bogengänge als stark gefärbte durchlöcherte Scheiben, welche von dem lichten matt gefärbten Zellenmaterial des mittleren Keimblattes ganz dicht umschlossen sind. Weder die Andeutung eines perilymphatischen Raumes um die Gänge, noch irgend eine anderartige Abgrenzung oder eine Verbindung derselben mit anderen Gebilden ist erkennbar. Schon an diesen Objekten empfängt man den bestimmten Eindruck, dass sich ein hohler Epithelfortsatz in das gleichmässig erscheinende Mesenchymlager, welches allmählich eine bedeutende Mächtigkeit erlangte, eingebohrt hat und sich nur durch seine charakteristischen, grösstentheils kubischen Zellen von der Umgebung unterscheidet. Keine Gefässlumina sind an diesen Objekten sichtbar und, wie mir scheint, treten dieselben erst auf, wenn die Lichtung der Umgebung des Epithelcylinders beginnt und die erste Andeutung des künftigen perilymphatischen Raumes um die häutigen Bogengänge wahrnehmbar wird. An keinem Objekte, selbst an solchen aus frühen Entwickelungsstadien, konnte ich eine rinnenförmige Beschaffenheit einer Epithelröhre konstatiren und dies müsste doch der Fall sein, wenn die Bogengänge einer Abschnürung der Duplikaturen des Utriculus ihre Entstehung verdanken sollten. Allein e i n e r i n n e n f ö r m i g e B e s c h a f f e n h e i t, e i n e n a n d e r c o n c a v e n S e i t e o f f e n e n B o g e n g a n g h a b e i c h i n k e i n e m E n t w i c k e l u n g s s t a d i u m b e o b a c h t e t.

Ein weiteres wichtiges Beweismittel für meine Auffassung der Bogengang-Entwickelung ist der, dass man bei der Verfolgung eines Ganges an lückenlosen Schnittreihen denselben plötzlich b l i n d e n d e n sieht. Wenn man den angelegten querdurchschnittenen Bogengang von Schnitt zu Schnitt verfolgt, so findet man, dass derselbe allmählich enger wird und plötzlich mit blindem Ende im Mesenchym

abschliesst. Diese Beobachtung war es denn auch, welche mich zur Fragestellung über die Art der Bogengangbildung führte. Die blinde Endigung eines sich entwickelnden Bogenganges wies nothwendig darauf hin, dass jeder einzelne aus zwei Schenkeln entsteht, die in dem Mesenchym einander entgegenwachsen, sich erreichen und bei der Verschmelzung der blinden Enden mit gegenseitiger Communikation einen einzigen Gang darstellen. Mit Bestimmtheit glaube ich sagen zu dürfen, dass jeder häutige Bogengang aus zwei Sprossen entsteht, welche halbkreisförmig einander entgegenwachsen und nach ihrer endlichen Verschmelzung den einfachen Kanal darstellen.

Diese meine Ergebnisse finden auch eine Bestätigung durch Beobachtungen, welche schon vor längerer Zeit von Buhl und Hubrich gemacht und in der Zeitschrift für Biologie bekannt gegeben wurden.

Diese beiden Forscher haben im Jahre 1867 das knöcherne Labyrinth von Missbildungen studirt und gezeigt, dass bei diesen einzelne Labyrinthe auftreten, welche nur den einen Schenkel eines Bogenganges besitzen, also nur einen halben blind abschliessenden Gang haben. Diese Form eines Canalis semicircularis, welche auch schon von anderen Forschern beobachtet wurde, kann nur dann zu Stande kommen, wenn die Bogengang-Entwickelung in der von mir beschriebenen Weise von zwei Schenkeln ausgeht und die erste Anlage des einen oder anderen Schenkels durch pathologische Einflüsse eine Hemmung erfahren hat. Würden dagegen die Canales semicirculares membranacei aus Falten oder, was dasselbe ist, aus Duplikaturen hervorgehen, so wäre für die Erklärung der halben Ausbildung eines häutigen und des entsprechenden späteren knöchernen Ganges viel mehr Schwierigkeit gegeben. Interessant ist der Ausspruch von Buhl und Hubrich: dass die Entwickelung der Bogengänge aus länglichen Erweiterungen oder Aussackungen und Abschnür-

ung vom Vorhofe aus, durch ihre Untersuchungen keine Bestätigung finden könne.

Mit dieser von mir beobachteten Art der Bogengangbildung ist eine andere interessante Frage verknüpft, bestehend in dem Curvenwachsthum der beiden Schenkel des Halbkreises. Warum wächst die epitheliale Röhre von der Ohrblase aus nicht in gerader Richtung, sondern in gekrümmter und zwar unter normalen Bedingungen immer so, dass die beiden Schenkel genau zusammentreffen, um sich miteinander vereinigen zu können. In dem Zellenmaterial des mittleren Keimblattes ist für die Epithelsprossen keine Spur einer Bahn vorgezeichnet, sondern dieselbe entsteht erst durch das Vordringen des Epithelfortsatzes. Auf die Verschiedenheiten, welche bei diesen Vorgängen zwischen den niederen und höheren Wirbelthieren bestehen, will ich hier nicht näher eingehen; ich werde dieselben in einer geplanten grösseren Abhandlung ausführlich besprechen. Zwischen den niederen und höheren Wirbelthieren bestehen in der Labyrinthbildung, insbesondere auch in der Bogengangbildung mehrfache Verschiedenheiten, die dort eine ausführliche Erörterung finden werden.

Indem ich mich der Besprechung des Curvenwachsthumes der häutigen Bogengänge zuwende, betrete ich ein Gebiet der entwickelungsgeschichtlichen Forschung, welches die schwierigsten Aufgaben darbietet, ich meine die Feststellung der Ursachen der Formen, die Erklärung der Formbildung überhaupt. Die Formen der einzelnen Organe und Organgebilde während ihrer Entstehung zu verfolgen, ist eine verhältnissmässig leichte Aufgabe gegenüber der Erforschung jener Vorgänge, welche die Ursachen der Formbildung in sich einschliessen.

Bei dem Studium der Bogengangbildung bin ich auf Eigenthümlichkeiten des sich vermehrenden Zellenmateriales aufmerksam geworden, welche meiner Auffassung nach die

nächstliegenden Ursachen des Curvenwachsthumes der beiden Schenkel eines Bogenganges sein mögen. Folgt man den Epithelknospen des Labyrinthes während ihres Wachsthumes, so sieht man bald, dass die Zellen an der convexen Seite eines Bogenganges bedeutend grösser werden, als jene an der concaven Seite desselben. Die letzteren behalten die ursprünglichen Formen jene des Ohrbläschens mehr oder weniger bei.

Diese Grössendifferenz der Zellen an einer wesentlich in die Länge wachsenden Röhre muss dieselbe von der geraden Richtung ablenken, indem an jener Stelle, wo die grossen Zellen auftreten, eine stärkere Krümmung zu Stande kömmt, als an der gegenüberliegenden Seite, die von dem kleinen Zellenmaterial eingenommen wird. Da die beiden Schenkel eines Bogenganges sich in dieser Hinsicht ganz übereinstimmend verhalten und die vitalmechanischen Wachsthumsvorgänge an den Zellen derselben ganz gleichartige sind, so muss ihre Vereinigung nothwendig in der Mitte erfolgen.

Bietet auch diese Art der Entstehung der häutigen Bogengänge ein hohes Interesse dar, so hat dieselbe doch nur Verwandtschaft mit den vitalmechanischen Bildungsvorgängen aller thierischen Körpertheile, welche von einem Zellenmaterial in gesetzlich vorgezeichneter Form aufgebaut werden, und dieser Aufbau kann doch nur stattfinden durch specifische vitale Eigenschaften, welche jeder einzelnen Zelle inne wohnen.

Indem ich noch darauf hinweise, dass es nicht meine Absicht sein konnte, diese zuletzt erwähnte Wachsthumsform an den sich bildenden halbkreisförmigen Kanälen des häutigen Labyrinthes als einen bedeutungsvollen Vorgang eingehend begründen zu wollen, so schien mir es doch geboten, derselben hier Erwähnung zu thun; denn wenn die Thatsache festgestellt werden konnte, dass:

1) die Bogengänge durch epitheliale Knospung oder Sprossung aus der Ohrblase entstehen und

2) für jeden einzelnen häutigen Bogengang zwei Sprossen auftreten, so kann

3) die Vereinigung der beiden Sprossen nur durch die geschilderten Grössenunterschiede des Zellenmateriales an der convexen und concaven Seite eines Bogenganges stattfinden.

Erklärung der Figuren.

Die drei ersten Figuren sind der Natur entnommen, jedoch grösstentheils schematisch gehalten.

Fig. 1. Ohrblase mit den ersten Buchten als Anlage der Bogengänge. Die beiden nach rechts gerichteten Buchten a und b stellen den horizontalen Bogengang in seinem Beginne dar: a) der ventrale, b) der dorsale Schenkel des Bogenganges.

Fig. 2. Die in der weiteren Ausbildung begriffenen epithelialen Sprossen, welche in dem lichten Mesenchym vordringen und sich die Wege bahnen resp. in dasselbe einbohren.

Fig. 3. Die beiden blind geschlossenen Schenkel der Bogengänge haben sich erreicht, wonach eine Verschmelzung mit Untergang der blinden Enden erfolgt. Eine Abgrenzung der Stelle, wo die Verschmelzung stattfindet, ist an den ausgebildeten Objekten nicht wahrnehmbar.

Fig. 4. Stellt das Grössen-Verhältniss der Zellen an der convexen und der concaven Seite eines Bogenganges zu einander dar. Es muss zwischen beiden ein mathematisch genaues Grössenverhältniss gegeben sein, wenn eine normale Vereinigung der beiden Schenkel stattfinden soll.

Oeffentliche Sitzung

zu Ehren Seiner Majestät des Königs und Seiner Königlichen Hoheit des Prinzregenten

am 27. Dezember 1888.

Wahlen.

Von der mathematisch-physikalischen Classe wurden gewählt und von Sr. Kgl. Hoheit dem Prinz-Regenten bestätiget:

zu ordentlichen Mitgliedern:

1. Das bisherige ausserordentliche Mitglied, Herr Dr. Carl Haushofer, Professor der Mineralogie an der technischen Hochschule dahier,
2. Das bisherige ausserordentliche Mitglied, Herr Dr. Nikolaus Rüdinger, Professor der Anatomie an der Ludwig-Maximilians-Universität dahier;

zu ausserordentlichen Mitgliedern:

3. Herr Dr. Adolph Steinheil, Vorstand einer optisch-astronomischen Werkstätte dahier,
4. Herr Dr. Rainer Ludwig Claisen, Privatdozent für Chemie an der Ludwig-Maximilians-Universität dahier;

zu auswärtigen Mitgliedern:

5. Das bisherige correspondirende Mitglied, Herr Dr. Eduard von Regel, kais. russ. Staatsrath und Vorstand des botanischen Gartens in St. Petersburg,

6. Herr Dr. Georg Gabriel Stokes, Professor der Physik an der Universität Cambridge,
7. Herr Dr. Rudolf Virchow, Professor der Pathologie an der Universität zu Berlin;

zu correspondirenden Mitgliedern:

8. Herr Dr. Hugo Gyldén, Direktor der Sternwarte zu Stockholm, und
9. Herr Dr. Georg Recknagel, Professor der Mathematik an dem Gymnasium zu Passau.

Verzeichniss der eingelaufenen Druckschriften

Juli bis December 1888.

Die verehrlichen Gesellschaften und Institute, mit welchen unsere Akademie in Tauschverkehr steht, werden gebeten, nachstehendes Verzeichniss zugleich als Empfangsbestätigung zu betrachten. — Die zunächst für die philosophisch-philologische Classe bestimmten Druckschriften sind in deren Sitzungsberichten 1888 Bd. II Heft 3 verzeichnet.

Von folgenden Gesellschaften und Instituten:

Royal Society of South Australia in Adelaide:

Transactions and Proceedings. Vol. X. (for 1886—87.) 1888. 8⁰.

Naturforschende Gesellschaft des Osterlands in Altenburg:

Mittheilungen. N. F. Bd. IV. 1888. 8⁰.

K. Akademie der Wissenschaften in Amsterdam:

Verhandelingen. Afd. Natuurkunde. Deel 26. 1888. 4⁰.
Verslagen en Mededeelingen. Afd. Natuurkunde. 3e Reeks. Deel 3 u. 4. 1887—88. 8⁰.

K. Zoologisch Genootschap in Amsterdam:

Bijdragen tot de Dierkunde. Aflev. 14—16. 1887—88. Fol.
Feest Nummer. 1888. Fol.

Johns Hopkins University in Baltimore:

American chemical Journal. Vol. X. Nr. 3. 1888. 8⁰.
American Journal of Mathematics. Vol. X. Nr. 3. 1888. 4⁰.

Museum in Bergen:

Aarsberetning for 1887. 1888. 8⁰.

K. Preussische Akademie der Wissenschaften in Berlin:

C. W. Borchardt's gesammelte Werke. 1888. 4⁰.

Deutsche chemische Gesellschaft in Berlin:

Berichte. 21. Jahrg. 1888. Nr. 11—17. 8⁰.

Deutsche geologische Gesellschaft in Berlin:

Zeitschrift. Bd. 40. Heft 1. 2. 1888. 8⁰.

Physikalische Gesellschaft in Berlin:

Die Fortschritte der Physik. Jahrg. XXXVIII. Abth. 1. 2. 3. 1887. 8⁰.
Verhandlungen im Jahre 1887. VI. Jahrg. 1888. 8⁰.

Physiologische Gesellschaft in Berlin:

Centralblatt für Physiologie. 1888. Nr. 7—18 und Register zu Jahrgang 1887. 1888. 8⁰.
Verhandlungen. 1888. Nr. 13—20. 8⁰.

K. Preuss. Geodätisches Institut in Berlin:

Gradmessungs-Nivellement zwischen Anclam u. Cuxhafen. 1888. 4⁰.
Jahresbericht für 1887/88. 1888. 8⁰.
Verhandlungen der Conferenz der permanenten Commission der intern. Erdmessung. 1888. 4⁰.
Comptes rendus de la session de la commission permanente à Nice en 1887. Paris 1888. 4⁰.

Verein zur Beförderung des Gartenbaues in den K. Preuss. Staaten in Berlin:

Gartenflora. Jahrgang 1888 in 24 Heften. 1888. 8⁰.

Naturwissenschaftliche Wochenschrift in Berlin:

Wochenschrift. Jahrg. I (1886), II (1887), III (1888). Nr. 1—13. 4⁰.

Zeitschrift für Instrumentenkunde in Berlin:

Zeitschrift. 8. Jahrg. 1888. Heft 7—12. gr. 8⁰.

Commission géodésique Suisse in Bern:

Le réseau de triangulation Suisse. Vol. III. Lausanne 1888. 4⁰.

Gewerbschule zu Bistritz in Siebenbürgen:

XIV. Jahresbericht f. d. J. 1887/88. 1888. 8⁰.

Naturhistorischer Verein der preussischen Rheinlande in Bonn:

Verhandlungen. Jahrg. 45. 1. Hälfte. 1888. 8⁰.
Gerhard Vom Rath, eine Lebensskizze von H. Laspeyres. 1888. 8⁰.

Société de géographie commerciale in Bordeaux:

Bulletin. 1888. Nr. 13—23. 8⁰.

Société Linnéenne in Bordeaux:

Actes. Vol. 40. 41. 1886—87. 8⁰.

American Academy of Arts and Sciences in Boston:

Memoirs. Centennial Volume. Vol. XI. Part V. Nr. 6. Part VI. Nr. 7. 1887—88. 4⁰.
Proceedings. Vol. XXIII. Part 1. 1888. 8⁰.

Society of Natural history in Boston:

Memoirs. Vol. IV. Nr. 5. 6. 1888. 4⁰.

Schlesische Gesellschaft für vaterländische Cultur in Breslau:

65. Jahresbericht f. d. Jahr 1887. 1888. 8⁰.

Académie de médecine in Brüssel:

Mémoires des concours et des savants étrangers. Tom. VIII. 1—4. 1888. 4⁰.
Mémoires couronnés. Collection in 8⁰. Tom. VIII. Fasc. 5. 8⁰.
Bulletin. IV. Sér. Tom. II. Nr. 6—10. 1888. 8⁰.

Société entomologique de Belgique in Brüssel:

Annales. Tom. XXXI. 1887. 8⁰.

Société malacologique de la Belgique in Brüssel:

Annales. Tom. XXII. 1887. 8⁰.
Procès-verbaux des séances. Tom. XVII. p. I—LXXII. 1888. 8⁰.

K. Ungarische Akademie der Wissenschaften in Budapest:

Péch Antal, Alsó-Magyarország bányamívelésének története. (Geschichte der Bergwerke in Nieder-Ungarn.) Bd. II.
Wenzel Gusztáv, Magyarország mezögazdaságának története. (Geschichte des Landbaues in Ungarn.) 1887. 8⁰.
Természettudományi Értekezések. (Naturwissenschaftliche Abhandlungen.) Bd. XVI, 7. VII, 2—5. 1887. 8⁰.
Mathematikai Értekezések. Bd. XIII, 3. XIV, 1. 1887. 8⁰.
Mathematikai és természettudományi Értesitö. Bd. V. 7—9. VI, 1.
Thanhoffer Lajos, Adatok a Központi idegrendszer szerkegetéhez. (Daten zur Structur des centralen Nervensystems.) 1887. 4⁰.
Mathematikai és természettudományi közlemények. Bd. XXII, 1—8.
Mathematische und naturwissenschaftliche Berichte. Bd. V. 1887. 8⁰.

Oficina meteorológica Argentina in Buenos-Aires:

Anales. Tomo VI. 1888. 4⁰.

Instituto y Observatorio de marina de San Fernando in Cadiz:

Almanaque nautico para 1890. Madrid 1888. 8⁰.

Société Linnéenne de Normandie in Caen:

Bulletin. 4e Série. Vol. I. année 1886—87. 1888. 8⁰.

Meteorological Department of the Government of India in Calcutta:

Meteorological Observations. January—July. 1888. Fol.
Report on the Meteorology of India in 1885, by Henry F. Blanford. XI. year. 1887. Fol.
Indian Meteorological Memoirs, by Henry F. Blanford. Vol. IV. part 2. 3. 1887. Fol.
Weather Charts of the Bay of Bengal. 1887. Fol.

Indian Museum in Calcutta:

A Catalogue of the Moths of India, by E. C. Cotes and C. Swinhoe. Part III. 1888. 8⁰.

Geological Survey of India in Calcutta:

Records. Vol. XXI. Part 2. 3. 1888. 4⁰.
Memoirs. Vol. XXIV. Part 1. 1887. 4⁰.
Palaeontologia Indica. Vol. IV. Part 3. 1887. Fol.
Manual of the Geology of India. Part IV. Mineralogy by F. R. Mallot. 1887. 8⁰.

Museum of comparative Zoölogy at Harvard College in Cambridge, Mass.:

Bulletin. Vol. XIII. Nr. 9. 10. Vol. XVI. Nr. 2. Vol. XVII. Nr. 1. 2. 1888. 8⁰.

Harvard College Observatory in Cambridge, Mass.:

Annals. Vol. XVIII. Nr. III—V. 1887. 4⁰.

Accademia Gioenia in Catania:

Atti. Ser. III. Vol. XX. 1888. 4⁰.

Elliott Society in Charleston:

Proceedings. Vol. 2. p. 161—200. 1887. 8⁰.

K. Sächsisches meteorologisches Institut in Chemnitz:

Jahrbuch. 5. Jahrg. 1887. I. Hälfte. 1888. 4⁰.
Bericht über die Wasserkatastrophe in der Lausitz. 17.—18. Mai 1887. 1887. Fol.

Société des Sciences naturelles in Cherbourg:

Mémoires. Tom. XXV. 1887. 8⁰.

Journal of comparative Medicine and Surgery in Chicago:

Journal. Vol. IX. Nr. 3. 1888. 8⁰.

Norwegische Abtheilung der internationalen Polarforschung in Christiania:

Beobachtungs-Ergebnisse der Norwegischen Polarstation Bossekop in Alten. Theil II. 1888. 4⁰.

Naturforschende Gesellschaft Graubündens in Chur:

Jahresbericht. Neue Folge. XXXI. Jahrgang. 1886/87. 1888. 8⁰.

Chemiker Zeitung in Cöthen:

Chemiker Zeitung. 1888. Nr. 81—102. Fol.

Société d'histoire naturelle in Colmar:

Bulletin. 27ᵉ—29ᵉ années. 1886—1888. 1888. 8⁰.

Academia nacional de ciencias in Cordoba (Rep. Argent.):

Boletin. Tomo X. entr. 2. Tomo XI. entr. 1. 2. Buenos Aires 1887—88. 8⁰.

École polytechnique in Delft:

Annales. Tom. IV. Livr. 1. 2. 1888. 4⁰.

Colorado Scientific Society in Denver:

Proceedings. Vol. II. Part 3. 1887. 8⁰.

Naturforscher-Gesellschaft in Dorpat:

Schriften. Nr. II—IV. 1887—88. 4⁰.
Sitzungsberichte. Bd. VIII, 2 (1887). 1888. 8⁰.

Union géographique du Nord de la France in Douai:

Bulletin. Tom. VIII. Nov.—Déc. 1887. Tom. IX. Janv.—Avril 1888. 1887—88. 8⁰.

Verein für Erdkunde in Dresden:

Festschrift zur Jubelfeier des 25 jährigen Bestehens des Vereins für Erdkunde zu Dresden. 1888. 8⁰.

Royal Irish Academy in Dublin:

Proceedings. Science. Ser. II. Vol. IV. Nr. 6. 1888. 8⁰.

Royal Dublin Society in Dublin:

The scientific Transactions. Vol. III. Nr. XIV. Vol. IV. Nr. I. 1887/88. 4⁰.

Royal Geological Society of Ireland in Dublin:

Journal. Vol. XVII. Part 2. 1887. 8⁰.

Geological Society in Edinburgh:

Transactions. Vol. V. Part 4. 1888. 8⁰.

Reale Accademia dei Georgofili in Florenz:

Atti. 4ª Serie. Vol. XI. disp. 2. 3. 1888. 8⁰.

Senckenbergische naturforschende Gesellschaft in Frankfurt a/M.:

Abhandlungen. Bd. XVIII. Heft 3. 1888. 4⁰.
Bericht. 1888. 8⁰.

Naturwissenschaftlicher Verein in Frankfurt a/O.:

Monatliche Mittheilungen. 6. Jahrg. 1888/89. Nr. 1—6. 1888. 8⁰.

Naturforschende Gesellschaft in Freiburg i/Br.:

Berichte. Bd. II. 1887. 8⁰.

Observatoire astronomique in Genf:

Résumé météorologique de l'année 1887 pour Génève et le Grand Saint-Bernard par A. Kammermann. 1888. 8⁰.

Denison University in Granville, Ohio:

Bulletin of the Scientific Laboratories. Vol. I. II, parts 1. 2. III. 1885—88. 8⁰.

Verein der Aerzte in Steiermark in Graz:

Mittheilungen. 24. Vereinsjahr 1887. 1888. 8⁰.
Chronik des Vereins 1863—1888. 8⁰.

Naturwissenschaftlicher Verein für Steiermark in Graz.

Mittheilungen. Jahrgang 1887. Heft 24. 1888. 8⁰.

Leopoldinisch-Carolinische deutsche Akademie der Naturforscher in Halle a/S.:

Leopoldina. Heft XXIV. Nr. 11—22. 1888. 4⁰.
Nova Acta. Bd. 49—51. 1887. 4⁰.
Katalog der Bibliothek. Lief. 1. 1887. 8⁰.

Teyler Genootschap in Harlem:

Archives du Musée Teyler. Ser. II. Vol. III, partie 2. 1888. 8⁰.
Catalogue de la bibliothèque par C. Ekama. Livr. VII. VIII. 1887/88. 8⁰.

Holländische Gesellschaft der Wissenschaften in Harlem:

Archives Néerlandaises des sciences exactes. Tom. XXII. Livr. 4. 5. Tom. XXIII. Livr. 1. 1888. 8⁰.

Commission géologique de la Finlande in Helsingfors:

Carte géologique de la Finlande Nr. 10 et 11, accompagnée de renseignements. 1888. 8⁰.

Finländische Gesellschaft der Wissenschaften in Helsingfors:

Bidrag till kännedom af Finlands natur och folk. Heft 45—47. 1887—88. 8⁰.

Societas pro Fauna et Flora Fennica in Helsingfors:

Acta. Vol. III. IV. 1886—88. 8⁰.
Meddelanden. Heft 14. 1888. 8⁰.

Siebenbürgischer Verein für Naturwissenschaften in Hermannstadt:

Verhandlungen und Mittheilungen. 38. Jahrg. 1888. 8⁰.

Royal Society of Tasmania in Hobarttown:

Papers and Proceedings for 1887. 1888. 8⁰.

Naturwissenschaftlich-medicinischer Verein in Innsbruck:

Berichte. XVII. Jahrg. 1887—88. 1887. 8⁰.

Medicinisch-naturwissenschaftliche Gesellschaft in Jena:

Jenaische Zeitschrift für Naturwissenschaft. Bd. XXII. Heft 1—4. 1888. 8⁰.

Naturwissenschaftlicher Verein in Karlsruhe:

Verhandlungen. 10. Bd. 1883—88. 1888. 8⁰.

Section médicale de la Société des sciences expérimentales annexée à l'université de Charkow:

Trudi. 1886—1887 et 1888. 1888. 8⁰.

Ministerial-Kommission zur Untersuchung der deutschen Meere in Kiel:

Ergebnisse der Beobachtungs-Stationen. 1887. Heft 1—9. Berlin gr. 4⁰.

Sternwarte in Kiel:

Das Aequinoctium für 1860,0 von E. Lamp. 1882. 4⁰.
Untersuchungen über das Cometensystem. 1843 I, 1880 I u. 1882 II. I. Theil. Der grosse September-Comet 1882. II, von Heinrich Kreutz. 1888. 4⁰.

Physikalisch-ökonomische Gesellschaft in Königsberg:

Schriften. 28. Jahrgang 1887. 1888. 4⁰.

K. K. Akademie der Wissenschaften in Krakau:

Pamiętnik (Arbeiten). Mathem. Classe. Bd. XIV. XV. 1888. 4⁰.
Rozprawy (Sitzungsberichte). Mathem. Classe. Bd. XVII. XVIII. 1888. 8⁰.
Antropologija. Tom. XII. 1888. 8⁰.
Fizyografija. Tom. XXI. 1888. 8⁰.

Société Vaudoise des sciences naturelles in Lausanne:

Bulletin. 3e Série. Vol. XXIV. Nr. 98. 1888. 8⁰.

Nederlandsche Rykskommissie voor graadmeting in Leiden:

Uitkomsten der Rijkswaterpassing 1875—1885. s'Gravenhage 1888. 4⁰.

Archiv der Mathematik und Physik in Leipzig:

Archiv. 2. Reihe. Theil VI. Heft 3. 4. Theil VII. Heft 1. 2. 1888. 8⁰.

Astronomische Gesellschaft in Leipzig:

Vierteljahresschrift. Jahrg. 23. Heft 1. 2. 1888. 8⁰.

K. Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften in Leipzig:

Abhandlungen der math.-phys. Classe. Bd. XIV. Nr. 9—13. 1888. 4⁰.

Journal für praktische Chemie in Leipzig:

Journal. N. F. Bd. 37. Heft 10. 11. Bd. 38. Heft 1—9. 1888. 8⁰.

Verein für Erdkunde in Leipzig:

Mittheilungen. 1887. 1888. 8⁰.

K. K. Berg-Akademie in Leoben:

Programm f. d. J. 1888/89. Wien 1888. 8⁰.

Zeitschrift „Nature“ in London:

Nature. Vol. 38. Nr. 976—997. 1888. gr. 8⁰.

Her Majesty's Stationery Office in London:

Report on the Scientific Results of the Voyage of H. M. S. Challenger. Zoology. Vol. 23—27. (Text und plates). 1888. 4⁰.

Royal Society in London:

Proceedings. Vol. 44. Nr. 268—272. 1888. 8⁰.
Philosophical Transactions. Vol. 178. A. B. 1888. 4⁰.
List of the Members. 30. Nov. 1887. 4⁰.

Royal Astronomical Society in London:

Monthly Notices. Vol. 48. Nr. 9. Vol. 49. Nr. 1. 1888. 8⁰.

Chemical Society in London:

Journal. Nr. 308—313. July—Decemb. 1888. 8⁰.
Abstracts of the Proceedings. Session 1888—89. Nr. 56—58. 8⁰.

Linnean Society in London:

Transactions. Zoology. Vol. 3. Parts 5. 6. Botany. Vol. II. Part 15. III. Part 1. 1887—88. 4⁰.
Journal. Zoology. Nr. 118. 130. 131. 136—139. Botany Nr. 152—155. 159—162. 1887—88. 8⁰.
List of the Members. Session 1887—88. 8⁰.

Royal Microscopical Society in London:

Journal. 1888. Part 4—6. 8⁰.

Zoological Society in London:

Proceedings. 1888. Part II. 8⁰.

Société Royale des Sciences in Lüttich:

Mémoires. II. Série. Tom. XV. Bruxelles 1888. 8⁰.

Naturwissenschaftlicher Verein in Magdeburg:

Jahresbericht und Abhandlungen 1887. 1888. 8⁰.
Das Innere der Erde. Vortrag von Ernst Hintzmann. 1888. 8⁰.

Reale Osservatorio di Brera in Mailand:

Pubblicazioni. Nr. XXXIII. 1888. Fol.

Reale Istituto Lombardo di scienze e lettere in Mailand:

Memorie. 1) Classe di scienze. Vol. XVI. Fasc. 2. 1887—88. 4⁰.

Società Italiana di scienze naturali in Mailand:

Atti. Vol. XXX. Fasc. 1—4. 1887—88. 8⁰.

Sociedad scientifica „Antonio Alzate" in Mexico:

Memorias. Tomo I. Nr. 1. 2. Tomo II Nr. 1—4. 1888. 8⁰.
Teoria de los errores por H. Faye. 1888. 8⁰.

Sociedad de geografia y estadistica in Mexico:

Boletin. Tom. I. Nr. 1. 2. 1888. 8⁰.

Sociedad de historia natural in Mexico:

La Naturaleza. II. Ser. Tom. I. cuad 3. 1888. Fol.

Società dei Naturalisti in Modena:

Atti. Memorie. Ser. III. Vol. VII. Fasc. 1. 1888. 8⁰.

Royal Society of Canada in Montreal:

Proceedings and Transactions 1887. Vol. V. 1888. 4⁰.

Geological and Natural History Survey of Canada in Montreal:

Annual Report. (Neu Series). Vol. II. 1886. 1887. 8⁰.

Société Impériale des Naturalistes in Moskau:

Bulletin. Année 1888 Nr. 2. 3. 8⁰.
Nouveaux Mémoires. Tom. XV. Livr. 3—5. 1885—88. 4⁰.
Meteorologische Beobachtungen. 1888. I. Hälfte. 4⁰.

Deutsche Gesellschaft für Anthropologie in Berlin und München:

Correspondenzblatt. 19. Jahrg. Nr. 6—10. München 1888. 4⁰.

K. b. technische Hochschule in München:

Programm f. d. J. 1888/89. 1888. 8⁰.
Bericht für d. J. 1887/88. 1888. 4⁰.
Personalstand. Sommer-Semester 1888. 8⁰.

Reale Accademia delle scienze fisiche e matematiche in Neapel:

Atti. Serie II. Vol. 1. 2. 1888. 4⁰.
Rendiconti. Serie II. Vol. I. Fasc. 1. 1887. 4⁰.

Zoologische Station in Neapel:

Mittheilungen. Bd. VIII. Heft 2. Berlin 1888. 8⁰.

Institute of Engineers in Newcastle-upon-Tyne:

Transactions. Vol. 37. Part 5. 1888. 8⁰.

Connecticut Academy of Arts und Sciences in New-Haven:

Transactions. Vol. VII, 2. 1888. 8⁰.

The American Journal in New-Haven:

The American Journal of science. Vol. 35. Nr. 210. Vol. 36. Nr. 211 —214. June—Oct. 1888. 8⁰.

Observatory of the Yale-University in New-Haven:

Report for the year 1886/87 and 1887/88. 1887—88. 8⁰.

New-Orleans Academy of Sciences in New-Orleans:

Papers 1887—88. Vol. I. Nr. 2. 1888. 8⁰.

Academy of Sciences in New-York:

Transactions. Vol. VII. Nr. 3—8. 1887—88. 8⁰.
Annals. Vol. IV. Nr. 5—8. 1888. 8⁰.

American geographical Society in New-York:

Bulletin. Vol. XX. Nr. 2. 3. Aug. - Sept. 1888. 8⁰.

Nederlandsche botanische Vereenigung zu Nijmegen:

Nederlandsch kruidkundig Archief. 2. Serie. 5e Deel. 2e stuk. 1888. 8⁰

Naturhistorische Gesellschaft in Nürnberg:

Jahresbericht 1887. 1888. 8⁰.
Festschrift zur Begrüssung des XVIII. Kongresses der deutschen anthropologischen Gesellschaft in Nürnberg. 1887. gr. 8⁰.

Neurussische naturwissenschaftliche Gesellschaft in Odessa:

Sapiski. Tom. XIII. Abth. 1. 1888. 8⁰.

Geological and Natural History Survey of Canada in Ottawa:

Catalogue of Canadian Plants. Part IV. Endogens. By John Macoun. Montreal 1888. 8⁰.

Società Veneto-Trentina di scienze naturali in Padua:

Bullettino. Tom. IV. Nr. 2. 1888. 8⁰.

Circolo matematico in Palermo:

Rendiconti. Tom. II. Fasc. 4. 5. 6. 1888. 8⁰.

Collegio degli Ingegnerie degli Architetti in Palermo:

Atti. Anno XI. 1888 Gennaio—Agosto. 1888. 4⁰.

Académie des sciences in Paris:

Comptes rendus. Tom. 107. Nr. 1—26. 1888. 4⁰.
Mission scientifique du Cap Horn. 1882—83. Tom. I. 1888. 4⁰.
Collection des anciens alchimistes grecs par M. Berthelot. Livr. 2e. 1888. 4⁰.

Académie de médecine in Paris:

Bulletin. 1888. Nr. 27—52. 1888. 8⁰.

Comité international des poids et mesures in Paris:

Procès-verbaux. Séances de 1887. 1888. 8⁰.
Travaux et Mémoires. Tom. VI. 1888. 4⁰.

École polytechnique in Paris:

Journal. Cahier 57. 1887. 4⁰.

Moniteur scientifique in Paris:

Moniteur scientifique. Livr. 560—564. Août—Dec. 1888. gr. 8⁰.

Museum d'histoire naturelle in Paris:

Nouvelles Archives. II. Série. Tom. IX, 2. X, 1. 1887. 4⁰.

Revue internationale de l'électricité in Paris:

Revue. Tom. VII. Nr. 61—72. 1888. 4⁰.

Société d'anthropologie in Paris:

Bulletins. 3e Série. Tom. XI. Fasc. 1. 2. 3. 1888. 8⁰.

Société de géographie in Paris:

Compte rendu. 1888. Nr. 13—15. 8⁰.
Bulletin. 1888. trimestre 1—3. 8⁰.

Société mathématique de France in Paris:

Bulletin. Tom. XVI. Nr. 4. 1888. 8⁰.

Société zoologique de France in Paris:

Mémoires. Vol. I. Part 1—3. 1888. 8⁰.
Bulletin. Vol. XII. Part. 5. 6. XIII. Nr. 1—6. 1888. 8⁰.

Académie Imperiale des Sciences in Petersburg:

Mélanges biologiques. Tom. XII. Livr. 6. 1888. 8⁰.

Comité géologique in Petersburg:

Bibliothéque géologique de la Russie par S. Nikitin. III. 1887. 1888. 8⁰.
Bulletins. Tom. VI. Nr. 11. 12. VII. 1—5 et Supplement au T. VII. 1887—88. 8⁰.
Mémoires. Vol. V. Nr. 2—4. Vol. VI. partie I. II. Vol. VII, 1—2. 1888. 4⁰.

Chemisch-physikalische Gesellschaft an der Kais. Universität in Petersburg:

Schurnal. Tom. XX. Heft 5—8. 1888. 8⁰.

Physikalisches Central-Observatorium in Petersburg:

Repertorium für Meteorologie. Bd. XI. 1888. 4⁰.
Annalen. Jahrg. 1887. Theil I. 1888. 4⁰.

Academy of natural sciences in Philadelphia:

Journal. II. Series. Vol. IX. Part 2. 1888. Fol.
Proceedings. 1888. Part II. March—Sept. 8⁰.

Alumni Association in Philadelphia:

24th annual Report for the year 1887—88. 1888. 8⁰.

The Journal of comparative Medicine and Surgery in Philadelphia:

Journal. Vol. IX. Nr. 4. 1888. 8⁰.

American Philosophical Society in Philadelphia:

Proceedings. Vol. XXV. Nr. 127. 1888. 8⁰.
Transactions. New Series. Vol. XVI. Part 2. 1888. 4⁰.

Second Geological Survey of Pennsylvania in Philadelphia:

Annual Report 1886. Part IV. with Atlas. Harrisburg 1887. 8⁰.
Northern Anthracite Field. Atlas. Part II. 1887. 8⁰.

R. Scuola normale superiore in Pisa:

Annali. Vol. IX. 1888. 8⁰.

Società Toscana di scienze naturali in Pisa:

Atti. Memorie. Vol. IX. 1888. 8⁰.

Mathematisch-physikalische Gesellschaft in Prag:

Časopis. Bd. XVII. 1887. Heft 1—6. 8⁰.

K. K. Sternwarte in Prag:

Magnetische und meteorologische Beobachtungen im Jahr 1887. 48. Jahrgang. 1888. 4⁰.

Naturwissenschafticher Verein in Regensburg:

Berichte. Heft I, für die Jahre 1886—87. 1888. 8⁰.

Museu nacional in Rio de Janeiro:

Archives. Vol. VII. 1887. 4⁰.

R. Comitato geologico d'Italia in Rom:

Bollettino. 1887. Vol. XVIII. fascicolo di supplemento. 1888. Nr. 5—8. 8⁰.

Società Italiana delle scienze (detta dei XL) in Rom:

Memorie di matematica e di fisica. Serie III. Vol. VI. Napoli 1887. 4⁰.

Essex Institute in Salem:

Bulletin. Vol. XIX. Nr. 1—12. 1887. 8⁰.
Visitors' Guide to Salem. 1887. 8⁰.

Museo nacional de la República de Costa Rica in San José:

Anales. Tom. I. Año de 1887. 1888. 4⁰.

Société des Sciences in Strassburg:

Bulletin mensuel. Tom. XXII. Fasc. de Juillet—Novbre. 1888. 8⁰.

Royal Society of New-South-Wales in Sydney:

Journal and Proceedings. Vol. XXII. Part I. 1888. 8⁰.

Observatorio astronomico nacional de Tacubaya (Mexiko):

Anuario. IX. Año de 1889. 1888. 8⁰.

Physikalisches Observatorium in Tiflis:

Magnetische Beobachtungen im J. 1886—87. 1888. 8⁰.

College of Science, Imperial University, in Tokyo:

The Journal. Vol. II. Part 2. 3. 1888. 4⁰.

Deutsche Gesellschaft für Natur- und Völkerkunde Ostasiens in Tokyo:

Mittheilungen. Heft 40. Juli. Yokohama 1888. Fol.

Canadian Institute in Toronto:

Proceedings. 3. Series. Vol. VI. Fasc. 1. 1888. 8⁰.

Zeitschrift „der Naturforscher" in Tübingen:

Der Naturforscher. 1888. Nr. 29—39. 4⁰.

Société provinciale des arts et sciences in Utrecht:

Ph. Kooperberg, Geneeskundige Plaatsbeschrijving van Leeuwarden. s'Gravenhage 1888. gr. 8⁰.

Smithsonian Institution in Washington:

Annual Report for 1885. Part II. 1886. 8⁰.
Miscellaneous Collections. Vol. XXXII. XXXIII. 1888. 8⁰.

United States Naval Observatory in Washington:

Report of the Superintendent for the year ending June 30. 1888. 8⁰.

U. S. Coast and Geodetic Survey in Washington:

Report of the Superintendent for the year ending June 1886. Part I. Text. Part II. Atlas. 1887. 4°.
Bulletin. Nr. 3. 4. 1888. 4°.

United States Geological Survey Office in Washington:

Geology and Minnig Industry of Leadville, with Atlas. By S. F. Emmens. 1886. 4°.

Surgeon-general's Office, U. S. Army in Washington:

The medical and surgical History of the War of the Rebellion. Part III. Vol. I. Medical History. 1888. 4°.
Index-Catalogue. Vol. IX. 1888. 4°.

Secretary of War in Washington:

Annual Report of the Chief Signal Officer of the Army for the year 1887. Part I. 1887. 8°.

Philosophical Society in Washington:

Bulletin. Vol. X. 1887. 1888. 8°.

K. K. Akademie der Wissenschaften in Wien:

Sitzungsberichte math.-naturw. Classe. I. Abth. 1887. Heft 1—10. II. Abth. 1887. Heft 3—10. III. Abth. 1887. Heft 1—10. 1887—88. 8°.
Denkschriften. Math.-naturw. Classe. Bd. 53. 1887—88. 4°.

K. K. Gesellschaft der Aerzte in Wien:

Medizinische Jahrbücher. Jahrg. 1888. Heft 3—5. 8°.

Anthropologische Gesellschaft in Wien:

Mittheilungen. Bd. XVIII. Heft 2—4. 1888. 4°.

Zoologisch-botanische Gesellschaft in Wien:

Verhandlungen. Band XXXVIII. Quartal I und II. 1888. 8°.

K. K. naturhistorisches Hofmuseum in Wien:

Annalen. Bd. III. Nr. 3. 4. 1888. gr. 8°.

K. K. geologische Reichsanstalt in Wien:

Verhandlungen. 1888. Nr. 9—14. 4°.
Jahrbuch. Jahrg. 1888. Bd. 37. Heft 3. 4. Bd. 38. Heft 1—3. 1888. 8°.

Verein zur Verbreitung naturwissenschaftlicher Kenntnisse in Wien:

Schriften. 28. Cyklus. 1888. 8°.

Naturforschende Gesellschaft in Zürich:

Vierteljahrsschrift. Jahrg. XXXIII. Heft 1. 1888. 8°.

Schweizerische meteorologische Central-Anstalt in Zürich:

Annalen. 1886. 4°.

Von folgenden Herren:

Wilhelm Blasius in Braunschweig:

Lebensbeschreibungen Braunschweigischer Naturforscher. 1887. 8°.
Die Vögel von Palawan. Wien 1888. 8°.
Beiträge zur Kenntniss der Vogelfauna von Celebes. III. Budapest 1886. 8°.
Ueber Castor canadensis Kuhl, den Amerikanischen Biber. 1886. 8°.
Vier Nekrologe: Gottlieb Braun, Friedrich Reck, Hermann von Heinemann, Theodor Hartig. 1887. 8°.

V. P. Kluk-Kluczycki in Krakau:

Umsturz irrthümlicher Schullehren. Theil II. 1888. 8°.

A. von Kölliker in Würzburg:

Zur Kenntniss der quergestreiften Muskelfasern. Leipzig 1888. 8°.

Baron Ferdinand von Müller in Melbourne:

Iconography of Australian Species of Acacia. Decade IX—XI. 1888. 4°.

L. Rütimeyer in Basel:

Ueber einige Beziehungen zwischen den Säugethierstämmen alter und neuer Welt. Zürich 1888. 4°.

Eduard August Schroeder in Teschen:

Fischerei-Wirthschaftslehre. Dresden 1889. 8°.

C. Piazzi Smyth in Edinburgh:

Report on the Royal Observatory Edinburgh. 1888. 4°.

Michele Stossich in Triest:

Appendice al mio lavoro: J. Distomi dei pesci marini e d'aqua dolce. 1888. 8°.

Namen-Register.

Sach-Register.

Sitzung vom 3. November 1888.

Sitzung vom 1. Dezember 1888.

Fig. 1

Fig. 2

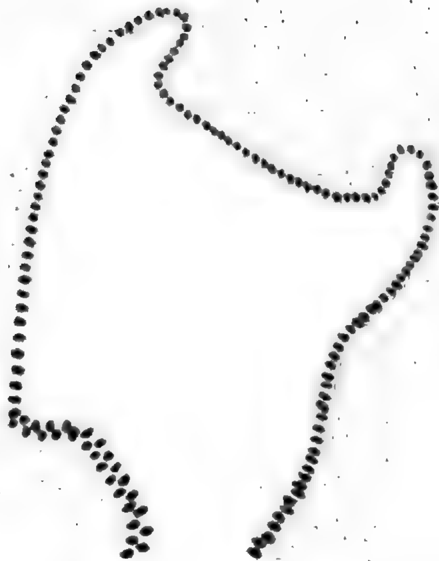
Phototypie Bruckmann

Digitized by Google

1.

a

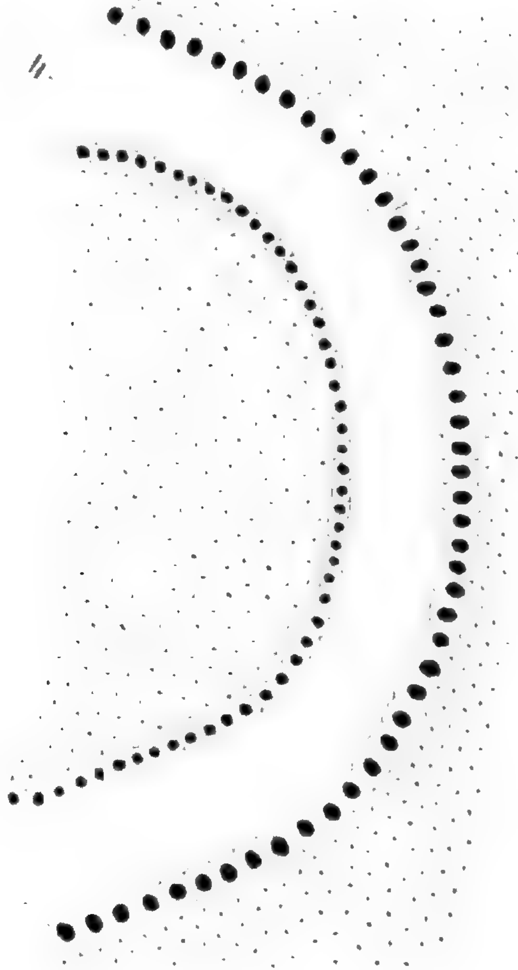
b



2.

3.

4.



Inhalt.

Die mit * bezeichneten Abhandlungen sind in den Sitzungsberichten nicht abgedruckt.

Sitzung vom 2. Juni 1888.

Sitzung vom 7. Juli 1888.

Sitzung vom 3. November 1888.

Sitzung vom 1. Dezember 1888.

Oeffentliche Sitzung zu Ehren Seiner Majestät des Königs und Seiner Königl. Hoheit des Prinzregenten am 27. Dezember 1888.

Akademische Buchdruckerei von F. Straub in München.

3 2044 092 897 578

Digitized by Google